T-S 模糊有记忆非易碎系统 H∞控制器设计的 LMI 方法

杭阿芳
(金陵科技学院,江苏 南京 211169)

摘 要：针对 T-S 模型的有记忆非易碎模糊系统,基于 Lyapunov 稳定性理论,利用线性矩阵不等式(LMI)方法,借助 Schur 补引理,讨论了该模糊系统的 H_∞ 状态反馈控制器的设计问题。在控制器增益为加法式摄动的有界条件下,得到了基于 T-S 模型的有记忆非易碎模糊系统,满足了 H_∞ 性能指标的一个充分条件,仿真结果表明了设计方法的有效性。

关键词：增益摄动;有记忆;非易碎控制;H_∞ 控制
中图分类号：TP13 文献标识码：A 文章编号：1674-7720(2011)05-0077-04

LMI-based H_∞ controller designs for T-S fuzzy systems with memory non-fragile

Hang Afang
(Jinling Institute of Technology, Nanjing 211169, China)

Abstract: Based on Lyapunov stability, by means of linear matrix inequality (LMI), and using Schur complement lemma, state feedback H_∞ controller design is considered for memory non-fragile systems based on T-S fuzzy model. A sufficient condition which satisfied H_∞ performance is presented with gain variation. The simulation results prove the reliability of this method.

Key words: gain variation; memory; non-fragile control; H_∞ control

H_∞控制理论于 20 世纪 80 年代初由 Zames[1]首次提出,即运用小增益定理,设计状态反馈控制器,该控制器在参数不确定和有界扰动的双重影响下,闭环系统仍能保持稳定。H_∞ 控制理论一经提出,很多学者即投入研究[2-3],但均未考虑控制器增益的不确定性(易碎性)。易碎性会造成闭环系统的性能下降,破坏系统的稳定,因而考虑系统的非易碎 H_∞控制必不可少。近年来,非易碎控制问题的研究有了一定成果[4-6],参考文献[4]通过 LMI 方法,设计了满足 H_∞性能指标的 T-S 模糊非易碎控制器;参考文献[5]通过 Lyapunov 函数的稳定分析理论及分散控制理论,设计了大规模的模糊系统在信息交互时的鲁棒非易碎 H_∞控制器;参考文献[6]研究了参数不确定的 T-S 模糊中立模型的非易碎 H_∞控制。对于有记忆控制有一定的研究:参考文献[7]对线性时滞系统进行了有记忆的 H_∞控制,但未考虑非线性系统和非易碎系统;参考文献[8]对非线性系统进行了有记忆的 H_∞控制,但未使用 T-S 模糊系统,同样未考虑非易碎系统。综上所述,以上的文献均未对记忆性系统、非易碎系统、T-S 模糊系统及 H_∞控制同时进行研究。因此本文对基于 T-S 模型的有记忆非易碎模糊系统的 H_∞控制进行研究。

1 问题描述

一类有记忆非易碎 T-S 模糊系统:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\sum_{i=1}^{r}g_i(\boldsymbol{x}(t))(\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{B}_{1i}\boldsymbol{\omega}(t))$$

$$\boldsymbol{y}(t)=\sum_{i=1}^{r}g_i(\boldsymbol{x}(t))\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}(t) \qquad i=1,2,\cdots,r \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{x}(t)\in R^n$ 是系统的状态向量,$\boldsymbol{u}(t)\in R^m$ 是系统的控制输入向量,$\boldsymbol{\omega}(t)\in R^r$ 是系统的扰动向量,且 $\omega(t)\in L_2[0,\infty)$,$\boldsymbol{y}(t)\in R^l$ 是系统的控制输出向量,$\boldsymbol{A}_i$、$\boldsymbol{B}_{1i}$、$\boldsymbol{B}_i$ 和 $\boldsymbol{C}_i$ 是合适维数的常数矩阵,r 是模糊规则数。

