

## 基于神经网络控制的 LMS 算法及其仿真\*

修海燕, 闫德勤

(辽宁师范大学 计算机与信息技术学院, 辽宁 大连 116081)

**摘要:** 提出了一种新的基于神经网络控制的自适应步长 LMS 算法(BP-LMS)。通过 BP 模型构建输入向量之间的非线性关系、偏差、学习步骤及自适应过程来确定学习的步骤。为了扩展 BP 神经网络的应用范围,同时也提出了如何确定输入信号是否类似的方法。仿真实验表明,BP-LMS 算法确实可以有效减少收敛时间并达到满意的效果。

**关键词:** 可变步长 LMS 算法;BP 神经网络;信号相似度;相似度计算

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2011)05-0098-04

## LMS algorithm and simulation based on neural network control

Xiu Haiyan, Yan Deqin

(Department of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116081, China)

**Abstract:** This paper presents a new variable step size LMS algorithm (BP-LMS) based on neural network control. A non-linear relationship amongst the input vectors, deviation errors and the learning steps is constructed by BP model, which is employed to determine the learning steps during adaptive processing. To extend the using scope of a trained BP neural network, this research also brings forward the method to determine whether the input signals were similar. Simulation experiments suggest that BP-LMS algorithm is capable of decreasing the time of convergent progress rapidly and satisfactory performance is attainable.

**Key words:** variable step size LMS algorithm; BP neural network; signal similarity; similarity computation

自适应信号处理已广泛应用于系统辨识、声纳技术及图像处理等相关领域<sup>[1]</sup>。基于自适应滤波理论滤波器参数可以最佳方式进行反复调整。Widrow 和 Hoff 在 1960 年提出了一种简单而有效的 LMS (Least-Mean-Square) 算法。在 LMS 算法中,确定学习步骤  $\mu$  是一个基本的问题。如果选择太小,收敛速度将会非常缓慢,而选择太大则极易造成不稳定<sup>[2-3]</sup>。尽管 Widrow 已经建议了学习步长的范围  $\mu$  ( $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ ,  $\lambda_{\max}$  是输入信号的最大特征值),保证了算法的收敛,但最佳学习步长选择问题并未得到解决,更多的是采用调低以取得收敛速度和稳定性的折中。这类方法大多是仅仅提出一种与失调情况下的学习步调相关的抽样函数<sup>[4-5]</sup>。最近的研究提供了一种新的可变步长的 LMS 算法,学习步长由 BP 神经网络(BP-LMS)控制。使用 BP 神经网络来构建一个嵌入在

输入向量、偏差以及学习步长之间的模块。由于对 BP-LMS 算法最重要的工作是设置 BP 神经网络控制,假设,如果输入信号相同,则只需要构建一个 BP 神经网络即可控制几个自适应滤波器的学习步骤。此外,实验结果表明,BP-LMS 算法能在滤波器稳定运行的状态下提高收敛速度。

## 1 LMS 自适应滤波

自适应滤波器的实现如图 1 所示。图中  $s(n)$ 、 $v(n)$ 、 $d(n)$ 、 $e(n)$  分别是输入的信号、噪声、设定值以及偏差。LMS 算法由以下方程描述:

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n)$$

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X^T(n)$$

式中,  $\mu$  为学习的步长,  $X(n)$  为采样时间  $n$  时的输入向



图 1 自适应滤波器原理

\* 基金项目: 国家自然科学基金(60372071); 中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室开放课题基金(20070101)资助; 辽宁省教育厅高等学校科学研究基金(2008344)

## 技术与方法 Technique and Method

量,  $W(n)$  为自适应滤波器的系数向量; 尺寸为自适应滤波器的步长,  $d(n)$  为期望输出值,  $e(n)$  为偏差。

收敛速度和稳态失调量是评估自适应滤波器性能的两个重要因素。当减少学习步长  $\mu$  时, 可以减少稳态失调量, 但也减慢了收敛过程; 增加  $\mu$  时, 收敛的速度增加了, 滤波器的失调量输出也随之增加。

本文将寻找最佳的学习步长, 在适当的收敛速度下获得最佳失调量。假设一种新的 LMS 算法, 学习步长被输入向量及偏差所影响, 而之前寻找最佳步长的经验也有助于自适应过程的后一阶段寻找最佳学习步长。由于诸如自学习等方法的非线性解决能力强, 本文中采用了人工神经网络(ANN), 用神经网络确定自适应滤波器的学习步长是克服收敛速度和稳态失调量矛盾的一种很好的办法。

