

基于 PARAFAC 的 GPS 天线阵标校方法*

李双勋, 程翥, 薛鸿印, 皇甫堪

(国防科技大学 电子科学与工程学院信号处理实验室, 湖南 长沙 410073)

摘要: 根据 GPS 信号的特点, 利用直接序列扩频随机码源信号对 GPS 天线阵列进行有源校正, 提出了一种基于 PARAFAC 的 GPS 天线阵标校方法。利用观测信号的三线性特性, 结合平行因子的分析方法, 估计出阵列通道的幅相响应参数, 进而实现对 GPS 天线阵列的标校。

关键词: 全球定位系统 平行因子 阵列标校

GPS 联合空时处理技术可在不增加阵元的情况下, 大大提高阵的自由度, 因而成为提高 GPS 天线阵抗干扰能力的有效方法之一^[1]。但是在实际应用中, 由于阵列通道特性并不符合假定的理想情况, 因此任何对阵列通道特性的不精确的假设都会造成严重的性能损失^[2-3]。对于 GPS 天线阵列空时自适应抗干扰处理, 虽然在最优准则约束下会自动地利用空时结构多余的自由度进行通道的自适应均衡^[4], 但研究表明, 在阵列通道幅相起伏数较多的情况下, GPS 阵列空时抗干扰的性能将明显下降^[5]。为了获得更好的抗干扰性能, 必须对阵列通道进行有效校正。目前国内外对阵列误差的校正方法主要分为两类: 一类是利用外场辐射源, 通过代数求解手段得到通道误差; 另一类就是盲校正的方法, 自适应地均衡通道误差。

本文的应用背景是 GPS 空时自适应抗干扰处理, 因而计算量大。如果利用盲校正的方法对天线阵进行校正, 虽然无需辅助信号, 但需要对处理数据进行二维搜索, 耗时较长, 有时会收敛到局部最优解, 而且计算量较大, 会进一步增加信号处理的负担。因而针对 GPS 信号的特点, 考虑利用直接序列扩频随机码源信号对天线阵进行标校, 并提出了一种基于平行因子 PARAFAC (Parallel Factor) 分析的阵列标校方法。

1 平行因子分析方法

平行因子分析法最早仅在化学光谱分析中常被人们利用, 近几年才逐渐被引入到阵列信号处理当中来^[6-7]。平行因子分析法处理三维数据是基于三线性分解理论

, 它的前提是数据在三方向呈线性。如果定义一个 $I \times J \times K$ 维的三向阵列 X , 那么它的 Q 分量分解形式的元素可以表示为:

$$x_{i,j,k} = \sum_{q=1}^Q a_q(i)g_q(j)s_q(k) \quad (1)$$

如果利用张量来对 X 进行平行因子分解的话, 那么 X 可以表示为:

$$X = \sum_{q=1}^Q a_q \circ g_q \circ s_q \quad (2)$$

其中运算“ \circ ”表示外积, 它所形成的数据立方体如图 1 所示。对于任意一个三向张量 X 秩的定义与矩阵秩的定义类似, 即分解张量 X 所需要的秩为 1 的三向分量的最小数目。平行因子分解方法最大的优点是它的分解具有惟一性^[8-9], 而在传统的二维数据双线性分解中(如矩阵的分解), 如果没有足够的辅助信息一般分解不惟一。在 PARAFAC 分解过程中, 只要选择正确的因子数目且信噪比合适, 分解的结果便能真实地反映三向数据信息。

由于三线性模型的对称性, 平行因子分解也可以表

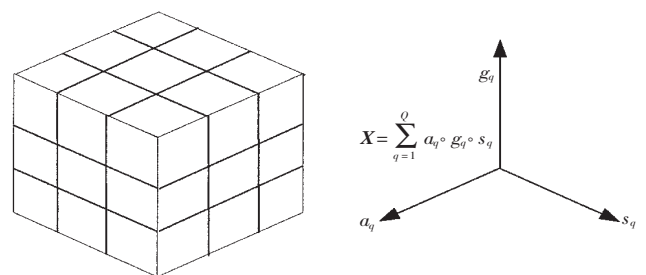


图 1 三向张量平行因子分解示意图

* 武器装备预研项目 (No. 41901140401)