T-S 模糊模型状态反馈控制器的形式如下:

$$\boldsymbol{u}(t)=\sum_{i=1}^{r}g_i(\boldsymbol{x}(t))[(K_{1i}+\Delta\boldsymbol{K}_{1i})\boldsymbol{x}(t)+(K_{2i}+\Delta\boldsymbol{K}_{2i})\boldsymbol{x}(t-\tau)],$$

$$i=1,2,\cdots,r \tag{2}$$

其中，K_{1i}、K_{2i} 为控制器增益，ΔK_{1i}、ΔK_{2i} 是适维的时变矩阵，表示系统模型中的参数不确定性。$\tau>0$，表示时间滞后常数。

将状态反馈模糊控制器式(2)代入系统方程式(1)，则可得到闭环系统：

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}g_i(\boldsymbol{x}(t))g_j(\boldsymbol{x}(t))\{(\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i[(K_{1j}+\Delta K_{1j})\boldsymbol{x}(t)+(K_{2j}+\Delta K_{2j})\boldsymbol{x}(t-\tau)]+\boldsymbol{B}_{1i}\boldsymbol{\omega}(t)\}$$

$$y(t)=\sum_{i=1}^{r}g_i(\boldsymbol{x}(t))\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}(t)\quad i=1,2,\cdots,r \tag{3}$$

假设 1 参数不确定性定义为加法式[9]

$$\Delta K_{1i}=\boldsymbol{D}_{1i}\boldsymbol{F}_{1i}(t)\boldsymbol{E}_{1i},\ \Delta K_{2i}=\boldsymbol{D}_{2i}\boldsymbol{F}_{2i}(t)\boldsymbol{E}_{2i} \tag{4}$$

其中，$\boldsymbol{D}_{1i}$、$\boldsymbol{D}_{2i}$、$\boldsymbol{E}_{1i}$、$\boldsymbol{E}_{2i}$ 为实值常数矩阵，$\boldsymbol{F}_{1i}(t)$、$\boldsymbol{F}_{2i}(t)$ 为具有 Lebesgue 可测元素的未知实变矩阵，并且 $\boldsymbol{F}_{1i}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{1i}(t)\leqslant\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{F}_{2i}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{2i}(t)\leqslant\boldsymbol{I}$。式中 $\boldsymbol{I}$ 为具有适当维数的单位矩阵。

引理 1[9] 给定正常数 ε，$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{H}$ 是适维的实矩阵，并且 $F^{\mathrm{T}}F\leqslant\boldsymbol{I}$，则对任意常数 $\varepsilon>0$ 以及适维的 x、y 有：

$$2x^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}\boldsymbol{H}y\leqslant\varepsilon x^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}x+\varepsilon^{-1}y^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}y \tag{5}$$

本文的目的是设计有记忆非易碎状态反馈模糊控制器式(1)，使得闭环系统式(3)对于所有的不确定量式(4)鲁棒渐近稳定，而且在零初始条件下满足以下的 H_∞ 性能指标。

$$\|y(t)\|_2<\gamma\|\omega(t)\|_2 \tag{6}$$

2 主要结果

定理 1 对于给定常数 $\gamma>0$，如果存在正定矩阵 $\hat{P}$、$\hat{Q}_1$，矩阵 $\boldsymbol{M}_{1i}$、$\boldsymbol{M}_{2i}$，正常数 $\varepsilon_{ij}(i,j=1,2,\cdots,r)$，使得 LMI 成立，则基于 T-S 模型有记忆非易碎模糊系统式(1)所对应的闭环系统式(3)渐近稳定，且在零初始条件下 H_∞ 性能指标式(6)成立。

