

基于三次样条的多焦面曲线拟合*

王春申, 阿木古楞, 刘颖

(内蒙古农业大学 计算机信息工程学院, 内蒙古 呼和浩特 010018)

摘要: 在变形雅可比($p=4, q=3$)-傅里叶矩的基础上采用三次样条拟合特征空间轨迹, 保证了插值函数光滑性, 并且通过限定每个三次多项式的一阶和二阶导数, 使其在断点处相等, 成功地逼近每对断点间的曲线, 从而能够更好地对曲线进行拟合, 并验证包含图像信息量最大的矩值。

关键词: 不变矩; 多焦面图像; 三次样条; 拟合

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2011)10-0048-03

Curve fitting of multi-focus image based on cubic spline

Wang Chunshen, Amu Guleng, Liu Ying

(College of Computer and Information engineering of Inner Mongolia Agricultural University, Huhehaote, Inner Mongolia, 010018, China)

Abstract: The paper in deformation jacobian ($p=4, q=3$)-Fourier torque on the basis of three times spline fitting track, guarantee the feature space, and smooth interpolation function by fixing every cubic polynomial the first and second order derivative, so that in the breakpoint place equal, successful approximation of each breakpoint between, which could better curve of curve fitting.

Key words: invariant moments; multi-focus image; cubic spline; fitting

变形雅可比($p=4, q=3$)-傅里叶矩^[1-6]对于图像的平移、旋转、灰度、尺度等多种畸变不变性和噪声不敏感, 具有基本不变值的矩, 并且用于图像的特征提取时, 只用一个很小的图像描述量集合就可以代表图像。变形雅可比矩反映了图像函数到一些特定基本函数的映射关系, 从而确保了由一定数量的不变矩作为描述量描述图像的可能性和可靠性。由于变形雅可比矩是一种高度浓缩的图像特征, 具有平移、尺度、旋转等多畸变不变性, 因此变形雅可比矩和矩函数被广泛用于图像的特征提取、模式识别中。

近几年来, 曲线拟合是计算机辅助几何设计中的一个重要研究课题, 在计算机图形学、逆向工程、数值计算等方面有着广泛的应用。人们提出了许多各具特色的曲线拟合算法用于曲线描述, 李二涛等人提出了一种基于最小二乘的曲面拟合算法^[7], 采用该算法进行曲面拟合, 拟合的曲面精度高, 但是当出现尖峰厚尾的分布时, 很难确定其密度函数。分段低次样条插值虽然计算简单、稳定性好、收敛性有保证且易于实现, 但只能保证各小段曲线在连接处的连续性, 不能保证整件曲线的光滑

性。利用三次样条插值, 既可保持分段低次插值多项式, 又可提高插值函数光滑性。在三次样条中, 通过限定每个三次多项式的一阶和二阶导数, 使其在断点处相等, 能够成功地逼近每对断点间的曲线, 较好地确定所有内部三次多项式, 与原曲线具有极大的相似性^[8-11]。

本文采用变形雅可比($p=4, q=3$)-傅里叶矩对多焦面图像特征提取, 用三次样条对特征空间轨迹进行拟合^[12-16]。

1 变形雅可比($p=4, q=3$)-傅里叶矩理论和三次样条1.1 变形雅可比($p=4, q=3$)-傅里叶矩理论推导

在区间 $[0, 1]$ 内径向雅可比多项式可定义为:

$$G_n(p, q, r) = \frac{\Gamma(q+n)}{\Gamma(p+2n)} \sum_{m=0}^n (-1)^m \binom{n}{m} \frac{\Gamma(p+2n-m)}{\Gamma(q+n-m)} r^{n-m} \quad (1)$$

若设 $s=n-m$, 且当 $p=4, q=3$ 时, 雅可比多项式可转化为:

$$J_n(r) = a_n \sqrt{(1-r)r} \sum_{s=0}^n b_{ns} r^s \quad (2)$$

其中:

$$a_n = (-1)^n \sqrt{\frac{(2n+4)}{(n+3)(n+1)}}, \quad b_{ns} = (-1)^s \frac{(n+s+3)!}{(n-s)!s!(s+2)!}$$