示成矩阵的形式。定义一个 $I \times R$ 维的矩阵 A , 一个 $J \times R$ 维的矩阵 G 和一个 $K \times R$ 维的矩阵 S 。同样定义 $J \times K$ 维矩阵 $X_{i..}$, $i=1, \dots, J$, $K \times I$ 维矩阵 $X_{.j.}$, $j=1, \dots, J$, 和 $I \times J$ 维矩阵 $X_{..k}$, $k=1, \dots, K$ 。那么对于模型(1)总可以表示成如下表达式:

$$X_{i..} = GD_i[A]S^T, i \in \{1, \dots, I\} \quad (3)$$

$$X_{.j.} = SD_j[G]A^T, j \in \{1, \dots, J\} \quad (4)$$

$$X_{..k} = AD_k[S]G^T, k \in \{1, \dots, K\} \quad (5)$$

其中矩阵运算 $D_i[\cdot]$ 表示由矩阵的第 i 行元素形成一个对角矩阵。因此(3)、(4)、(5)式可以分别看成沿着数据立方体的三个轴线切片得到的矩阵。

三线性平行因子分解的惟一性^[8-9]保证了对三向张量 X 进行分解便可以直接得到数据 a_q 、 g_q 和 s_q 。这为特定条件下利用这种分析方法提供了重要理论依据。

2 信号模型

考虑 M 个阵元在同一个平面内构成 GPS 接收天线阵列, 在视场中放置一个校正源信号正对于天线阵列平面(使得波束方向垂直于阵列平面)。由于 GPS 卫星信号是由信息码经过直扩产生的 C/A 码序列, 因此这里选取的校正源信号为信号能量可控的由信息码经过直扩产生的伪随机码序列。在没有噪声的情况下, 观测信号可以表示为(6)式:

$$x_{m,n,p} = a_m(\theta)g(p)s(n) \quad (6)$$

$$\begin{cases} m=1, \dots, M \\ n=1, \dots, N \\ p=1, \dots, P \end{cases}$$

其中, $a_m(\theta)$ 是由于天线通道不一致所引起的第 m 个天线对源信号的增益及相位响应, θ 为源信号的波达角, $g(p)$ 和 $s(n)$ 分别为源信号的第 p 个扩频码和第 n 个信息码。

为了得到(6)式的矩阵形式, 定义矢量

$$A = [a_1(\theta) \ a_2(\theta) \ \dots \ a_M(\theta)]^T \in \mathbb{R}^{M \times 1} \quad (7)$$

$$G = [g(1) \ g(2) \ \dots \ g(P)]^T \in \mathbb{R}^{P \times 1} \quad (8)$$

$$S = [s(1) \ s(2) \ \dots \ s(N)] \in \mathbb{R}^{1 \times N} \quad (9)$$

那么在没有噪声的情况下, 天线阵接收到的信号可以构成一个三向张量 $X \in \mathbb{R}^{M \times N \times P}$, 它可以表示成为由 P 个 $M \times N$ 维空时切片 $X_{..p}$ 组成的集合, 它的每个元素满足下式:

$$X_{..p} = AD_p(G)S, p \in \{1, \dots, P\} \quad (10)$$

这里 $D_p[\cdot]$ 表示列矢量的第 p 个元素, 因此容易得到(10)式满足一个三维平行因子模型。按照文章第 1 部分的平行因子分解方法, 方程(10)可以看成 $(M \times N \times P)$ 维张量 X 在 P 方向的第 p 个矩阵切片。根据(10)式, 接收到的张量完全可以由三个矢量 A 、 G 、 S 表征出来。这种张量模型是一个平行因子模型, 因此, 天线阵接收到的信号张量 X 同样可以表示成 N 个 $P \times M$ 维矩阵切片 $X_{..n} = GD_n(S^T)A^T$ 或是 M 个 $N \times P$ 维矩阵切片 $X_{m..} = S^T D_m(A)G^T$ 的集合构成。如果把(10)式中所有的矩阵切片 $X_{..p}$, $p \in \{1, \dots, P\}$

平铺连接成一个 $MP \times N$ 维的矩阵, 则可以得到:

$$X_1 = \begin{bmatrix} X_{..1} \\ \vdots \\ X_{..P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AD_1[G] \\ \vdots \\ AD_P[G] \end{bmatrix} S = (G \otimes A)S \quad (11)$$

同理可以分别得到一个 $PN \times M$ 维的矩阵

$$X_2 = \begin{bmatrix} X_{.1.} \\ \vdots \\ X_{.N.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GD_1[S^T] \\ \vdots \\ GD_N[S^T] \end{bmatrix} A^T = (S^T \otimes G)A^T \quad (12)$$

和一个 $NM \times P$ 维的矩阵

$$X_3 = \begin{bmatrix} X_{1..} \\ \vdots \\ X_{M..} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S^T D_1[A] \\ \vdots \\ S^T D_M[A] \end{bmatrix} G^T = (A \otimes S^T)G^T \quad (13)$$