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ii}+\hat{\boldsymbol{Q}}_1+\varepsilon_{ii}(\boldsymbol{B}_i\hat{D})(\boldsymbol{B}_i\hat{D})^{\mathrm{T}} & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}_{2i}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_i & -\hat{\boldsymbol{Q}}_1 & * & * & * & * \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_{1i} & 0 & -\gamma^2\boldsymbol{I} & * & * & * \\ \boldsymbol{E}_{1i}\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}\boldsymbol{I} & * & * \\ 0 & \boldsymbol{E}_{2i}\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}\boldsymbol{I} & * \\ \boldsymbol{C}_i\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0\ (1\leqslant i\leqslant r) \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ij}+2\hat{\boldsymbol{Q}}_1+\varepsilon_{ij}\hat{G}\hat{G}^{\mathrm{T}} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}_{2j}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_i+\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}_{2i}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_j & -2\hat{\boldsymbol{Q}}_1 & * & * & * & * & * & * & * \\ (\boldsymbol{B}_{1i}+\boldsymbol{B}_{1j})^{\mathrm{T}} & 0 & -2\gamma^2\boldsymbol{I} & * & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{E}_{1j}\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I} & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{E}_{1i}\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I} & * & * & * & * \\ 0 & \boldsymbol{E}_{2j}\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I} & * & * & * \\ 0 & \boldsymbol{E}_{2i}\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I} & * & * \\ \boldsymbol{C}_j\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{I} & * \\ \boldsymbol{C}_i\hat{\boldsymbol{P}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0$$

$$(1\leqslant i\leqslant j\leqslant r) \tag{8}$$

其中，* 表示对称矩阵中的对称元素。$\hat{\boldsymbol{P}}=P^{-1}$，$\hat{\boldsymbol{Q}}_1=P^{-1}Q_1P^{-1}$，$\boldsymbol{M}_{1i}=K_{1i}\hat{\boldsymbol{P}}$，$\boldsymbol{M}_{2i}=K_{2i}\hat{\boldsymbol{P}}$，$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ii}=\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}_i+\boldsymbol{A}_i\hat{\boldsymbol{P}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_{1i}+\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}_{1i}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_i$，$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ij}=\hat{\boldsymbol{P}}(\boldsymbol{A}_i+A_j)^{\mathrm{T}}+(\boldsymbol{A}_i+A_j)\hat{\boldsymbol{P}}+\boldsymbol{B}_iM_{1j}+B_j\boldsymbol{M}_{1i}+\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}_{1i}B^{\mathrm{T}}_j+M^{\mathrm{T}}_{1j}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_i$。

在上述条件下，期望的增益 K_{1i}，K_{2i} 可选为 $K_{1i}=\boldsymbol{M}_{1i}\hat{\boldsymbol{P}}^{-1}$，$K_{2i}=\boldsymbol{M}_{2i}\hat{\boldsymbol{P}}^{-1}$。

证明：令 $P=\hat{\boldsymbol{P}}^{-1}$，$Q_1=\hat{\boldsymbol{P}}^{-1}\hat{\boldsymbol{Q}}_1\hat{\boldsymbol{P}}^{-1}$，$K_{1i}=\boldsymbol{M}_{1i}\hat{\boldsymbol{P}}^{-1}$，$K_{2i}=\boldsymbol{M}_{2i}\hat{\boldsymbol{P}}^{-1}$。

为了研究系统的 H_∞ 特性，定义 Lyapunov 泛函为：

$$V(\boldsymbol{x}(t))=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(t)+\int_{-\tau}^{t}x(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1x(s)\mathrm{d}s \tag{9}$$

式中 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{Q}_1$ 为正定常矩阵。$V(\boldsymbol{x}(t))$对时间 t 求导，得：

$$\dot{V}(\boldsymbol{x}(t))=2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\dot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{x}(t)-x(t-\tau)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1x(t-\tau) \tag{10}$$