式中, n, m 为多项式的阶数, n 为非负整数, m 的取值范围为 $-n \leq m \leq n$, s 的范围为 $0 \leq s \leq n$ 。

多项式满足正交归一化条件:

* 基金项目: 国家自然科学基金 (609670001)

$$\int_0^1 J_n(r)J_k(r)rdr=\delta_{nk} \quad (3)$$

这样在极坐标系 (r, θ) 中,可以定义一个函数系 $P_{nm}(r, \theta)$,由径向函数 $J_n(r)$ 和角向函数 $\exp(jm\theta)$ 组成:

$$P_{nm}(r, \theta)=J_n(r)\exp(jm\theta) \quad (4)$$

显然,函数系 $P_{nm}(r, \theta)$ 也满足正交归一化条件:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 P_{nm}(r, \theta)P_{kl}(r, \theta)rdrd\theta=\delta_{mkl} \quad (5)$$

根据正交性理论,当函数 $f(r)$ 满足狄里赫莱条件时,可以将其按以 $p(r)$ 为权函数的正交归一化多项式 $\{p_n(r)\}$ 展开成广义傅里叶级数。则 $f(r, \theta)$ 可展开为:

$$f(r, \theta)=\sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \Phi_{nm}J_n(r)\exp(jm\theta) \quad (6)$$

因此,可得变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩:

$$\Phi_{nm}=\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta)J_n(r)\exp(-jm\theta)rdrd\theta \quad (7)$$

其中 $f(r, \theta)$ 为图像函数, r 的取值范围为 $[0, 1]$ (表示目标图像在极坐标系的尺度大小)。实质上,变形雅可比矩指的是以目标图像的质心为坐标原点的中心矩。

在笛卡尔坐标系下 $f(x, y)$ 是归一化图像, s_2 为积分区域,这样得到了在笛卡尔坐标系下计算 PJFM's 的通用公式:

$$\phi_{nm}=\frac{1}{2\pi} \int_{s_2} f(x, y)J_n(r)\exp(-jm\theta)rdrd\theta \quad (8)$$

其中, $r=\sqrt{x^2+y^2}$ $\theta=\arctan(\frac{y}{x})+k\pi, 0 \leq \theta < 2\pi$

$$s_2=\{(x, y) | -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{2}}\}$$

1.2 三次样条特征空间轨迹

定义:设 $[a, b]$ 上有插值节点, $a=x_1 < x_2 < \dots < x_n=b$,对应函数值为 y_1, y_2, \dots, y_n 。若函数 $S(x)$ 满足 $S(x_j)=y_j(j=1, 2, \dots, n)$, $S(x)$ 在 $[x_j, x_{j+1}](j=1, 2, \dots, n-1)$ 上都是不高于三次的多项式。当 $S(x)$ 在 $[a, b]$ 具有二阶连续导数,则称 $S(x)$ 为三次样条插值函数。要求 $S(x)$ 只需在每个子区间 $[x_j, x_{j+1}]$ 上确定一个三次多项式,设为:

$$S(x_j)=ax_3+bx_2+cx_1+d_j, (j=1, 2, \dots, n-1) \quad (9)$$

其中 a_j, b_j, c_j, d_j 待定,并要使它满足:

$$S(x_j)=y_j, S(x_j-0)=S(x_j+0) (j=2, \dots, n-1) \quad (10)$$

$$S'(x_j-0)=S'(x_j+0), S''(x_j-0)=S''(x_j+0) (j=2, \dots, n-1) \quad (11)$$

式(10)、(11)共给出 $n+3(n-2)=4n-6$ 个条件,需要待定 $4(n-1)$ 个系数,因此要唯一确定三次插值函数,还要附加两个边界条件。通常由实际问题对三次样条插值在端点的状态要求给出。常用边界的条件有以下3类。