### 2 BP 神经网络

ANN 使用的神经细胞群形成了一个网络, 可以模拟任何复杂的非线性系统。ANN 有许多重要的特征, 如自学习、自组织、自适应及容错能力等<sup>[6]</sup>。近期来, ANN 在许多应用中取得了很好的结果, 特别是多层前馈神经网络(MFNN), 是一种解决实际工程问题的有效工具。

由于隐藏单元引入 ANN, 使 ANN 具有了更强的分类和记忆能力。学习复杂的多层网络模型最流行、有效又简单的方法是 20 世纪 70 年代发展起来的前馈、反向传播架构。它的优势表现在对不确定问题的非线性解决能力, 已在多种场合得到应用。典型的反向传播(BP)网络有一个输入层、一个输出层, 并至少有一个隐藏层, 每一层都连接到下一层。BP 网络的规则是: 输入值  $X_i$  通过输入节点作用于输出节点。

隐藏层通过非线性变换生成输出值  $X_j$ 。每个网络训练样本为: 输入值  $X$ 、期望输出  $t$ 、输出值  $Y$  和期望值  $t$  的偏差。可以调整输入层节点  $i$  和隐藏层节点  $j$  之间的连接权重  $W_{ij}$ 、隐藏层节点  $j$  和输出层节点  $t$  之间的连接权重  $T_{jt}$ , 以及阈值使得偏差呈梯度下降。通过反复学习和训练, 根据最小允许偏差获得 BP 模型参数(连接权重和阈值), 训练过程就此完成。

训练后的 BP 模型参数指出了输入信号和输出信号的非线性关系, 数据输入训练过的 BP 网络可以获得响应结果。

### 3 BP-LMS 算法

在大部分可变步长 LMS 算法中, 学习步长通过一些采样函数获得偏差决定, 但是在 BP-LMS 中, 建立了输入向量、偏差及学习步长之间的关联。即学习步长被最近的输入和偏差所影响。

BP 神经网络以它强大的非线性解决能力使得 BP-LMS 成为现实<sup>[5]</sup>。图 2 所示为 BP-LMS 在自适应滤波器中的应用原则,  $s(n)$  表示采样时间  $n$  内的输入信号;  $v(n)$  为噪声, 与  $s(n)$  无关联;  $d(n)$  和  $e(n)$  分别为设定值和偏

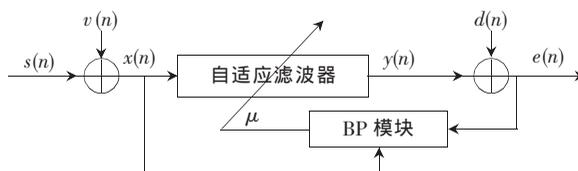


图 2 BP-LMS 在自适应滤波器内的应用

差;  $e(n)$  和  $x(n)$  为 BP 模块的输入向量; 学习步长  $\mu$  为 BP 网络的输出。因此 BP-LMS 算法的本质是建立一个 BP 模型, 根据输入向量和偏差寻找最佳步长, 在训练过程中需要为它寻找合适的训练样本、输入向量、偏差及学习步长之间的关联, 并集成到 BP-LMS 算法中去。

在 BP 模型训练完成之后, BP 模型的参数代表了输入向量、偏差和最佳学习步长之间的非线性关联。因此 BP-LMS 算法根据以下方程更新滤波器的参数:

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n)$$

$$W(n+1) = W(n) + \mu e(n)X^T(n)$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\max}, & \beta > \mu_{\max} \\ \mu_{\min}, & \beta < \mu_{\min} \\ \beta, & \text{else} \end{cases}$$

在以上方程列表中,  $\beta$  是在采样时间  $n$  中根据输入向量  $x(n)$  和偏差  $e(n)$  得到的 BP 模型的输出。为保证 BP-LMS 算法的收敛,  $\beta$  必须  $< n/\lambda_{\max}$  ( $\lambda_{\max}$  是输入信号的最大特征值), 且为正数。使用  $\mu_{\min}$  (很小的数), 以确保  $\mu$  仍然是受变化的误差和输入信号的影响, 而  $\beta$  非常接近于零, 从而提高了算法的收敛速度。在实际应用中,  $\mu_{\max}$  和  $\mu_{\min}$  可由实验得出<sup>[5]</sup>。

