

基于改进神经网络的非线性系统观测器设计

徐志超,周玉国,于凤满

(青岛理工大学 自动化工程学院,山东 青岛 266033)

摘要: 根据非线性系统利用前馈网络的函数逼近能力,设计了一种神经网络观测器,并利用网络权值校正法,建立 Lyapunov 函数对观测器的稳定性进行了分析。为了加快训练速度,在训练网络时采用 LM 优化算法来实现,仿真结果不仅证明了所设计的神经网络观测器的有效性,还证实了神经网络改进算法后的优越性。

关键词: 非线性系统;状态观测器;BP 神经网络;稳定性;仿真

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2011)08-0076-03

Design of observers for nonlinear systems based on improved neural-network

Xu Zhichao, Zhou Yuguo, Yu Fengman

(School of Automation, Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China)

Abstract: In this paper, a neural-network observer for nonlinear systems is designed based on the approximation capability of forward feed-back neural networks. The weights updating mechanism and the Lyapunov function is used for analysing the stability of the state observer. Furthermore, Levenberg-Marquardt optimization algorithm is proposed in order to improve the speed of back propagation learning. Simulation results can demonstrate not only the validity of neural-network observer, but also can confirm the advantage of improved algorithm.

Key words: nonlinear system; state observer; back propagation; stability; simulation

近年来,鉴于神经网络的特性和发展潜力,神经网络成为研究的热点之一。伴随着控制对象复杂性的提高,系统存在的不确定因素和难以确切描述的非线性特性也随之增多,神经网络的研究和发展显得尤为重要。与传统控制系统状态观测器相比,神经网络状态观测器具有更强的逼近非线性函数的能力和容错性,尤其适用于多输入多输出系统。

与线性定常系统中的设计^[2]相比,本文是在非线性系统中利用前馈神经网络的函数逼近能力,设计出了一种神经网络观测器,并对观测器的稳定性进行了分析。本文采用了 LM 优化算法来改进 BP 网络,由于其算法可以比标准梯度下降法网络训练速度提高几十甚至上百倍^[3],从而大大提高了工作效率。仿真结果说明了设计的合理性和有效性。

1 观测器设计原理

神经网络观测器的原理与传统状态观测器相似,都

是利用重构的思想。神经网络的主要作用是来逼近系统中的非线性函数。首先将输入量 u 、状态变量 x 作为 BP 神经网络的输入,对神经网络进行训练,使其逼近非线性函数 $h(x,u)$;然后将训练好的网络用于构成观测器,并通过神经网络观测器的输出 \hat{y} 与原来系统的输出 y 的差值来确定调整 BP 网络的权值,使其获得想要的状态估计变量 \hat{x} 。系统只有 y 可以直接测量。

设计一个神经网络观测器关键是找一个神经网络去识别非线性,并且利用传统的观测器思想去重构状态。因此,神经网络观测器模型如图 1 所示。

2 神经网络非线性系统观测器的建立

给定如下的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax + h(x, u) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(t) \in R^n$ 状态变量, $u(t) \in R^q$ 表示输入变量, $y(t) \in R^m$ 表示输出变量, $h(x,u)$ 表示 r 维未知非线性函数向量,

技术与方法 Technique and Method

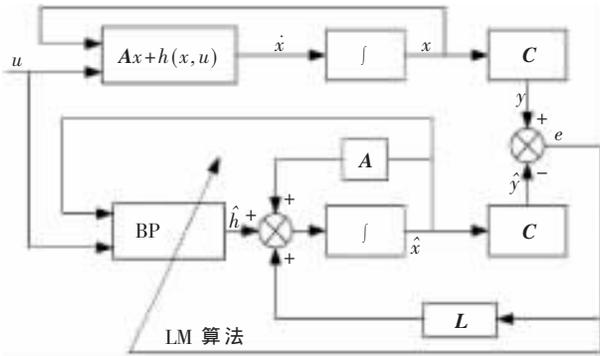


图1 非线性系统神经网络观测器模型

$A \in R^{n \times n}$ 、 $C \in R^{m \times n}$ 为已知定常矩阵, (A, C) 是可观测的。

因此, 系统(1)的状态观测器描述为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x} + \hat{h}(\hat{x}, u) + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中, \hat{x} 、 \hat{y} 分别表示状态和输出观测量, L 是使 $(A - LC)$ 渐进稳定的 Hurwitz 矩阵。