将闭环系统式(3)代入式(10)式，则：

$$\dot{V}(\boldsymbol{x}(t))=2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}P\sum_{i=1}^{r}g_i^2(\boldsymbol{x}(t))\{[\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i(K_{1i}+\Delta\boldsymbol{K}_{1i})]\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i(K_{2i}+\Delta\boldsymbol{K}_{2i})x(t-\tau)+\boldsymbol{B}_{1i}\boldsymbol{\omega}(t)+\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}Q_1\boldsymbol{x}(t)-x(t-\tau)^{\mathrm{T}}Q_1x(t-\tau)\}+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}P\sum_{i<j}^{r}g_i(\boldsymbol{x}(t))g_j(\boldsymbol{x}(t))\{[\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i(K_{1j}+\Delta K_{1j})]+A_j+B_j(K_{1i}+\Delta\boldsymbol{K}_{1i})\boldsymbol{x}(t)+[\boldsymbol{B}_i(K_{2j}+\Delta K_{2j})+\boldsymbol{B}_j(K_{2i}+\Delta K_{2i})]x(t-\tau)+(\boldsymbol{B}_{1i}+\boldsymbol{B}_{1j})\boldsymbol{\omega}(t)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}Q_1\boldsymbol{x}(t)-2x(t-\tau)^{\mathrm{T}}Q_1x(t-\tau)\} \tag{11}$$

对任意的 $\boldsymbol{\omega}(t)\in L_2[0,\infty)$，$\boldsymbol{\omega}(t)\neq 0$，在零初始条件下定义性能指标：

$$J_T=\int_0^T[\boldsymbol{y}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)]\mathrm{d}s \tag{12}$$

对于常量 $T>0$，则有：

$$J_T=\int_0^T[y(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)+\dot{V}(\boldsymbol{x}(t))]\mathrm{d}s-V(\boldsymbol{x}(t))\leqslant\int_0^T[\boldsymbol{y}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)+\dot{V}(\boldsymbol{x}(t))]\mathrm{d}s \tag{13}$$

对 $\boldsymbol{y}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)+\dot{V}(t)$ 进行整理得：

$$y(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)+\dot{V}(t)=\sum_{i=1}^{r}g^2_i(\boldsymbol{x}(t))\{\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}[P(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_iK_{1i})+(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_iK_{1i})^{\mathrm{T}}P+Q_1+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}_i\boldsymbol{C}_i]\boldsymbol{x}(t)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_iK_{2i}x(t-\tau)-x(t-\tau)^{\mathrm{T}}Q_1x(t-\tau)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{1i}\boldsymbol{\omega}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_i\Delta K_{1i}\boldsymbol{x}(t)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_i\Delta K_{2i}x(t-\tau)\}+\sum_{i<j}^{r}g_i(\boldsymbol{x}(t))g_j(\boldsymbol{x}(t))\{\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_iK_{1j}+A_j+B_jK_{1i})+(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_iK_{1j}+A_j+B_jK_{1i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+2Q_1+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}_iC_j+C^{\mathrm{T}}_j\boldsymbol{C}_i]\boldsymbol{x}(t)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_iK_{2j}+B_jK_{2i})x(t-\tau)-2\boldsymbol{x}(t-\tau)^{\mathrm{T}}Q_1x(t-\tau)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_{1i}+\boldsymbol{B}_{1j})\boldsymbol{\omega}(t)-2\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_i\Delta K_{1j}+B_j\Delta\boldsymbol{K}_{1i})\boldsymbol{x}(t)+2\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_i\Delta K_{2j}+\boldsymbol{B}_j\Delta\boldsymbol{K}_{2i})x(t-\tau)\} \tag{14}$$

根据引理 1，可得：

$$\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}_iC_j\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}_j\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}(t)\leqslant\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}_i\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}_jC_j\boldsymbol{x}(t) \tag{15}$$

对于式(14)中所包含的不确定部分运用假设 1、引理 1 及式(15)，则：

$$\boldsymbol{y}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}(t)+\dot{V}(t)\leqslant$$

$$\sum_{i=1}^{r} g_i^2(\boldsymbol{x}(t))\zeta(t)^{\mathrm T}(\Omega_{21}+\varepsilon_{ii}^{-1}\hat E^{T}{}_{0}\hat E_{0})\zeta(t)+$$

$$\sum_{i<j}^{r} g_i(\boldsymbol{x}(t))g_j(\boldsymbol{x}(t))\zeta(t)^{\mathrm T}(\Omega_{22}+\varepsilon_{ij}^{-1}\hat E^{T}{}_{0kk}\hat E_{0kk})\zeta(t) \qquad (16)$$

