

# 基于虚拟阵列变换的单通道接收机测向新方法

崔 皓, 李冬海

(解放军信息工程大学, 河南 郑州 450002)

**摘要:** 提出了一种改进单通道接收机波达方向估计的超分辨解决方案。该方法通过对任意阵列实施变换, 将实际的传感器阵列扩展成多个具有不同阵列孔径的虚拟阵列, 有效地增加了阵元数目, 提高了空间谱估计的分辨率, 增加了可检测信号源数目以及阵列的解相干能力。通过理论分析和仿真实验验证了该方法的有效性和优良性。

**关键词:** 单通道接收机; 虚拟阵列; 分辨率; 虚假谱峰

## A new method of direction finding for single-channel receiver based on the virtual array transform

CUI Hao, LI Dong Hai

(PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** A modified single-channel receiver DOA estimation of super-resolution solution was proposed. By transformation of the arbitrary array, the method expanded the actual sensor array into several virtual arrays with different array aperture. This increased the number of elements effectively to enhance the spatial spectrum estimation resolution, and thus increased the number of signal sources and enhanced coherent capacity of the arrays. Theoretical analysis and simulation results show the effectiveness and fine sexual of the method.

**Key words:** single-channel receiver; virtual array; resolution; false peak

近年来, 超分辨阵列理论研究领域一直相当活跃, 已经提出了许多有意义的算法, 如 MUSIC、ESPRIT 算法等。这些算法都是基于协方差矩阵的特征值分解, 然后再实现超分辨测向, 在实际应用中, 当信号源是相关或者空间间隔较近的信号时, 此类算法的估计性能逐渐恶化甚至失效。而获得阵列协方差矩阵的一般方法是采用多通道接收机系统, 在获得良好效果的同时也暴露了一些缺点: 随着阵元数的增加, 接收机的数目也要增加, 系统硬件造价将会变得十分昂贵。因此, 单通道接收机系统测向应运而生, 与多通道系统相比, 系统价格和复杂性方面具有显著的优势, 而且避免了多接收机系统通道一致性问题, 是一种性能价格比可以被普遍接受的方案。利用单通道接收机实现高分辨测向的研究已经取得了一定进展<sup>[1-4]</sup>, 但是在近目标分辨率方面还有待提高, 解相干能力和在相关、相干信号源情况下的空间谱估计都需研究和提高。

信号空间谱估计的分辨率依赖于阵列的孔径大小、阵元数目、快拍数目以及信噪比的高低, 增大阵列孔径

是提高估计分辨率的方法之一, 但是在真实的环境中大幅增加阵列的物理尺寸是不切实际的。本文所提的方法有效避免了这一问题。它采用了阵列变换手段, 使虚拟阵列具有更多的阵元数, 实现阵元数的有效扩展, 其优势明显, 可以克服阵列出现的信号模糊问题, 提高了阵列的解相干能力。

### 1 信号模型

假设有  $P$  个来自远场的窄带不相关信号  $s_p(t)$  ( $p=1, 2, \dots, P$ ) 入射到  $N$  个阵元组成的等间距均匀线阵, 相邻两阵元间距为  $d$ , 并以第一个阵元作为参考阵元, 信源波长为  $\lambda$ , 环境噪声为白噪声。如图 1 所示。

采用直线均匀等间距相控阵为背景, 单通道接收机的系统如图 2 所示。

则相控阵单通道接收机的总响应可以表示成下式:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N w_n^*(t) x_n(t) = \mathbf{W}^H(t) \mathbf{X}(t) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  为阵列输出,  $\mathbf{W}(t) = [w_1(t), w_2(t), \dots, w_N(t)]^T$  为阵列权矢量,  $(\ )^T$ 、 $(\ )^*$  和  $(\ )^H$  分别表示

