

应用于数字图像识别的 Hu 矩缩放不变性分析

陈瑞森

(厦门海洋职业技术学院, 福建 厦门 361012)

摘要: 从数学上分析了弧矩在数字图像缩放时的变化规律, 得出通过组合矩的方法无法改善其缩放不变性的结论, 并指出了改善其缩放不变性的两种方法。仿真结果证明了本文所提出的结论的正确性和方法的可行性。

关键词: Hu 矩; 数字图像; 缩放不变性; 分辨率

中图分类号: TP751

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2011)01-0029-03

The scale invariability analysis of Hu moments for digital image recognition

Chen Ruisen

(Xiamen Ocean Vocational College, Xiamen 361012, China)

Abstract: In this paper, the influence of scale factor on Hu moment invariants in digital image is analyzed. And a conclusion that combined moments can not improve Hu moment invariant's scale invariability is obtained, also two methods to improve Hu moment invariant's scale invariability are proposed. The simulation result shows the correctness of the conclusion and the feasibility of the methods mentioned.

Key words: Hu moment invariants; digital image; scale invariability; resolution

基于 Hu 矩在模拟图像中具有图像平移、旋转、缩放不变性的特点^[1], 其作为识别的特征量已广泛应用于模式识别以及跟踪等许多模拟图像分析领域^[2]。但 Hu 矩在数字图像中并不具有缩放不变性, 不适合应用于数字图像分析^[3], 因此, 通过改造 Hu 矩使其能同时应用于数/模图像领域的分析, 成为许多研究人员的共同目标^[3-6]。

目前, 大部分对 Hu 矩的改造主要集中在组合矩方面^[3-6], 但实际上组合矩的数学理论基础存在一定的问题, 因为其所使用的 $x'=kx$ 和 $y'=ky$ 两个公式在数字图像缩放时并不成立, 因此, 使用这两个公式推导出的组合矩并不能有效地改善数字图像中 Hu 矩的缩放不变性。从数学角度推导出 Hu 矩在数字图像缩放时的变化规律是找到改善其缩放不变性的基础, 这也是本文研究的重点。通过对其变化规律的研究, 本文得出了两种改善其缩放不变性的方法。实验证实了这两种方法的可行性, 同时显示了 Hu 矩在识别系统中的应用效果优于 Zemike^[7]和 krawtchouk^[8]矩。

1 Hu 矩简介

设连续情况下二维图像函数为 $f(x, y)$, 则它的 $p+q$ 阶几何矩和中心矩分别定义为:

$$M_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy, p, q = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x-\bar{x})^p (y-\bar{y})^q f(x, y) dx dy,$$

其中, $\bar{x} = M_{10}/M_{00}$, $\bar{y} = M_{01}/M_{00}$ 。

对于一幅 $M \times N$ 的离散图像 $f(x, y)$, 它的 $p+q$ 阶几何矩和中心矩分别定义为:

$$M_{pq} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N x^p y^q f(x, y), p, q = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\mu_{pq} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (x-\bar{x})^p (y-\bar{y})^q f(x, y),$$

其中, $x \in M, y \in N, p, q$ 为常数。

归一化的中心矩 η_{pq} 定义为:

$$\eta_{pq} = \mu_{pq} / \mu_{00}^r, r = (p+q+2)/2$$

由 η_{pq} 矩的不同组合, Hu 得到了 7 个矩不变量 $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ ^[11]。

$$M_1 = (\eta_{20} + \eta_{02})$$

$$M_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$M_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$M_4=(\eta_{30}+\eta_{12})^2+(\eta_{21}+\eta_{03})^2$$

$$M_5=(\eta_{30}-3\eta_{12})(\eta_{30}+\eta_{12})[(\eta_{30}+\eta_{12})^2-3(\eta_{21}+\eta_{03})^2]+(3\eta_{21}-\eta_{03})(\eta_{21}+\eta_{03})[3(\eta_{30}+\eta_{12})^2-(\eta_{21}+\eta_{03})^2]$$