其中，$\boldsymbol{\Phi}_{ii}=(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_iK_{1i})^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_iK_{1i})$，

$\boldsymbol{\Phi}_{ij}=(\boldsymbol{A}_i+A_j+\boldsymbol{B}_iK_{1j}+\boldsymbol{B}_jK_{1i})^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_i+A_j+\boldsymbol{B}_iK_{1j}+\boldsymbol{B}_jK_{1i})$，

$$\Omega_{21}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{ii}+Q_1+\boldsymbol{C}^{\mathrm T}_i\boldsymbol{C}_i+\varepsilon_{ii}(\boldsymbol{PB}_i\hat D)(\boldsymbol{PB}_i\hat D)^{\mathrm T} & * & * \\ K^{\mathrm T}_{2i}\boldsymbol{B}^{\mathrm T}_i\boldsymbol{P} & -Q_1 & * \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm T}_{1i}\boldsymbol{P} & 0 & -\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix},$$

$$\Omega_{22}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{ij}+2Q_1+\boldsymbol{C}^{\mathrm T}_i\boldsymbol{C}_i+C^{\mathrm T}_jC_j+\varepsilon_{ij}(\boldsymbol{P}\hat G)(\boldsymbol{P}\hat G)^{\mathrm T} & * & * \\ (\boldsymbol{B}_iK_{2j}+B_jK_{2i})^{\mathrm T}\boldsymbol{P} & -2Q_1 & * \\ (\boldsymbol{B}_{1i}+\boldsymbol{B}_{1j})^{\mathrm T}\boldsymbol{P} & 0 & -2\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix},$$

$\zeta(t)=[\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm T}\ \ x(t-\tau)^{\mathrm T}\ \ \boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm T}]^{\mathrm T}$，$\hat D=[\boldsymbol{D}_{1i}\ \ \boldsymbol{D}_{2i}]$，

$\hat G=[\boldsymbol{B}_iD_{1j}\ \ B_j\boldsymbol{D}_{1i}\ \ \boldsymbol{B}_iD_{2j}\ \ B_j\boldsymbol{D}_{2i}]$，$\hat E_0=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_{1i} & 0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{E}_{2i} & 0\end{bmatrix}$，

$$\hat E_{0kk}=\begin{bmatrix}E_{1j} & 0 & 0\\ \boldsymbol{E}_{1i} & 0 & 0\\ 0 & E_{2j} & 0\\ 0 & \boldsymbol{E}_{2i} & 0\end{bmatrix}$$

对定理1中的式(7)左右乘以对角阵 diag$\{P,P,I,I,I,I,\}$，并两次应用 Schur 补引理，可得 $\Omega_{21}+\varepsilon_{ii}^{-1}\hat E^{\mathrm T}{}_0\hat E_0<0$。同理，对定理1中的式(8)左右乘以对角阵 diag$\{P,P,I,I,I,I,I,I,I\}$，并两次应用 Schur 补引理，可得 $\Omega_{22}+\varepsilon_{ij}^{-1}\hat E^{\mathrm T}{}_{0kk}\hat E_{0kk}<0$。即 $\boldsymbol{y}(t)^{\mathrm T}\boldsymbol{y}(t)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}(t)^{\mathrm T}\boldsymbol{\omega}(t)+\dot V(t)<0$，从而得到在零初始条件下对任意的 $\boldsymbol{\omega}(t)\in L_2[0,\infty)$，$\boldsymbol{\omega}(t)\neq 0$，$T>0$ 有：$\|y(t)\|_2<\gamma\|\omega(t)\|_2$。

3 算例

对于表述为式(1)和式(2)的 T-S 模糊系统，考虑两条模糊规则；其中，

$A_1=\begin{bmatrix}0.4 & -0.2\\ 0.6 & -1\end{bmatrix}$，$A_2=\begin{bmatrix}-0.2 & 0.6\\ 0 & -0.1\end{bmatrix}$，$B_1=\begin{bmatrix}-0.2 & 0.1\\ 0.1 & -0.5\end{bmatrix}$，