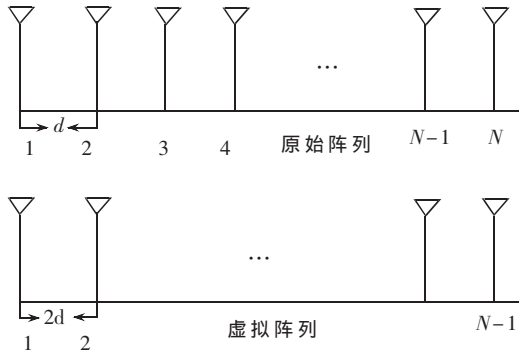


图 1 DOA 估计几何模型及虚拟扩展阵列

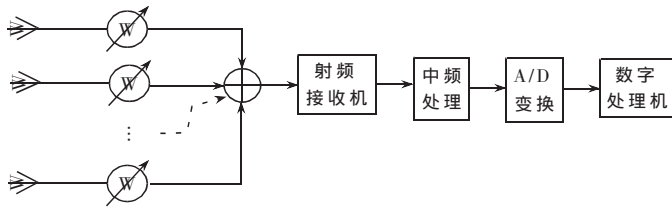


图 2 单通道接收机系统组成图

转置、共轭和共轭转置。

阵列输出的协方差矩阵为：

$$R = E[X(t)X^H(t)] \quad (2)$$

在单通道接收机系统中能够获得的信息是单通道接收机的平均输出功率：

$$\sigma_y^2 = E[|y(t)|^2] = W^H(t)X(t)X^H(t)W(t) = w^H R w \quad (3)$$

由一个  $\sigma_y^2$  是无法解得协方差矩阵  $R$  的，因此引入一组特定权  $w_l, l=1, 2, \dots, L$ ，得到单通道接收机的一系列响应的平均功率：

$$\sigma_y^2 = E[|y(t)|^2] = W^H R w = w_l^H R w_l, l=1, 2, \dots, L \quad (4)$$

阵列协方差矩阵  $R$  的恢复采用以下方式：

(1) 设  $w = e_p$ ，其中  $e_p = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T$ ，第  $p$  个位置上是 1，于是：

$$R(p, p) = w^H R w, p=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

(2) 设  $w_1 = e_p + e_q, w_2 = e_p + j e_q, q > p, j$  是虚数单位，于是：

$$R(p, q) = \frac{1}{2} [w_1^H R w_1 - R(p, p) - R(q, q)] - \frac{1}{2} j [w_2^H R w_2 -$$

$$R(p, p) - R(q, q)] \quad 1 \leq p \leq N, p > q \quad (6)$$

$$(3) R(q, p) = R^*(p, q) \quad 1 \leq p \leq N, p > q \quad (7)$$

输出协方差矩阵为：

$$R_{xx} = A R_s A^H + \sigma_n^2 I \quad (8)$$

式中  $R_s$  是信号的协方差矩阵， $I$  是适当维数的单位矩阵。

对正定 Hermitain 矩阵  $R_{xx}$  进行特征值分解：

$$R_{xx} = U_s \Sigma_s U_s^H + U_n \Sigma_n U_n^H \quad (9)$$

式中， $U_s$  由大特征值对应的特征向量张成的子空间即信号子空间，而  $U_n$  由小特征值对应的特征向量张成的子空间也即噪声子空间。

由此可以定义第  $p$  个信号源的 MUSIC 算法空间谱公式为：

$$P_{MUSIC} = \frac{1}{a^H(\theta) U_n U_n^H a(\theta)} \quad (10)$$

## 2 虚拟阵列扩展方法

虚拟阵列变换方法思想是将整个天线扫描区域划分为若干个子区域，再将某个子区域细分，假设信号位于区域  $\Psi$  内，将区域  $\Psi$  平均分为：

$$\Psi = \theta_1, \theta_1 + \Delta\theta, \theta_1 + 2\Delta\theta, \dots, \theta_L \quad (11)$$

则实际阵列的阵列流型矩阵表示为：

$$A = [a(\theta_1), a(\theta_1 + \Delta\theta), a(\theta_1 + 2\Delta\theta), \dots, a(\theta_L)] \quad (12)$$

在同一区域  $\Psi$  内的虚拟均匀线阵的阵列流型矩阵  $\bar{A}$  为：

$$\bar{A} = [\bar{a}(\theta_1), \bar{a}(\theta_1 + \Delta\theta), \bar{a}(\theta_1 + 2\Delta\theta), \dots, \bar{a}(\theta_L)] \quad (13)$$

虚拟阵列和真实阵列间存在一个固定的变换关系  $T$ ，如下式：

$$T = \bar{A} A^{-1} \quad (14)$$

虚拟阵列的数据协方差阵为：

$$\begin{aligned} \bar{R}_{xx} &= T R_{xx} T^H = T (A R_s A^H + R_n) T^H \\ &= T A R_s A^H T^H + T R_n T^H \end{aligned} \quad (15)$$

利用下式可将估计出的协方差矩阵噪声项变为零：

$$R_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i:L-N+i-1) X^H(i+1:L-N+i) \quad (16)$$