神经网络成功地将先验知识导入到 LMS 算法, 保证了滤波器更快地收敛, 显示出 BP-LMS 具备智能控制的能力。

### 4 BP-LMS 算法流程

BP-LMS 算法最重要的是建立一个 BP 神经网络, 然后寻找学习样本, 并进行训练。由于在工程应用中自适应滤波器的大部分输入信号相似, 因此为了避免巨大的训练样本搜集和训练工作量, 定义如果自适应滤波器 B 和 A 的输入信号类似, A 已经具有了一个可控的 BP 网络, 那么这个 BP 网络可以直接应用于 B 而不必构建一个新的网络。

D 定义成识别两个滤波器的输入信号是否相似的相似因子, 欧氏距离公式用于计算相似因子  $d$ , 即:

$$d = \left[ \sum_{i=1}^k (x_i - \theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

式中,  $x$  和  $\theta$  分别表示两个自适应滤波器的特征值,  $k$  为输入信号特征值的数量。由于相似性是一个模糊的概念, 如  $d < c$ , 那么这两个输入信号是相似的, 其中  $c$  定义成相似范围, 可通过实验获得。

### 5 实验结果与分析

为了证实 BP-LMS 算法的有效性, 与其他三种 LMS

# 技术与方法 Technique and Method

算法同时进行仿真比较。(1)标准 LMS 算法,其学习步长是一个小的正常数。(2)归一化最小均方差(NLMS)算法,其学习步长由以下方程得出:

$$\mu = \frac{\eta}{\delta + \|X(n)\|^2}$$

式中,  $\eta$  是自适应常数;  $\delta$  是正数,它在输入向量比较小的时候保证了 NLMS 比较小,  $X(n)$  是在采样时间  $n$  内的输入信号值。(3)可变步长最小均方差(VSS)算法<sup>[3]</sup>, 它的学习步长  $\mu(n+1)$  由以下方程决定:

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n)$$

$$W(n+1) = W(n) + \mu(n+1)e(n)X^T(n)$$

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_{\max}, \mu(n) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min}, \mu(n) < \mu_{\min} \\ \mu(n), \text{其他} \end{cases}$$

$$\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma e^2(n)$$

式中,  $\alpha$  和  $\gamma$  是 VSS-LMS 算法的两个参数,  $e(n)$  和  $\mu(n)$  是采样时间  $n$  内的偏差和学习步长。 $\mu_{\max}$  和  $\mu_{\min}$  的意义与 BP-LMS 算法中提到的相同。

仿真 1: 在输入为标准正弦波信号的情况下对四种算法的比较, 如图 3 所示。

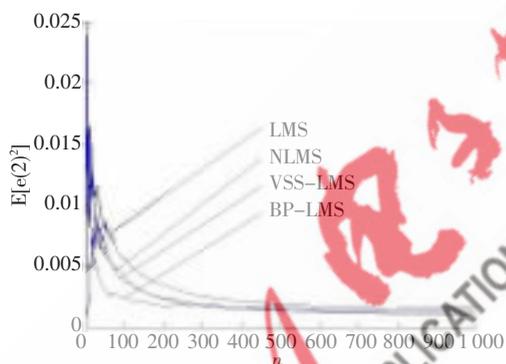


图 3 仿真 1 中四种算法的性能表现

该滤波器的阶数定为  $L=10$ 。

(1)自适应滤波器的初始权重  $W(n)$  定义为 0。

(2)输入信号  $s(n)$  是标准正弦波信号。

(3)加入的噪声  $v(n)$  是一个零均值, 方差为 0.04 的独立高斯随机序列。

(4)标准 LMS 算法的不变学习步长  $\mu$  设置为 0.005; NLMS 自适应滤波器的参数  $\eta$  和  $\delta$  分别为 0.15 和 2; VSS-LMS 算法的参数  $\alpha$  和  $\gamma$  设为 0.97 和 0.000 8, 而  $\mu_{\max}$  和  $\mu_{\min}$  在该算法中为 0.008 和 0.000 1; 初始学习步长  $\mu(0)$  设为 0.003。

(5)平均统计时间为 20, 样本容量为 1 000。在 BP-LMS 自适应滤波器里, 首先使用 greedy 算法为 BP 模型寻找训练样本, 部分训练样本数据如表 1 所示。

建立一个 BP 模型, 包含 11 分量的输入向量 (假设自适应滤波器的输入信号是 10, 偏差是 1), 25 个隐藏单元, 然后扫描 BP 模型的输出以产生最佳的学习步长  $\mu$ 。经过实验, 最佳的  $\mu_{\max}$ 、 $\mu_{\min}$  和相似范围  $c$  被确定为 0.2、