第1类边界条件:给定端点处的一阶导数值, $S'(x_1)=y_1', S'(x_n)=y_n'$ 。

第2类边界条件:给定端点处的二阶导数值, $S''(x_1)=y_1'', S''(x_n)=y_n''$ 。特殊情况 $y_1''=y_n''=0$,称为自然边界条件。

第3类边界条件是周期性条件,如果 $y=f(x)$ 是以 $b-a$ 为周期的函数,于是 $S(x)$ 在端点处满足条件 $S'(x_1+0)=S'(x_n-0), S''(x_n+0)=S''(x_n-0)$ 。

2 曲线拟合实验研究

2.1 算法实施步骤

(1)将数据库中15张不同焦面的闹羊花图像进行小波变换边缘检测,得到边缘图像,并作为样本图像,以便下一步特征提取,然后从样本图像中选取8张图像作为训练图像;

(2)计算样本图像的变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩 $M=2, N=0, 1, 2, \dots, N$ 时的值,图1所示为用三次样条插值曲线插值变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩 $N=1, 3, 4, 6$ 时的训练序列点。

图1中实线为数据库中所有图像的同一个变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩,虚线为训练序列变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩 $M=2, N=1, 3, 4, 6$ 的三次样条插值曲线。

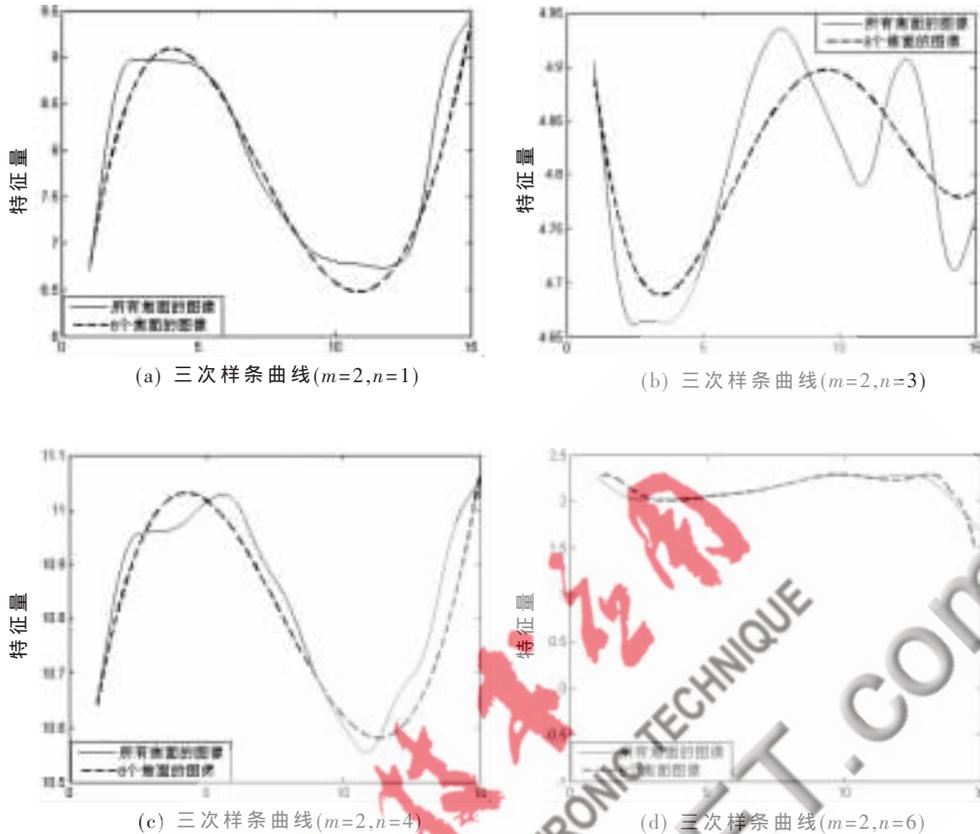
2.2 结果分析

由图1可知,三次样条插值曲线光滑地经过训练序列点,并且极其成功地拟合了变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩在 $M=2, N=1, 4, 6$ 的训练序列点。 $M=3$ 时,三次样条插值曲线对训练序列点拟合得非常差,说明该阶矩所包含的图像信息量非常少。在 $M=6$ 时,两条曲线最相似,说明该阶矩包含图像的信息最多。