给出 BP 网络输入与输出的关系 $y = Wf(Vx)$, 依据前馈神经网络函数具有任意精度逼近的性能, 在给定逼近误差 $\varepsilon(x) > 0$ 情况下, 一定有三层 BP 网络在 $\varepsilon(x)$ 允许的范围内逼近非线性函数 $h(x, u)$ 。用 $\eta(x)$ 作为一个光滑函数从 $R^n \rightarrow R^m$ 。表示如下:

$$\eta(x) = Wf(Vx) + \varepsilon(x) \quad (3)$$

式中, $f(\cdot)$ 是 Sigmoid 型函数作为激励函数, V 表示第一层输入层到第二层隐含层的权值矩阵, 即 $V^T = [v_{21}]$, 且第一列包含着阈值向量 $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r]$; W 表示第二层隐含层到第三层输出层的权值矩阵, 即 $W^T = [w_{32}]$; $\varepsilon(x)$ 是神经网络逼近误差, 满足 $\|\varepsilon(x)\| \leq \varepsilon_N$ 。 ε_N 是边界函数, 由隐含层神经元数 r 决定。假定权值 W 和 V 有界限, 则有 $\|W\|_F \leq W_M$ 和 $\|V\|_F \leq V_M$ 。

依据神经网络逼近性能, 在系统(1)中用 $\eta(x)$ 来代替光滑非线性函数 $h(x, u)$, 得:

$$h(x, u) = Wf(Vz) + \varepsilon(x) \quad (4)$$

其中 $z = [x \ u]^T$ 。

因此, 神经网络函数估计如下:

$$\hat{h}(\hat{x}, u) = \hat{W}f(\hat{V}\hat{z}) \quad (5)$$

所以描述观测器的式(2)被替换为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x} + \hat{W}f(\hat{V}\hat{z}) + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (6)$$

定义状态和输出误差为 $e = x - \hat{x}$ 和 $\tilde{y} = y - \hat{y}$, 误差动态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Ae + Wf(Vz) - \hat{W}f(\hat{V}\hat{z}) - L(y - \hat{y}) + \varepsilon(x) \\ \tilde{y}(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (7)$$

在式(5)右侧加上 $BWf(\hat{V}\hat{z})$, 简化得到:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = He + e_w f(\hat{V}\hat{z}) + \xi(t) \\ \tilde{y}(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $e_w = W - \hat{W}$ 为神经网络权值估计误差, $H = A - LC$ 为渐近稳定的 Hurwitz 矩阵, $\xi(t) = BW[f(Vz) - f(\hat{V}\hat{z})] + \varepsilon(x)$ 是一个有界的干扰, 满足 $\|\xi(t)\| \leq \bar{\xi}$, $\bar{\xi}$ 是正常数。

3 神经网络观测器稳定性分析

为了训练神经网络, 在一定条件下定义一个恰当的学习规则, 就是要保证观测器的稳定性。本文神经网络观测器稳定性的主要思想是采用权值校正机制, 通过选择 Lyapunov 函数, 使其变成负定来达到稳定。此外, 网络的权值校正是基于 BP 算法增加一些修正量来保证观测器的稳定的一种办法。

定理 基于系统模型(1)和观测器模型(6), 对神经网络参数线性化的权值进行校正:

$$\dot{\hat{W}} = -\eta \left(\frac{\partial J}{\partial \hat{W}} \right)^T - \rho \|\hat{W}\| W \quad (9)$$

其中, $\eta > 0$ 是学习率, $J = \frac{1}{2} (\hat{y}^T - y)^T$ 是目标函数, ρ 是一个小正数, $e_w, \tilde{y}, e_w \in L_\infty$ 。

根据定理得到修正好的神经网络权值, 表示如下:

$$\hat{W} = S e_f^T (\hat{V}\hat{z}) - \rho S \|e\| \hat{W} \quad (10)$$

$$\hat{V} = \{ \hat{W}f(\hat{V}\hat{z}) [1 - f(\hat{V}\hat{z})] \}^T T e \hat{z}^T - \rho T \|e\| \hat{V} \quad (11)$$

其中,

$$S = -\eta H^{-T} C^T C, S = S^T > 0$$

$$T = -\eta_2 H^{-T} C^T C, T = T^T > 0$$

$\eta, \eta_2 > 0$ 是学习率, ρ 是一个很小的正数。矩阵 S 和 T 是控制收敛速度的任意常数矩阵, 根据式(10)、式(11)的权值误差为 $e_w = W - \hat{W}$ 和 $e_v = V - \hat{V}$ 。

所以可以表示为:

$$\dot{e}_w = -S e_f^T (\hat{V}\hat{z}) + \rho S \|e\| \hat{W} \quad (12)$$

$$\dot{e}_v = -\{ \hat{W}f(\hat{V}\hat{z}) [1 - f(\hat{V}\hat{z})] \}^T T e \hat{z}^T + \rho T \|e\| \hat{V} \quad (13)$$

选择正定的 Lyapunov 函数^[5]如下:

$$\tau = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} \text{tr}(e_w^T S^{-1} e_w) + \frac{1}{2} \text{tr}(e_v^T T^{-1} e_v) \quad (14)$$

