

影子价格在露天矿卡车调度系统中的应用研究

张永库, 王 晶

(辽宁工程技术大学 电子与信息工程学院, 辽宁 葫芦岛 125105)

摘要: 提出了线性规划的对偶问题, 在影子价格基本理论的基础上, 阐述了影子价格的经济含义与计算过程。结合具体实例阐述了如何运用影子价格理论指导企业经营管理, 从而提高企业的经济效益。

关键词: 露天矿; 对偶问题; 影子价格; 资源配置

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2011)11-0076-03

The research and application of the shadow prices in the open-pit truck dispatching system

Zhang Yongku, Wang Jing

(Electronic and Information Engineering, Institute of Liaoning Technical University, Huludao 125105, China)

Abstract: A significant performance index in truck dispatching system of strip mines is the utilization of the trucks and excavators, which directly affects the efficiency of the whole production. A dual problem of linear programming is developed in this paper, and described the economic implication of the shadow price and calculation based on the basic theory of the shadow price. Explained with concrete examples how to use the shadow price theory to guide the enterprise management, thereby increase the economy benefit of the enterprise.

Key words: open-pit mine; dual problem; shadow price; resource configuration

钢铁工业是国家工业的基础之一, 铁矿是钢铁工业的主要原料基地, 许多现代化铁矿是露天开采。它的生产主要由电动铲车装车, 卡车运输来完成, 而提高这些大型设备的利用率是增加露天矿效益的首要任务。露天矿卡车调度系统是近 30 年来世界范围内发展起来的一项新技术, 它能够使生产效益得到显著提高, 是现代科学技术在采矿工业的一项成功应用^[1]。随着计算机技术、现代通信技术及其他相关技术的迅猛发展, 计算机调度系统将发挥越来越大的作用。通过采运设备的实时调配进行生产计划指标任务的完成及生产过程中是否合理地组织、实施卡车调配, 将直接影响露天矿整个生产系统的生产效率和经济效益。然而影子价格可反映资源得到的最佳配置价格, 能够指导企业经营管理者进行合理地调度。

在线性规划模型中的资源利用问题中, 对偶模型的最优解——影子价格是著名的前苏联数学家线性规划创始人、诺贝尔经济学奖获得者康特罗维奇首先提出

的。随着社会经济的发展, “影子价格”理论在当代经济领域的应用越来越广泛, 其最大的优点在于对现在资源进行合理分配, 将有限的资源用于产出最大的生产中。借助“影子价格”的计算, 来预测每一单位的有限资源的变化对企业经济效益的影响, 从而为经济管理者、合理地预测和决策提供依据。

1 影子价格简介

1.1 影子价格的含义

影子价格又称最优计划价格或效率价格, 它是指有限资源或产品在最优分配、合理利用的条件下, 对社会目标的边际贡献或边际效益, 所以也称为资源的机会成本或边际产出, 表示资源在最优组合时, 具有的“潜在价值”或“贡献”。在单纯形算法中, 设 B 是最优基, $X^B = B^{-1}b$, 其余 $X_j = 0$ 是最优解; 最优值 $Z^* = C_B B^{-1}b$, 取 $Y = C_B B^{-1} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ 则 Y 是对偶最优解。设 b_i 有单位增量, 即 $\Delta b_i = 1$, 其他参数不变。若原最优基不变, 则 $Z + \Delta Z = C_B B^{-1}(b + (0 \cdots \Delta b_i \cdots 0)) = Z + Y_i \Delta b_i$, 即 $\Delta Z = Y_i \Delta b_i = Y_i$ 。所以 Y_i 表示

技术与方法 Technique and Method

在原问题已取得最优解情况下,第*i*种资源改变一个单位时总收益的变化值,即 Y_i 是对第*i*种资源的一种价格估计。这种价格估计不是第*i*种资源的实际成本或价值,而是由该企业在制定产品的收益来估计所用资源的单位价值称为影子价格。