其中, 运算 \otimes 表示 Kronecker 积。矩阵 X_1 、 X_2 、 X_3 包含了张量 X 的所有信息。那么如果在观测信号中存在噪声, 则可以得到:

$$\tilde{X}_i = X_i + V_i, i \in (1, 2, 3) \quad (14)$$

其中, V_i 为相应的观测噪声矩阵, 结构与 X_i 的结构相同。

因此, 在已知观测矩阵 \tilde{X}_i 的情况下, 利用三线性模型分解的惟一性原理, 可以通过三线性交替最小二乘的方法^[7]对观测数据进行分解, 得到对系数矢量 A 的估计, 从而实现 GPS 天线阵列标校的目的。如果令:

$$A = a_1(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ a_2(\theta)/a_1(\theta) \\ \vdots \\ a_M(\theta)/a_1(\theta) \end{bmatrix} = a_1(\theta)c \quad (15)$$

则矢量 c 即为标校所期望得到的真实值。

3 基于 PARAFAC 的阵列标校过程

利用平行因子分析法对 GPS 天线阵列的通道特性进行校正, 主要可以分为以下三步进行:

第一步, 三向数据张量的形成。三向数据张量的形成过程如图 2 所示。

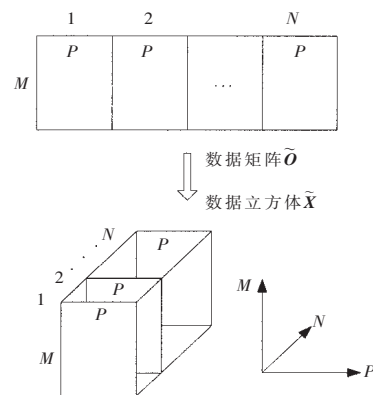


图 2 数据立方体形成过程

把从天线前端开始一直到 A/D 采样之前, 统一看成一路天线的通道, 取出采样数据中一段即得到如图 2 所示的观测数据矩阵 \tilde{Q} 。其中 M 表示 M 个天线的采样数

据, N 表示共采集到了 N 个信息码, P 表示在每个信息码内共采集了 P 次扩频码。把得到的数据矩阵 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 每 P 列看成一组便得到 N 个矩阵。再把这 N 个矩阵叠放在一起便形成了所需要的三向数据张量 $\tilde{\mathbf{X}}$, 如图 2 所示。

第二步, 利用三线性交替最小二乘算法对三向信号张量 $\tilde{\mathbf{X}}$ 进行分解, 得到估计矢量 $\hat{\mathbf{A}}$ 。

对于接收到的信号张量 $\tilde{\mathbf{X}}$ 来说, 它的分解具有唯一性, 因此可以通过三线性交替最小二乘算法来估计三个矢量 $\hat{\mathbf{A}}$ 、 $\hat{\mathbf{G}}$ 、 $\hat{\mathbf{S}}$ 。在加性高斯噪声存在的条件下, 这些矩阵的估计在最大似然准则最优条件下可以表示为三个独立的非线性最小二乘问题:

$$\hat{\mathbf{S}} = \arg \min_{\mathbf{S}} \left\| \tilde{\mathbf{X}}_1 - (\mathbf{G} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{S} \right\|_F^2 \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \arg \min_{\mathbf{A}} \left\| \tilde{\mathbf{X}}_2 - (\mathbf{S}^T \otimes \mathbf{G}) \mathbf{A}^T \right\|_F^2 \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{G}} = \arg \min_{\mathbf{G}} \left\| \tilde{\mathbf{X}}_3 - (\mathbf{A} \otimes \mathbf{S}^T) \mathbf{G}^T \right\|_F^2 \quad (18)$$

其中, $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数。算法具体的迭代过程主要为:

(1) 由 $\hat{\mathbf{G}}_{i-1}$ 、 $\hat{\mathbf{A}}_{i-1}$ 以及方程 (16) 估计 $\hat{\mathbf{S}}_i$;

(2) 由 $\hat{\mathbf{S}}_i$ 、 $\hat{\mathbf{G}}_{i-1}$ 以及方程 (17) 估计 $\hat{\mathbf{A}}_i$;

(3) 由 $\hat{\mathbf{A}}_i$ 、 $\hat{\mathbf{S}}_i$ 以及方程 (18) 估计 $\hat{\mathbf{G}}_i$ 。