$B_2=\begin{bmatrix}-0.3 & 0.1\\ 0.4 & -0.9\end{bmatrix}$，$B_{11}=\begin{bmatrix}-0.9 & 0.1\\ 1.3 & -0.2\end{bmatrix}$，$B_{12}=\begin{bmatrix}-0.2 & -0.2\\ 0 & -0.3\end{bmatrix}$，

$D_{11}=\begin{bmatrix}-0.1 & 0.1\\ 0.5 & -1\end{bmatrix}$，$E_{11}=\begin{bmatrix}-0.2 & 0.5\\ 0 & 0.2\end{bmatrix}$，$D_{12}=\begin{bmatrix}-0.5 & 0.2\\ -1.2 & 0.3\end{bmatrix}$，

$E_{12}=\begin{bmatrix}-0.1 & 0.2\\ 0.2 & -0.1\end{bmatrix}$，$D_{21}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0.1 & -1.1\end{bmatrix}$，$E_{21}=\begin{bmatrix}-0.4 & 0\\ 0.2 & -0.5\end{bmatrix}$，

$D_{22}=\begin{bmatrix}-0.7 & 0\\ 0.5 & -0.4\end{bmatrix}$，$E_{22}=\begin{bmatrix}-0.3 & 0.7\\ 0 & -0.2\end{bmatrix}$，$C_1=[-0.2\ \ 0.1]$，$C_2=[0.1\ \ 0.2]$

取 $\gamma=1$，利用 Matlab 中的 LMI 工具箱进行编程，可求得：$\varepsilon_{11}=7.965\,1$，$\varepsilon_{22}=8.222\,1$，$\varepsilon_{12}=8.247\,8$，

$P=\begin{bmatrix}0.506\,1 & -0.039\,6\\ -0.039\,6 & 0.359\,9\end{bmatrix}$，$Q_1=\begin{bmatrix}1.178\,5 & -0.327\,2\\ -0.327\,2 & 0.932\,1\end{bmatrix}$，

$K_{11}=\begin{bmatrix}13.155\,9 & -0.415\,8\\ 0.162\,2 & 6.373\,0\end{bmatrix}$，$K_{12}=\begin{bmatrix}8.567\,1 & 1.664\,5\\ 2.572\,5 & 6.458\,6\end{bmatrix}$，

$K_{21}=\begin{bmatrix}3.070\,6 & 0.077\,8\\ 0.288\,2 & 1.446\,4\end{bmatrix}$，$K_{22}=\begin{bmatrix}2.740\,2 & 0.167\,6\\ 0.387\,2 & 1.364\,1\end{bmatrix}$

假设系统的初始条件为：$x(0)=[-0.2\ \ \ 0.2]^{\mathrm T}$，

且 $\tau=1$，$F_{1i}(t)=\sin(t)I_{2\times2}$，$(i=1,2)$，$F_{2i}(t)=\sin(t)I_{2\times2}$，$(i=1,2)$

扰动输入 $\boldsymbol{\omega}(t)\in L_2[0,\infty)$，$\boldsymbol{\omega}(t)\neq 0$，假设为：

$$\boldsymbol{\omega}(t)=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{t+2} & \dfrac{1}{t+2}\end{bmatrix}^{\mathrm T},\ t>0$$

隶属度函数为：

$$g_1(x_1(t))=\begin{cases}1/3, & x_1<-1\\ \dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}x_1, & |x_1|\leqslant 1\\ 1, & x_1>1\end{cases},\quad g_2(x_1(t))=\begin{cases}2/3, & x_1<-1\\ \dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}x_1, & |x_1|\leqslant 1\\ 0, & x_1>1\end{cases}$$

由 Simulink 得到算例系统的开环状态响应曲线，如图1所示。加入控制率后，闭环系统的曲线如图2~图3所示。可以看出，系统在有记忆非易碎控制器作用下是渐近稳定的。

