递推最小二乘法辨识连续带钢热镀锌退火炉模型参数

李训艳，周玉国，杨思源

（青岛理工大学 自动化工程学院，山东 青岛 266033）

摘 要： 提出了用递推最小二乘法辨识连续带钢热镀锌退火炉模型参数。在已建立的连续带钢热镀锌退火炉数学模型的基础上，经过分析计算确定模型参数。考虑到最小二乘法的缺陷，选用递推最小二乘法进行参数辨识，并结合实例给出辨识结果和分析，证明了该方法的可行性。

关键词： 热镀锌退火炉；数学模型；递推最小二乘法辨识

中图分类号： TP1 **文献标识码：** A **文章编号：** 1674-7720(2011)07-0099-02

Identification the annealing furnace of continuous hot galvanizing using recursive least squares

Li Xunyan，Zhou Yuguo，Yang Siyuan

（College of Automation，Qingdao Technological University，Qingdao 266033，China）

Abstract： This paper presents a way of identifying continuous strip steel galvanized anneal furnace model parameters using recursive least squares. Based on continuous strip steel galvanized anneal furnace mathematical model，the parameters of the model are determined after a series of the analysis and calculation. Considering the defects of the least-squares method，choosing recursive least square method identifies parameters. By identification results and analysis of examples，the results prove the feasibility of this method.

Key words： continuous annealing furnace；mathematical model；recursive least squares

随着连续退火工艺技术的发展，连续退火过程控制技术也得到了相应发展，尤其基于数学模型的连续带钢热镀锌退火炉控制方面的研究日趋活跃。本文就连续带钢热镀锌退火炉数学模型及其参数的辨识研究介绍如下。

1 建立系统数学模型

根据热镀锌退火炉基本传热机理及相应的边界条件，建立退火炉带钢温度分布模型。考虑到带钢在炉内移动而引起的能量迁移，由假设及富里哀导热定律，得到描述带钢在退火炉内分布规律的二维不稳定导热方程[1]：

$$\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}=\frac{1}{c\rho}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(K_s\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_s\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y}\right)\right]-v(t)\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \qquad (1)$$

其中，$T(x,y,t)$为带钢温度分布的动态响应；c为钢板的比热数；ρ为钢的密度；K_s为钢的导热系数；x、y、t为空间及时间坐标。实际计算中可以将K_s视为常数。

式(1)是高维复杂偏微分方程，求解非常困难。为了简化计算及方便参数辨识，采用时空离散化技术对所建模型进行处理。根据时空离散化技术，经过推导得出以带温为状态变量、炉温为控制变量的带钢温度分布状态空间模型一般形式的离散结构[2]：

$$\boldsymbol{X}(k+1)=\boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{X}(k)+\boldsymbol{B}(k)\boldsymbol{U}(k) \qquad (2)$$

其中，

$$\boldsymbol{A}(k)=\begin{bmatrix}1-b-d_{0k} & b & & & \\ b+c & 1-2b-c-d_{1k} & b & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \\ & b+c & 1-2b-c-d_{(N_y-1)k} & b & \\ & & & b+c & 1-b-c-d_{N_yk}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}(k)=[T_s(0,k),T_s(1,k),\cdots,T_s(N_y,k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{U}(k)=[T_z(0,k),T_z(1,k),\cdots,T_z(N_y,k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{B}(k)=diag\{d_{0k},d_{1k},\cdots,d_{N_yk}\}$$

式中，T_s为带钢温度，T_z为区域炉温。

2 递推最小二乘参数辨识算法

最小二乘法的基本结果有两种形式，一种是经典的一次完成算法；另一种是现代的递推算法[3]。一次完成算法多应用于理论研究方面，在具体的实际使用过程中，占用内存量大，且不适合在线辨识。为了减少计算量，节省计算机的内存，便于实时在线辨识，选用递推最小二乘法进行参数的辨识。

2.1 基本递推算法

对于模型$A(z^{-1})y(k)=B(z^{-1})u(k)+e(k)$

其中，$u(k)$和$y(k)$为过程的输入和输出观测数据，$e(k)$为噪声。

将其转化成最小二乘格式：$\boldsymbol{Y}(k)=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\theta}+e(k)$

式中，$\boldsymbol{\theta}=[a_1,a_2,\cdots a_{na},b_1,b_2,\cdots b_{nb}]^{\mathrm{T}}$为待估计参数。

模型最小二乘估计为：$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)=[\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{X}(k)]^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{Y}(k)$