$$M_6=(\eta_{20}-\eta_{02})[(\eta_{30}+\eta_{12})^2-(\eta_{21}+\eta_{03})^2]+4\eta_{11}(\eta_{30}+\eta_{12})(\eta_{21}+\eta_{03})$$

$$M_7=(3\eta_{21}-\eta_{03})(\eta_{30}+\eta_{12})[(\eta_{30}+\eta_{12})^2-3(\eta_{21}+\eta_{03})^2]-(\eta_{30}+3\eta_{12})(\eta_{21}+\eta_{03})[3(\eta_{30}+\eta_{12})^2-(\eta_{21}+\eta_{03})^2]$$

2 Hu 矩在数字图像缩放时的变化规律

要使 Hu 矩在数字图像缩放时也具有不变性，必须掌握 Hu 矩在数字图像缩放时的变化规律。本文从数学的角度加以推导(在此只给出 η_{20} 的推导过程以及 η_{21} 的推导结果，其余参数的推导过程及结果与此类似)。本文推导过程中所用到的公式如下：

$$S_n=(1+2+\dots+n)-(1+2+\dots+m)$$

$$=(n(n+1)-m(m+1))/2, \quad m < n \quad (1)$$

$$S_n^2=(1^2+2^2+\dots+n^2)-(1^2+2^2+\dots+m^2)$$

$$=(n(n+1)(2n+1)-m(m+1)(2m+1))/6, \quad m < n \quad (2)$$

$$S_n^3=(1^3+2^3+\dots+n^3)-(1^3+2^3+\dots+m^3)$$

$$=(n^2(n+1)^2-m^2(m+1)^2)/4, \quad m < n \quad (3)$$

假设数字图像的缩放系数为 k ，缩放前后的归一化中心矩分别为 η_{pq} 和 η_{pq}^k ，令：

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{图像区域} \\ 0 & \text{背景区域} \end{cases} \text{ 则:}$$

$$\eta_{20} = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (x-\bar{x})^2 f(x, y) / \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f(x, y)}{\sum_{x=1}^{\frac{M}{k}} \sum_{y=1}^{\frac{N}{k}} (x-\bar{x})^2 f(x, y) / \sum_{x=1}^{\frac{M}{k}} \sum_{y=1}^{\frac{N}{k}} f(x, y)}$$

$$= \frac{\sum_{y=1}^N [(m_y^2 + \dots + n_y^2) + \dots + ((\frac{lx}{k})^2 + \dots + (\frac{ly}{k})^2)] f(x, y)}{\sum_{y=1}^{\frac{N}{k}} [(\frac{m_y}{k})^2 + \dots + (\frac{n_y}{k})^2 + \dots + ((\frac{m_y}{k})^2 + \dots + (\frac{n_y}{k})^2)] f(x, y)}$$

$$= \frac{\sum_{y=1}^N f(x, y)}{\sum_{y=1}^{\frac{N}{k}} f(x, y)}$$

$$= \frac{(\frac{1}{k^2} + \varepsilon 1)^2 (k^3 + \varepsilon 2)}{(\frac{m}{k} + \dots + \frac{n}{k}) + \dots + ((\frac{m^b}{k}) + \dots + \frac{n^b}{k})}$$

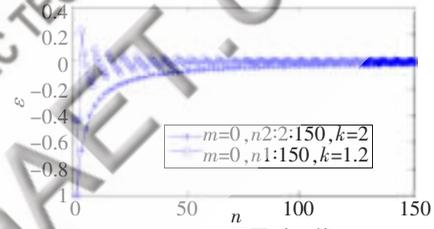
$$= \frac{(\frac{1}{k^2} + \varepsilon)^2 (k^3 + \varepsilon)(k + \varepsilon)}{\eta_{21} = (\frac{1}{k^2} + \varepsilon)^{\frac{5}{2}} (k^4 + \varepsilon)(k + \varepsilon)}$$