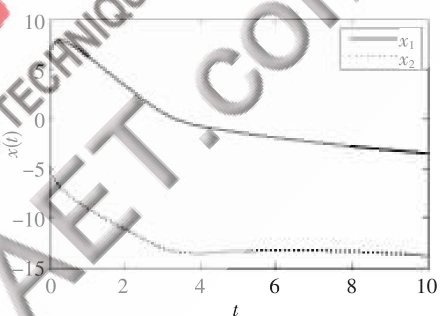

图1 开环系统时状态响应

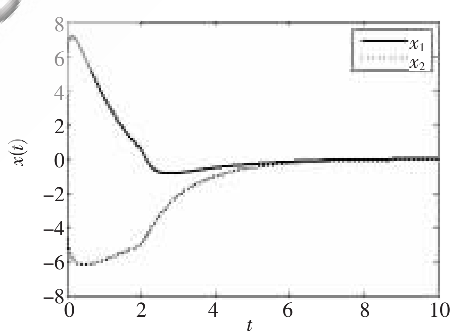

图2 闭环系统状态响应

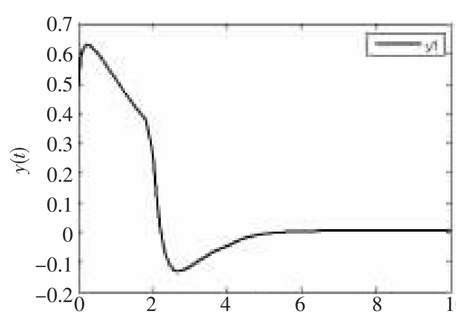

图3 闭环系统控制输出

本文以基于 T-S 模型的有记忆非易碎模糊系统为对象，讨论了该模糊系统在 H_∞ 控制问题中控制器的设

计。采用线性矩阵不等式(LMI)的处理方法,导出了 H_∞ 状态反馈控制器存在的充分条件。所设计的状态反馈控制器能保证闭环系统渐近稳定并满足设定的 H_∞ 控制指标。并用数值算例验证了结论的有效性。

参考文献

[1] ZAMES G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transfer functions, multiplicative semi-norms, and approximate inverses[J]. IEEE Trans Automt Control, 1981(2): 301-320.

[2] KHARGONEKAR P P, PETERSEN I R, ZHOU K. Robust stabilization of uncertain linear systems: quadratic stabilizability and H_∞ control theory [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990(3): 356-361.

[3] SCHAFT V A J. L_2-gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state-feedback H_∞ control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992(6): 770-784.

[4] 岳菊梅,李俊民. 不确定T-S模糊系统鲁棒非脆弱 H_∞ 控制[J].系统工程与电子技术,2008(5):909-913.

[5] Liu Xinrui, Zhang Huaguang, Liu Guowei. Robust and non-fragile H_∞ control for affine fuzzy large-scale systems [J]. Intelligent Control and Automation, 2008 (27): 6107-6112.

[6] Yang Jun, Zhong Shouming, Xiong Lianglin. A descriptor system approach to non-fragile H_∞ control for uncertain fuzzy neutral systems [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009(4): 423-438.

[7] 姜偕富,费树岷,冯纯伯,线性时滞系统的记忆与无记忆复合 H_∞ 状态反馈控制[J].系统工程理论与实践,2002(6):21-25.

[8] 王岩青,赵金华,姜长生.一类非线性不确定时滞系统的记忆与无记忆复合 H_∞ 状态反馈控制 [J]. 电光与控制,2006(2):35-37.

[9] Xu Shengyuan, LAM J, Wang Jianliang, et al. Non-fragile positive real control for uncertain linear neutral delay systems[J]. Systems&Control Lett, 2004(52):59-74.

(收稿日期:2010-09-06)

作者简介:

杭阿芳,女,1980年生,讲师,硕士,主要研究方向:电力电子技术,模糊控制技术。