以上三步不断重复进行直到算法收敛。这里需要注意的是, 初值的选取有多种方法, 实际应用中应根据具体情况而定。这里选用的初值是随机产生的一个矩阵。

第三步, 利用得到的估计矢量对天线阵列进行标校。

矢量 \mathbf{A} 为 M 个天线对源信号的幅度相位响应, 如果得到了估计矢量 $\hat{\mathbf{A}}$, 就可以对阵列进行标校。若以第一个天线通道估计值为参考, 其他天线通道的估计值与参考通道的估计值相比, 便可以得到标校矢量, 如下式。

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_1(\theta) \\ \hat{a}_2(\theta) \\ \vdots \\ \hat{a}_M(\theta) \end{bmatrix} = \hat{a}_1(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ \hat{a}_2(\theta)/\hat{a}_1(\theta) \\ \vdots \\ \hat{a}_M(\theta)/\hat{a}_1(\theta) \end{bmatrix} = \hat{a}_1(\theta) \hat{\mathbf{c}} \quad (19)$$

其中, $\hat{\mathbf{c}}$ 为得到的标校矢量。

4 仿真试验

在天线的标校过程中, 由于把源信号正对于天线阵列平面, 使得源信号的波束方向垂直于阵列平面, 这样就避免了源信号的导向矢量对阵列相位的影响, 也就是说估计出的 $\hat{\mathbf{c}}$ 能够直接反映出天线通道相对的幅相特性, 为标校带来方便。图 3 给出了 4 天线条件下, 阵列标校矢量与真实值之间的误差随着信噪比变化的曲线。对于每种信噪比条件下, 笔者分别进行了 25 次 Monte Carlo

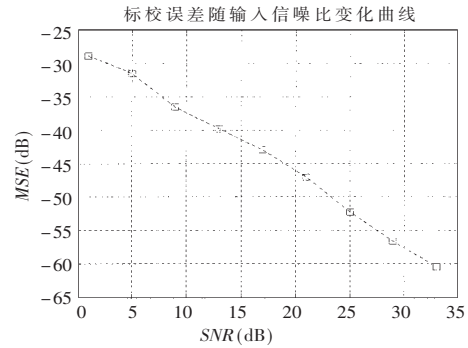


图 3 标校误差与信噪比的关系

试验。MSE 由下式计算得到:

$$MSE = \frac{1}{MM} \sum_{m=1}^M \sum_{m=1}^M \left\| \begin{bmatrix} \hat{a}_m(\theta) \\ \hat{a}_1(\theta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_m(\theta) \\ a_1(\theta) \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (20)$$

其中, M 为 Monte Carlo 次数, M 为阵元数。

比较发现, 天线标校的精度随着观测信号的信噪比的增大而增高, 当输入信噪比为 20dB 时, 对天线的标校误差已经小于 -45dB, 完全能够达到一般阵列标校的需要。

本文的应用背景是 GPS 接收机天线阵列的空时自适应抗干扰处理。仿真结果表明该方法可行、有效。

参考文献

- [1] 孙晓昶, 皇甫堪, 程翥, 等. GPS 接收机联合空时抗干扰方法[J]. 通信学报, 2003, 24(9): 93-102.
- [2] PIERRE J. Experiment performance of calibration and direction-finding algorithm[C]. Proc IEEE ICASSP, 1991.
- [3] SEE C M S. Sensor array calibration in the presence of mutual coupling and unknown sensor gains and phases[J]. Electron Lett, 1994, 30(5): 373-374.
- [4] FANTE R L, VACCARO J J. Wideband cancellation of interference in a GPS receive array[J]. IEEE Trans. AES, April 2000, 36(2): 549-564.
- [5] 孙晓昶. GPS 接收机联合空时抗干扰技术研究[D]. 国防科技大学工学博士学位论文, 2003, (10): 109-119.
- [6] SIDIROPOULOS N D, GEORGIOS G B, BRO R. Blind PARAFAC receivers for DS-CDMA systems[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2000, 48(3): 810-821.
- [7] SIDIROPOULOS N D, BRO R, GEORGIOS G B. Parallel factor analysis in sensor array processing[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2000, 48(8): 2377-2388.
- [8] HARSHMAN R A. Foundations of the PARAFAC procedure: Model and conditions for an "explanatory" multi-mode factor analysis[R]. UCLA Working papers in phonetics, 1970, 16(1): 1-84.
- [9] KRUSKAL J B. Three-way arrays: Rank and uniqueness of trilinear decompositions, with applications to arithmetic complexity and statistics[R]. Linear Algebra Applications 1977, 18: 95-138. (收稿日期: 2006-11-11)