式中， $N$  为时域平滑的次数， $L$  为快拍数， $X(i:j)$  表示第  $i$  次快拍到第  $j$  次快拍数据。

通过估计  $T$  和计算  $R_{xx}$ ，并对  $\bar{R}_{xx}$  应用 MUSIC 空间谱估计算法就可以得到 DOA 估计。

在实际环境中，由于多径传播等因素的影响，存在大量的相干信号源。所以有必要对变换后的虚拟均匀线阵进行解相干处理，这里采用空间平滑算法。前向平滑时的第  $K$  个子阵的协方差矩阵为：

$$R_{jk} = A \Phi_k R_{xx} \Phi_k^H A^H + \sigma^2 I \quad (17)$$

后向空间平滑时的第  $K$  个子阵的协方差矩阵为：

$$R_{bk} = J R_{jk} J \quad (18)$$

式中， $J$  为置换矩阵，那么修正后的协方差矩阵为：

$$\bar{R} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (R_{jk} + R_{bk}) \quad (19)$$

需要注意的是：变换后的阵列可以选择大的阵元数，但是也不能取无穷大，并且阵元数的选择只能在一定的范围内有效，否则会增加运算量，增加实现的复杂度。

## 3 仿真实验与分析

实验 1：假设有三个窄带信号源从  $0^\circ, 4^\circ$  和  $60^\circ$  入射到天线阵列，其中前两个信号相干，快拍数为 128，图 3 是均匀天线阵列，阵元数为 16，阵元间距为  $\lambda$ ，信噪比为 12dB，采用修正平滑算法，子阵个数为 8；图 4 为变换后的虚拟阵列，阵元数目为 16，阵元间距为  $\frac{\lambda}{2}$ ，信噪比为 12dB，天线噪声向量可以视为复加性高斯白噪声，并且统计独立于源信号。

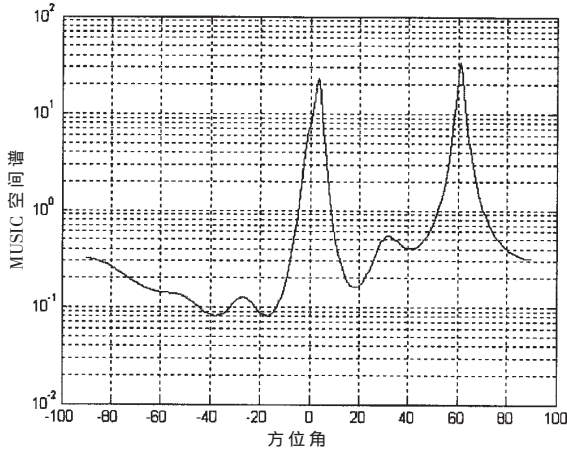


图3 标准 MUSIC 算法对三个入射平面波的 DOA 估计结果

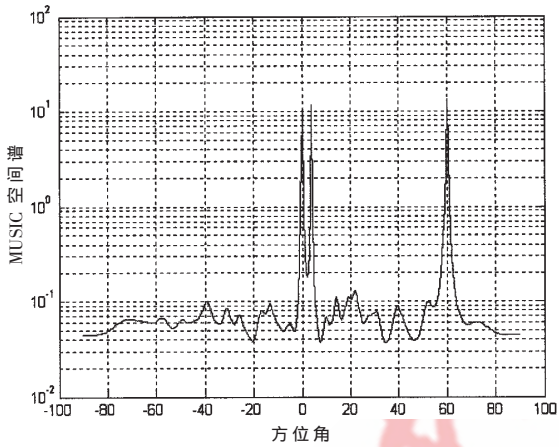


图4 变换后虚拟阵列方法对三个入射平面波的 DOA 估计结果

由图3和图4可见,对于等间距均匀线阵,近目标时,常规的音乐算法就无法分辨,而且解相干能力也比较差,虚拟变换后的阵列很好地克服了以上问题,并且提高了分辨率。

实验2:四元非等距线阵,三个信号源从 $8^\circ$ 、 $16^\circ$ 和 $28^\circ$ 入射到天线阵,其中前两个信号源相干。仿真实验显示了方差、成功概率和信噪比的关系以及方差、成功概率和虚拟阵元数的关系。