本文利用变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩描述多焦面图像,该矩具有平移、旋转、灰度、尺度等多种畸变不变性和噪声不敏感,被广泛用于图像的特征提取。采用三次样条拟合特征空间轨迹,保证了插值函数光滑性,并且通过限定每个三次多项式的一阶和二阶导数,使其在断点处相等,成功地逼近每对断点间的曲线。该方法可以有效地识别出含有图像信息最丰富的矩值。

参考文献

- [1] 阿木古楞, 杨性愉, 平子良. 基于变形雅可比 $(p=4, q=3)$ -傅里叶矩的形状识别研究[J]. 模式识别与人工智能, 2005, 18(1): 75-80.
- [2] 平子良, 任海萍, 盛云龙, 等. 一种广义正交不变图像矩: 雅可比-傅里叶矩[J]. 光子·激光, 2008, 19(7): 387-393.
- [3] 王枚, 王国宏, 高学强, 等. 基于小波变换和不变矩的车标识别方法[J]. 海军航空工程学院学报, 2007, 23(6): 655-658.
- [4] FU B, ZHOU J Z, LI Y H, et al. Novel recursive and symmetric algorithm of fast computing two kinds of orthogonal radial moments, The Imaging Science Journal, 2008, 56: 333-341.
- [5] 陈月姣, 阿木古楞, 李凯智. 计算变形雅可比-傅里叶矩的改进算法[J]. 光子·激光, 2010, 21(6): 940-943.
- [6] 高国荣, 李文敏, 潘琼. 基于边缘检测与归一化相关矩的图像融合方法[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(27):

图 1 用三次样条曲线插值雅可比($p=4, q=3$)傅里叶矩训练序列点

- 194-196.
- [7] 李二涛, 张国焯, 曾虹. 基于最小二乘的曲面拟合算法研究[J]. 杭州电子科技大学学报, 2009, 29(2): 48-51.
- [8] NEIBERG L, CASASSENT D. Feature space trajectory classifier neural network. Proc. IEEE, 1990, 78(9): 1481-1497.
- [9] 孙同明, 许珉, 杨育霞. 应用三次样条函数快速计算插值 FFT 算法[J]. 电力自动化设备, 2007, 7(16): 60-62.
- [10] 夏省祥, 于正文. 三次样条函数的自动求法[J]. 山东建筑工程学院学报, 2003, 18(4): 86-89.
- [11] Ping Ziliang, Sheng Yunlong, DESCHENES S. et al. Fourer-mellin descriptor and interpolated feature space trajectories for three-dimensional object recognition[J]. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2000, 39(5): 1260-1266.
- [12] 姜志国, 韩冬兵, 薛斌党, 等. 基于区域小波变换的序列显微图像融合[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 42(4): 399-403.
- [13] 徐丽群, 叶子, 徐善财, 等. 一种快速简单多焦面显微图像融合方法[J]. 光学仪器, 2009, 29(5): 13-17.
- [14] 邱元芳, 杨鸣. 一种基于小波的显微图像融合算法[J]. 宁波大学学报, 2006, 19(3): 286-289.
- [15] 陈木生. 图像融合技术在图像去噪中的应用[J]. 泉州师范学院学报, 2007, 25(2): 49-51.
- [16] 胡新荣, 李德华, 陈伟, 等. 从二维图像序列获取三维轮廓的算法及其实现[J]. 计算机工程与应用, 2005, 23: 9-12.

(收稿日期: 2011-01-07)

作者简介:

王春申, 女, 1985 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 图像分析与识别, 光电子学。

阿木古楞, 女, 1966 年生, 教授, 主要研究方向: 图像分析与识别, 光电子学。

刘颖, 女, 1986 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 图像分析与识别, 光电子学。