表 1 仿真 1 BP 模型的部分训练样本数据

输入信号样本数据	误差	最佳步长
-0.260 5 0.651 2 0.995 8 0.953 0 0.645 0	-0.748 7	0.455 9
0.063 0 0.000 0 0.000 0 0.000 0 0.000 0		
-0.053 2 0.599 7 0.708 7 0.708 5 0.771 8	-0.352 9	0.207 0
0.023 5 -0.541 4 -0.723 1 -0.882 2 -0.732 0		
-1.128 2 -0.467 1 0.138 6 0.856 0 1.155 3	0.374 8	0.001 0
1.019 3 0.598 7 -0.085 2 -0.347 2 -1.200 7		
0.597 8 -0.085 2 -0.347 2 -1.200 7 -1.065 9	-0.271 2	0.299 0
-0.466 0 -0.007 6 0.768 5 1.013 0 0.976 3		
0.496 2 -0.085 9 -0.632 5 -0.933 8 -1.106 5	0.000 4	0.001 0
-0.892 3 -0.053 2 0.599 7 0.708 7 0.708 5		

0.005 和 0.17。

可以看出, 相比其他三种算法, BP-LMS 算法可以使自适应滤波器取得更高的收敛速度。

仿真 2: 进一步评估 BP-LMS 算法的性能。在仿真 2 中,  $t$  加入到标准正弦波信号中的噪声增加到 0.09, 其他的参数与仿真 1 中相同。

图 4 显示了仿真 2 中四种算法的性能表现。

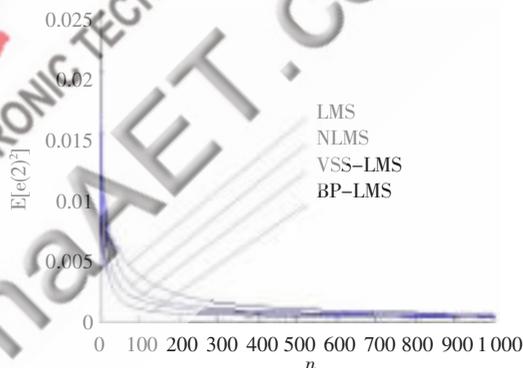


图 4 仿真 2 中四种算法的性能表现

计算相似因子  $d$  用以估计仿真 1 与仿真 2 的输入信号是否相似。输入信号有两个特征值: 一个来自标准正弦波信号, 另一个来自高斯白噪声序列。由于标准正弦波信号在这两个仿真里未改变, 因此相似因子只被高斯白噪声序列的特征值影响。高斯白噪声序列的方差是作为它的特征值使用的。因此, 两个输入信号的相似因子如下:

$$d = [(0.3 - 0.2)^2]^{1/2} = 0.1$$

$$d < c = 0.17$$

即不需要在仿真 2 中建立新的 BP 控制网络, 只需要继续使用仿真 1 即可。可以看出被 BP-LMS 算法调节的滤波器可以收敛得更加快速, 只需要约 150 个迭代周期。但是 VSS-LMS、NLMS 和标准 LMS 算法, 至少需要 250、300 和 400 个迭代周期来取得类似的效果。

仿真 3: 四种算法之间的比较, 输入信号为高斯白噪声序列:

(1)自适应滤波器的阶数  $L=5$ 。

(2)自适应滤波器的权重定义为  $W(n) =$

## 技术与方法 Technique and Method

$[0.25, 0.75, 1, 0.75, 0.25]^T$ 。

(3)输入信号  $s(n)$  是零均值, 方差  $\sigma^2=1$  的高斯白噪声随机序列。

(4)加入的噪声  $v(n)$  是一个零均值, 方差为 0.01 的独立高斯随机序列。

(5)标准 LMS 算法的不变学习步长  $\mu$  设置为 0.005, NLMS 自适应滤波器的两个参数  $\eta$  和  $\delta$  分别为 0.15 和 2。VSS-LMS 算法的参数  $\alpha$  和  $\gamma$  设为 0.97 和 0.000 8。 $\mu_{\max}$  和  $\mu_{\min}$  在算法中分别为 0.05 和 0.000 5, 初始学习步长  $\mu(0)$  设为 0.005。

(6)平均统计时间为 200, 样本容量为 1 000。

和仿真 1 相同, 首先使用 greedy 算法为 BP 模型寻找训练样本, 部分训练样本数据如表 2 所示。

表 2 仿真 3BP 模型的部分训练样本数据

输入信号样本数据					误差	最佳步长
0.995 8	0.953 0	0.645 0	0.063 0	0.000 0	0.184 5	0.04 9
-0.723 1	-0.882 2	-0.732 0	-0.260 5	0.651 2	1.396 4	0.05
0.708 7	0.708 5	0.771 8	0.023 5	-0.541 4	-0.229 2	0.049 9
-1.106 5	-0.892 3	-0.053 2	0.599 7	0.708 7	-0.360 6	0.000 5