1.2 影子价格的计算

在经营管理过程中,对偶问题的解是影子价格的经济解释,常用来讨论怎样才能获得最大利润或者怎样才能使总成本达到最小,它们是同一经营管理过程中的两种不同的线性规划模型。这两种最优化模型从不同角度对一个实际问题提出并进行描述,组成一对互为对偶的线性规划,如果把其中一个称为线性规划原问题的话,另一个就称为它的对偶问题。根据线性规划的最优性,可知当原问题与对偶问题的目标函数值相等时,即为最优解。在线性规划中,若原问题的模型是:假设经济活动过程涉及*n*种活动,其水平用 $X=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 表示,从事这些活动所消耗的资源有*m*种,资源的供应为 $b=(b_1, b_2, b_3, \dots, b_m)$,则使*n*种经济活动达到最优的条件是^[2]:

$$\begin{cases} \max Z=c_1x_1+c_2x_2+\dots+c_nx_n \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

线性规划具有对偶性,原问题与对偶问题互为对偶。如果原问题为资源的最优使用,求目标函数的极大值;其对偶问题则是资源的恰当估价,求目标函数的极小值,这说明对偶问题的对偶变量代表着资源的一种价格。线性规划的原问题与对偶问题之间存在对称关系,影子价格线性规划模型的对偶模型。基于以上原理,得出影子价格线性规划的对偶问题的模型是:

$$\begin{cases} \min W=b^T y_1+b^T y_2+\dots+b^T y_n \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \\ y_1, y_2, \dots, y_n \geq 0 \end{cases}$$

式中: c 为目标函数系数, a 为约束条件的系统, Z 为吨公里数, C_B 为对应于基变量 X_B 目标函数系统, B 为约束条件的系数矩阵,即

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

线性规划的原问题与对偶问题之间存在对称的关系。将原问题引入松弛变量后化成标准形式,通过迭代得出线性规划原问题的最优解 $\max Z=C_B B^{-1}b$ 。根据线性规划的最优性,原问题的对偶问题的最优解为 $y^*=C_B B^{-1}$, $\min W=\max Z=C_B B^{-1}b$,其中 $y_i(i=1, \dots, m)$ 就是第*i*种资源

的影子价格,即: $\frac{\partial Z}{\partial b_i}=C_B B^{-1}$ 。

2 影子价格在露天矿生产中的应用

对偶解的经济含义就是在给定的生产条件下,资源每增加一个单位时引起目标函数值的增量。代表了对一个单位第*i*种资源的估价。这种估价不是资源的市场价格,而是根据资源在生产中做出的贡献而作的估价。通常称对偶解为影子价格,它表明了对偶解是对生产系统内部资源的一种定量估价,具有虚拟性,不是真实的价格。客观上,在生产管理系统内部资源的影子价格反映了该资源的稀缺程度,影子价格越高,说明该资源对利润收益的贡献越大。当影子价格不为零,表明该种资源在生产中已耗尽完毕;当影子价格等于零,表明该种资源在生产过程中未得到充分利用,不用补给^[3]。

露天矿是一个以采剥为中心,以运输为纽带的复杂大型生产系统。通过应用影子价格能合理地增加、减少资源,达到合理调配。资源的影子价格又是一种机会成本,露天矿卡车调度系统中,某种资源的影子价格大于零时,企业增进该种资源是有利的,反之,企业暂时不增加甚至可以适当减少该资源。影子价格不是固定不变的,当约束条件、产品利润等发生变化时,有可能使影子价格发生变化。同一种资源,处于不同的范围与条件,其影子价格不一定相同,即使在同一范围内,如条件发生了变化,则各种资源的影子价格也可能发生变化。因此露天矿企业可以一直处在“最优”的状态下,使资源的配置更加合理,并且在资源投入增加时就掌握了主动性,使企业的利润不断提高。

3 应用实例

3.1 矿山基本情况

对某露天铁矿进行实例研究,其主要产品为磁铁矿,平均地质品位30.6%,露天矿有5个铲点,2个卸点,3台电铲,6台卡车。产量要求分别为:卸点I 1.40万吨、卸点II 1.20万吨,一个班次工作时间为8h,如表1所示。

表1 各铲位和各卸点之间的距离/km

指标	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5
卸点I	3.25	4.13	0.78	3.45	6.17
卸点II	4.14	4.76	3.54	3.17	2.23

3.2 线性规划的目标函数

在完成卸点产量要求的前提下,综合运距最小,同时出动最少的电铲和卡车,从而使运输成本最小(即吨公里数最小),目标函数为: $\min Z=\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Gx_{ij}L_{ij}$