其中 $P = P^T > 0$ 满足:

$$H^T P + P H = -Q \quad (15)$$

P 是 Q 为正定矩阵时的正定解。

将式(14)求导如下并将式(12)、(13)、(15)代入得:

$$\begin{aligned} \dot{\tau} = & -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P [e_w f(\hat{V}\hat{z}) + \xi] + \\ & \text{tr}[-e_w^T e_f (\hat{V}\hat{z})^T + \rho e_w^T \|e\| \hat{W}] + \\ & \text{tr}\{-e_v^T T^{-1} [\hat{W}f(\hat{V}\hat{z}) (1 - f(\hat{V}\hat{z}))]^T T e \hat{z}^T + \rho e_v^T \|e\| \hat{V}\} \end{aligned} \quad (16)$$

首先, 为了简化稳定性分析用 $\text{sgn}(\hat{z})$ 替换 \hat{z} , 其中

技术与方法 Technique and Method

$sgn(\hat{z})$ 是符号函数,为:

$$sgn(\hat{z}) = \begin{cases} 1, & \text{for } \hat{z} > 0 \\ 0, & \text{for } \hat{z} = 0 \\ -1, & \text{for } \hat{z} < 0 \end{cases} \quad (17)$$

其次,为了说明式(16)是一个负半定的函数,依据 $tr(AB^T) = B^T A$ 和下面的不等式^[5]得:

$$\begin{cases} tr[e_w^T(W - e_w)] \leq W_M \|e_w\| - \|e_w\|^2 \\ tr[e_v^T(V - e_v)] \leq V_M \|e_v\| - \|e_v\|^2 \end{cases} \quad (18)$$

$$tr[-e_w^T e f(\hat{V}\hat{z})^T] \leq f_m \|e_w\| \|e\| \quad (19)$$

其中, $W_M = \sup(W)$, $V_M = \sup(V)$, $f_m = \sup(f)$ 。然后再通过使用 $f_m(1-f_m) \leq f_m$, $\|\hat{W}\| = \|W - e_w\| \leq W_M + \|e_w\|$ 和式(19),得下面不等式为:

$$\begin{aligned} & tr\{-e_v^T T^{-1} \{\hat{W}f(\hat{V}\hat{z})[1-f(\hat{V}\hat{z})]\}^T T e \cdot sgn(\hat{z})^T\} \\ & \leq \|e_v\| \|T\|^{-1} f_m (W_M + \|e_w\|) \|T\| \|e\| \end{aligned} \quad (20)$$

定义 K_1 、 K_2 和 K_3 为:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{\|T\| \|T^{-1}\| f_m}{2} \\ K_2 = \frac{\|P\| f_m + f_m + \rho W_M}{2(\rho - K_1^2)} \\ K_3 = \frac{2K_1 W_M + \rho V_M}{2(\rho - 1)} \end{cases} \quad (21)$$

然后,在式(16)右侧分别加上 $K_1^2 \|e_w\|^2 \|e\|$, $K_2^2 \|e\|$, 分别减去 $\|e_v\|^2 \|e\|$, $K_3^2 \|e\|$, 得到:

$$\begin{aligned} \dot{\tau} \leq & -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 + \|e\| [\|P\| \xi + (\rho - K_1^2) K_2^2 + \\ & (\rho - 1) K_3^2 - (\rho - K_1^2) (K_2 - \|e_w\|)^2 - \\ & (\rho - 1) (K_3 - \|e_v\|)^2 - (K_1 \|e_w\| - \|e_v\|)^2] \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\lambda_{\min}(Q)$ 表示 Q 的最小特征值。假定 $\rho \geq K_1^2$ 且 $\rho \geq 1$, 则式(22)变为:

$$\dot{\tau} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 + \|e\| [\|P\| \xi + (\rho - K_1^2) K_2^2 + (\rho - 1) K_3^2] \quad (23)$$

为了保证 $\dot{\tau}$ 是负半定的即 $\dot{\tau} \leq 0$, 能获得下面的 $\|e\|$:

$$\|e\| > \frac{2[\|P\| \xi + (\rho - K_1^2) K_2^2 + (\rho - 1) K_3^2]}{\lambda_{\min}(Q)} \quad (24)$$

因此,根据标准的 Lyapunov 定理,能说明可观测的误差 e 是一致最终有界。此外,为了表示权值误差 e_w 的界限,等式(10)可表示为:

$$\begin{aligned} \dot{e}_w = & -S e f^T(\hat{V}\hat{z}) + \rho S \|e\| \hat{W} \\ = & -S e f^T(\hat{V}\hat{z}) + \rho S \|e\| W - \rho S \|e\| e_w \end{aligned} \quad (25)$$