由图5~图8可见,本文方法的估计精度高、有效性

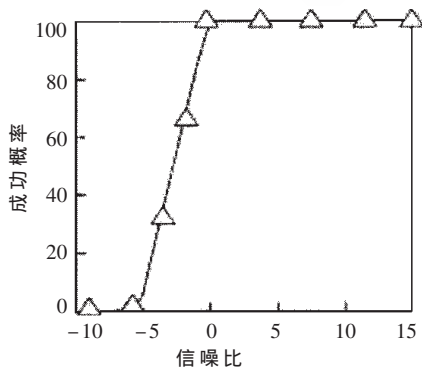


图5 信噪比与成功概率的关系

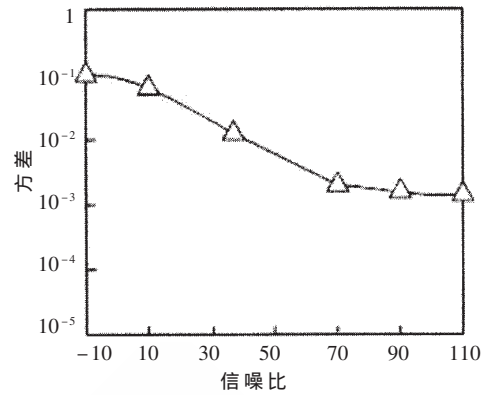


图6 信噪比与方差的关系

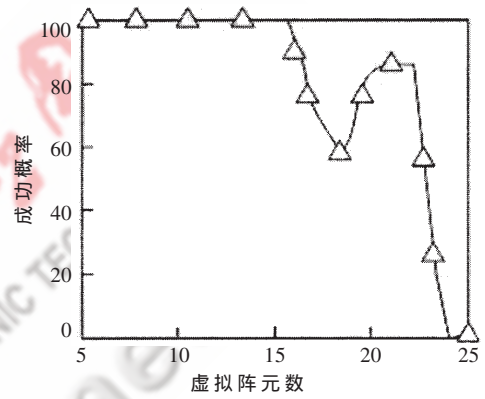


图7 虚拟阵元数与成功概率的关系

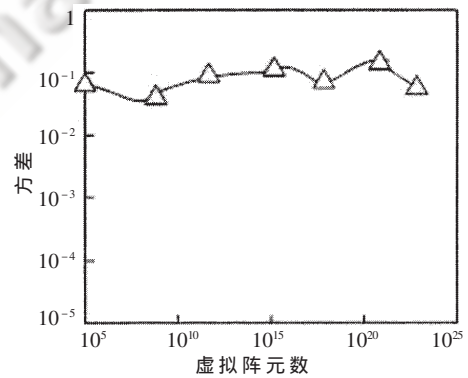


图8 虚拟阵元数与方差的关系

强。从图7可知,变换后阵列的阵元数大于原阵列4倍左右时,估计性能就下降很多;由图8可知,变换后的虚拟阵元数不可能无穷大,因为随着阵元数目的增加,成功的概率就越来越小。

文中提出了一种有效的超分辨谱估计方法,该方法在原始阵列基础上进行虚拟变换,增加了阵元数目和可检测的信号源数目,提高了阵列的解相干能力。通过计算机仿真得知:该方法相对于常规的音乐算法具有更高的近目标分辨性能,为单通道接收机高分辨DOA估计提出了新的思路。

参考文献

- [1] KENNEDY J, SULLIVAN M C. Direction finding and "smart antennas" using software radio architecture. IEEE Communications Magazine, 1995, 33(5): 52-68.
- [2] WAHLBERG B G, MAREELS I M Y, WEBSTER I. Experimental and theoretical comparison of some algorithms for beamforming in signal receiver adaptive arrays. IEEE Trans. on AP, 1991, 39(1): 21-28.
- [3] 赵益民, 鞠德航. 单通道接收机实现空间谱估计. 通信学报, 1997, 18(2): 7-11.
- [4] 赵益民, 鞠德航. 协方差矩阵的权微扰算法. 电子学报, 1996, 24(3): 125-126.
- [5] HAYKIN S, RICILY J P, KEZYS V, et al. Some aspects of array signal processing. IEEE, 1992, 139(1): 1-25.
- [6] FRIEDLANDER B. Direction finding using spatial smoothing with interpolated arrays. IEEE Trans, 1992, 28(2): 574-587.
- [7] WILLIAMS R T. An improved spatial smoothing technique for bearing estimation on a multipath environment. IEEE Trans, 1989, 36(4): 425-431.
- [8] JUNG E S, VAJDYA N H. An energy efficient MAC protocol for wireless LANs[C]. In Proceeding of IEEE INFO-COM 2002, New York, USA, 2002: 1756-1764.

(收稿日期: 2008-04-33)