新观测一组数据得到观测方程为：

$$\boldsymbol{Y}(k+1)=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{\theta}+e(k+1) \tag{3}$$

最小二乘估计的新解为：

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1)=[\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{X}(k+1)]^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{Y}(k+1)$$

令 $\boldsymbol{P}(k+1)=[\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{X}(k+1)]^{-1}$ (4)

利用矩阵求逆辅助公式，对以上各式整理可得：

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1)=\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)+\frac{\boldsymbol{P}(k)\boldsymbol{x}(k+1)}{1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{P}(k)\boldsymbol{x}(k+1)}[\boldsymbol{y}(k+1)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)] \tag{5}$$

令$$\boldsymbol{K}(k+1)=\frac{\boldsymbol{P}(k)\boldsymbol{x}(k+1)}{1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{P}(k)\boldsymbol{x}(k+1)} \tag{6}$$

则$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1)=\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)+\boldsymbol{K}(k+1)[\boldsymbol{y}(k+1)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)] \tag{7}$$

$$\boldsymbol{P}(k+1)=\boldsymbol{P}(k)-\boldsymbol{K}(k+1)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{P}(k) \tag{8}$$

那么，式(6)~式(8)即为递推最小二乘参数辨识算法。

2.2 递推最小二乘法参数辨识步骤

由推导可知，递推最小二乘法参数估计是在原估计的基础上修正得到的；修正的权因子为$\boldsymbol{K}(k+1)$；修正按新信息进行，新信息为$[\boldsymbol{y}(k+1)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)]$。其参数辨识基本步骤如下：

(1)选取递推初值$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)=\varepsilon & \varepsilon\text{ 为充分小的实向量} \\ \boldsymbol{P}(0)=\alpha^2\boldsymbol{I} & \alpha=10^5\sim10^{10}\end{cases}$；

(2)采集数据$\boldsymbol{x}(k+1)$及$\boldsymbol{y}(k+1)$；

(3)按式(8)计算$\boldsymbol{P}(k+1)$；

(4)按式(6)计算$\boldsymbol{K}(k+1)$；

(5)按式(7)计算$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1)$；

(6)重复步骤(2)~(5)，不断迭代直至满足收敛要求，便可获得最终的辨识结果。

递推最小二乘法的收敛标准为：$\max\left|\dfrac{\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1)-\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)}{\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)}\right|<\varepsilon$(适当小的数)。

3 递推最小二乘参数辨识结果

对建立的数学模型式(2)确定辨识参数矩阵$\boldsymbol{A}(k)$、$\boldsymbol{B}(k)$。由$\boldsymbol{A}(k)$、$\boldsymbol{B}(k)$矩阵的具体元素可确定辨识参数，为了减少辨识参数，取$b=0$，这样只要辨识c、d即可。

根据如图1所示退火曲线及测得的五个转折点的带钢温度和20个炉温，利用VC++编写最小二乘参数辨识方法程序实现参数辨识。在建模推导过程中，$c=\dfrac{\Delta t}{\Delta y}v(k)$，$d_{jk}=\dfrac{2\Delta t}{c\rho d}h(j,k)$，而$\Delta t$、$\Delta y$、$c$、$\rho$、$d$为带钢特性参数，这样只要辨识$h(j,k)$即可，从而进一步简化了辨识参数。根据长期实际经验及带钢特性得知准确参数值如下：

$\Delta t=2$ s，$\Delta y=10$ m，$v=2$ m/s，$\rho=7\ 833$ kg/m^3，$c=465$，$d=10^{-3}$ m，$h(j,k)=20.77$。

用VC++软件编程递推最小二乘法估计$h(j,k)$参数为：$h(j,k)=20.769\ 987\ 9$与真实值吻合。

图1 热镀锌退火炉退火曲线图

本文给出了最小二乘递推算法辨识连续带钢热镀锌退火炉模型参数。通过辨识结果验证，最小二乘递推算法能快速准确地估计出系统参数，获得了较好的辨识结果。

参考文献

[1] 田玉楚，侯春海.连续热镀锌退火炉的数学模型开发[J].冶金能源，1995，14(3)：38-41.

[2] 田玉楚，侯春海.带钢连续热镀锌退火过程的模型化[J].控制理论与应用，1995，12(4)：459-464.

[3] 方崇智，萧德云.过程辨识[M].北京：清华大学出版社，1988.

(收稿日期：2010-12-03)

作者简介：

李训艳，女，1983年生，硕士研究生，主要研究方向：系统辨识。

周玉国，男，1967年生，教授，研究生导师，主要研究方向：故障诊断及系统辨识。