首先,由于 $e \cdot f(\hat{V}\hat{z})$ 、 C 是全有界的, H 是常增益矩阵, $-S e f^T(\hat{V}\hat{z})$ 有界。因此,式(25)可以看作一个包括有界的输入 $-S e f^T(\hat{V}\hat{z}) + \rho S \|e\| W$ 和已知理想的权值 W 的线性系统。

其次,由于量 $\rho S \|e\|$ 是正的,因此有限输入式(25)系

统是稳定的, e_w 有界得到保证。

同理,当将式(11)变成下面的形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}_v = & -\{\hat{W}f(\hat{V}\hat{z})[1-f(\hat{V}\hat{z})]\}^T T e \cdot sgn(\hat{z})^T + \rho T \|e\| \hat{V} \\ = & -\{\hat{W}f(\hat{V}\hat{z})[1-f(\hat{V}\hat{z})]\}^T T e \cdot sgn(\hat{z})^T + \\ & \rho T \|e\| V - \rho T \|e\| e_v \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)代表了一个稳定有界输入的线性系统,根据所有它有界的包括 $f(\cdot)$ 和量 $\rho T \|e\|$ 是正的,因此 e_v 有界。

综上所述,通过上面的分析得到了稳定的神经网络观测器。

4 系统仿真

本文以一个单机械手的轨迹跟踪为例,状态方程如下:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [2u - 9.8 \sin(x_1)] \\ y = x_1 \end{cases} \quad (27)$$

其中 $u(t) = \sin(t)$, $t \in [0, 10]$ 。

本文给出了观测器设计的过程,具体步骤为:

(1) 给出的矩阵对 (A, C) 是可观测的,再通过 $(A - LC)$ 渐进稳定求出常增益矩阵 L 。

(2) 通过观测器的稳定性分析,得到相关参数,并在训练网络时利用函数 `trainlm` 来提高训练速度。

所以,该系统仿真参数有 $L = [400 \ 800]$, $x = [0 \ 0.5]^T$, $\hat{x} = [0.1 \ 0]^T$, $\rho = 0.001$, $S = \text{diag}[5 \times 10^4]$, $T = \text{diag}[5 \times 10^3]$ 。从仿真结果可以看出,神经网络观测器对系统状态变量有良好的逼近能力,如图2所示。

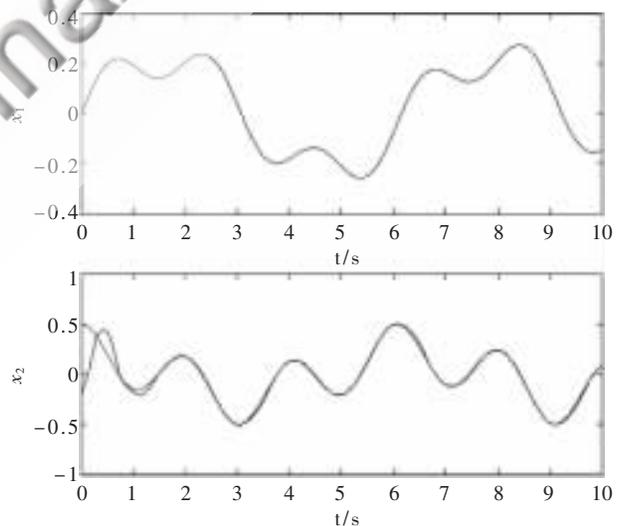


图2 \hat{x}_1 、 x_1 和 \hat{x}_2 、 x_2 的轨迹曲线

本文在非线性系统下建立了神经网络观测器,其具有很好的逼近非线性函数的能力。仿真结果说明了其有效性。

参考文献

- [1] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.

技术与方法 Technique and Method

- [2] 田建兵, 郑晟. 基于神经网络的状态观测器设计[J]. 机械工程与自动化, 2008, 16(3): 22-25.
- [3] 高雪鹏, 丛爽. BP 网络改进算法的性能对比研究[J]. 控制与决策, 2001, 16(2): 167-172.
- [4] LAKHAL A N, TLILI A S, BRAIEK N B. Neural network observer for nonlinear systems application to induction motors[J]. International Journal of Control and Automation, 2010, 3(1).
- [5] ABDOLLAHI F, TALEBI H A. A stable neural network observe-based observer with application to flexible joint manipulators[J]. IEEE Transaction on Neural Network. 2006(1): 118-129.
- [6] 武宏伟, 戴琼海, 王普, 等. 基于神经网络的非线性系统的观测器设计[J]. 清华大学学报, 2000, 40(3): 11-15.
- [7] 丛爽. 面向 MATLAB 工具箱的神经网络理论与应用[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2009.

(收稿日期: 2010-11-22)

作者简介:

徐志超, 男, 1986 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 控制理论与控制工程。

周玉国, 男, 1967 年生, 博士, 硕士生导师, 教授, 主要研究方向: 过程控制。

于凤满, 男, 1985 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 控制理论与控制工程。