式中, G 为卡车的载重量135(吨); L_{ij} 为铲点*i*到卸点*j*的距离; x_{ij} 为铲点*i*到卸点*j*的车次数^[4]。则目标函数如下式:

$$\min Z=3.25X_{11}+4.13X_{12}+0.78X_{13}+3.25X_{14}+3.45X_{15}+6.17X_{16}+4.14X_{21}+3.76X_{22}+3.54X_{23}+3.17X_{24}+2.23X_{25}$$

技术与方法 Technique and Method

3.3 资源的约束条件

露天矿是一个以采剥为中心,以运输为纽带的大型生产系统。采用影响露天矿生产的最关键的资源种类作业的约束条件^[5]。

(1)电铲约束:一台电铲不能同时为两辆卡车服务,所以一台电铲在一个班次中最大的可能产量为 $8 \times 20 \times 135$ (吨)。

(2)卸点约束:对于第 i 个卸点的吨数应该满足卸点的产量要求,即 1.60 万吨。

(3)卡车约束:该露天矿只有 3 台卡车,所以生产的矿石总量应该小于卡车的总运载能力。

(4)时间约束:一个班次工作时间为 8 h。对于 i 卸点,从铲点 j 到卸点一次运输时间等于装车时间 T_a ,卸车时间 T_b 以及卡车在铲位和卸点运行时间 $\frac{2L_{ij}}{V}$ 之和。

3.4 影子价格计算

根据电铲、卸点、卡车、时间的资源量作业限制条件列出条件方程,将条件方程的系数、资源限量、目标函数组成一个增广矩阵 A 。将此矩阵 A 进行转置,取得转置矩阵 A^T ,求解转置后矩阵即可解出条件方程中各资源的影子价格,用 Matlab 求解得最优解为 $Y^* = (0.32, 0, 0.27, 0.17)$ 通过影子价格可知,增加 1 台电铲生产矿石,矿石总产量会增加 0.32 万吨;增加 1 个卸点矿石总产量没有变化,说明卸点资源不稀缺,如果增加这种资源,只能造成积压,不会增加产量和效益;增加 1 台卡车,总产量会增加 0.27 万吨;增加 1 h 工作时间,总产量会增加 0.17 万吨。现有的资源中卸点相对剩余,因此若增加这种资源,只能造成积压不会增加产量和效益。

由于影子价格用货币表示时,同样受到通货膨胀率及供求关系的影响,所以同其他商品的影子价格一样,露天矿水价亦具有时限性。由于各地区矿存储量与开发

难易程度差别很大,及不同地区的品位不同和采矿所有的设备不同,显然影子价格具有明显的地区性,因此求得的影子价格具有地区性。同样对于地理位置、天气情况、电铲和卡车的工作能力等使得影子价格具有时限性。

通过对大型露天矿卡车调度系统的研究,提出了影子价格,并以露天铁矿为例进行了初步研究。结果表明,这种方法在我国卡车运输露天矿中具有实用价值,适合露天矿的现在管理水平和理手段,既能满足生产需要又能节省资金并且能合理地进行资源配置,大大提高了露天矿资源的利用率,降低了生产成本。文中所提出的对偶问题和影子价格是对露天矿卡车调度系统的改进和发展。

参考文献

- [1] 孙效玉,宋守志.露天矿卡车优化调度系统实时调度方法[J].金属矿山,2005,35(8):14-17.
- [2] 王松林,曹林.基于对偶线性规划模型的影子水价计算[J].安徽农业科学,2008,36(16):6607-6608.
- [3] HAMILTON K, BOLT K. Resource price trends and development prospects [J]. Portuguese Economic Journal, 2004, 3 (2):51-54.
- [4] 朱求长.运筹学及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,2004.
- [5] 王华,刘万军.基于贪心算法的露天矿卡车调度的应用研究[J].微型机与应用,2010,29(1):8-10.

(收稿日期:2010-10-10)

作者简介:

张永库,男,1972年生,副教授,硕士研究生导师,主要研究方向:计算机软件与理论。

王晶,女,1985年生,硕士研究生,主要研究方向:计算机软件与理论。