建立一个 BP 模型, 包含 6 分量的输入向量(假设自适应滤波器的输入信号是 5, 偏差是 1), 15 个隐藏单元, 然后扫描 BP 模型的输出以产生最佳的学习步长  $\mu$ 。经过实验, 最佳的  $\mu_{\max}$ 、 $\mu_{\min}$  和相似范围  $c$  被确定为 0.05、0.000 5 和 0.22。

仿真 4: 输入信号  $s(n)$  是零均值, 方差  $\sigma^2=1.21$  的高斯白噪声随机序列, 加入的噪声  $v(n)$  是一个零均值, 方差  $\sigma^2=0.04$  的独立高斯随机序列。其他参数与仿真 3 相同。

因此相似因子  $d$  在仿真 3 和仿真 4 均为:

$$d = [(1.1-1)^2 + (0.2-0.1)^2]^{1/2} = 0.141$$

$$d < c = 0.22$$

因此, 在仿真 3 应用的控制 BP 神经网络同样可以用在仿真 4。

图 5 和图 6 分别列出了在仿真 3 和仿真 4 中四种算法的性能, 可以从两组图示中获知该噪声功率的 BP-

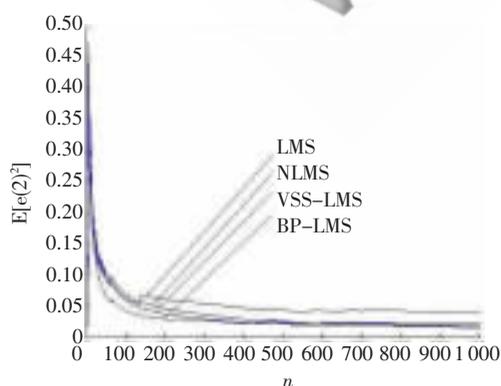


图 5 仿真 3 中四种算法的性能表现

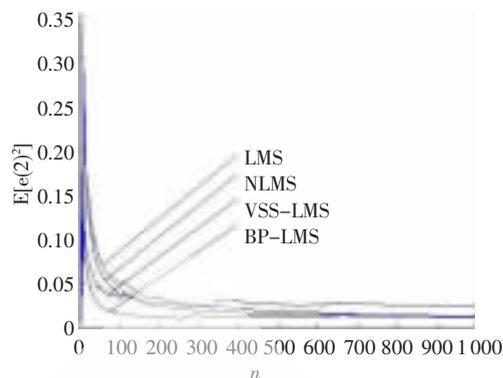


图 6 仿真 4 中四种算法的性能表现

LMS 算法具有稳定的错误调整系统, 且比其他三种算法收敛速度都快。

四个模拟实验结果都说明了 BP-LMS 算法的功效, 及其合理性。

自适应滤波算法是信号处理的重要基础, 在各个领域已取得了广泛的应用。本文提出了 BP-LMS 算法采用一种新的自适应步长控制技术, 新算法中其学习的步骤通过 BP 神经网络控制, 可用于具有自适应滤波应用的理想功能, 并得以明显体现。同时模拟实验结果证明了 BP-LMS 算法的优势特征, 可改进保持小错不同环境条件下的调整收敛速度, 从而使算法的性能得到了改善。

参考文献

- [1] SIMON H. K. Adaptive filter theory [M]. Fourth Edition, Prentice Hall, 2001.
- [2] KWONG R, JOHNSTON E W. A Variable step size LMS algorithm [J]. IEEE Trans. On Signal Process., 1992, 40(7): 1633-1642.
- [3] ABOULNASR T, MAYYAS K. A robust variable step size LMS-type algorithm: analysis and simulations [J], IEEE Signal Process., 1997, 45(3): 631-639.
- [4] GAO Y, XIE SH.L. A variable step size LMS adaptive filtering algorithm and its analysis [J], Acta. Electronica Sinica, 2001, (29): 1094-1097.
- [5] QIN J F, ZH J, YANG O. A new variable step size adaptive filtering algorithm [J], Data Collecting and Processing, 1997, 12(3): 171-194.
- [6] ROJAS R. Neural Networks - A Systematic Introduction [M]. 1996.

(收稿日期: 2010-10-12)

作者简介:

修海燕, 女, 1984 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 人工智能和数据挖掘。

闫德勤, 男, 1962 年生, 教授, 主要研究方向: 模式识别、人工智能, 数据挖掘和信息安全等。