其中， lx 和 ly 分别表示图像沿着 X 轴和 Y 轴方向的像素块数， $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_x, \varepsilon_y$ 的大小分别与缩放前后的面积、 x 轴、 y 轴像素以及 x 轴像素、 y 轴像素的分布有关。由以上分析可知，若 $\varepsilon \approx 0$ ，则数字图像中 Hu 矩具有缩放不变

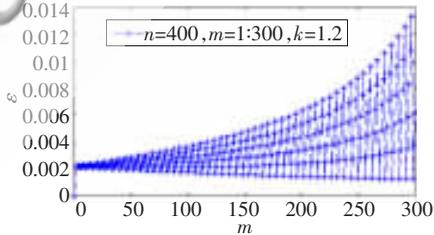
性，但实际上 $\varepsilon \approx 0$ 是有条件的，因为在对图像进行缩放时肯定会带入一些量化误差。本文中心矩中 ε 的变化规律由式(4)决定，即取决于 n, m, k, a 的大小和 $n/k, m/k$ 的取整策略。

$$S_n^a = \frac{(1^a + 2^a + \dots + n^a) - (1^a + 2^a + \dots + m^a)}{S_{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor}^a} = k^{a+1} + \varepsilon \quad (4)$$

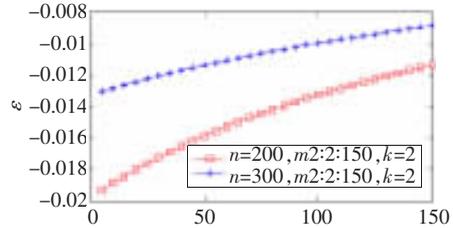
假设 $a=1$ ，由图 1(a)、(c)可以看出，在 n/k 为整数、 $m=0$ 或 m/k 为整数时， ε 的值随着 n, m 的增加而减少。由图 1(a)、(b)、(d)可知，若 $n/k, m/k$ 为非整数，则 ε 变化比较不规律， ε 值取决于 $n/k, m/k$ 的取整策略以及 n, m, k 的大小，同时由图 1(b)、(d)可知，如果同时按比例增大 m, n 值，可减少 ε 值。因为正常情况下， m, n, k 为任意取值， ε 的变化很难找到规律。因此，在不增大 n 的前提下，通过矩不变量的组合(组合矩)来减少 ε 值的方式不具可行性。因为组合矩只是通过 Hu 矩的组合来构造新的不变量，而 Hu 矩在数字图像缩放时的变化规律不一致。因此减少 ε 值的方法只有两种：一是在满足一定分辨率的前提下使图像缩放时图像边缘像素点的坐标值与缩放系数的乘积为整数；二是使图像的分辨率足够高。



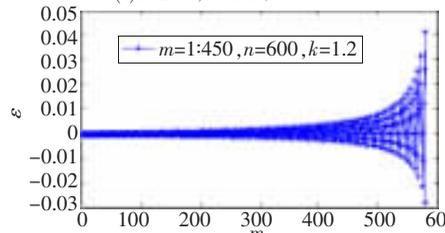
(a) $m=0, n, k$ 不同时 ε 值



(b) $n=400, k=1.2$ 时, ε 与 m 关系



(c) $k=2$ 时, ε 与 n, m 关系



(d) $k=1.2, n=600$ 时, ε 与 m 关系

图 1 ε 与 m, n, k 的关系曲线

3 仿真分析

对 H_u 矩在数字图像缩放时的变化规律进行分析,在提出了使 H_u 矩对数字图像缩放具有不变性的相关方法后,利用 Matlab 软件对本文方法的可行性进行了仿真验证。图 2 为用于 H_u 矩缩放不变性特性分析的四幅图像。图 3 的曲线反映了图 2(a)、(b)、(c)、(d) 四幅图像在不同缩放系数下, $H_{n(k)}$ 值的变化规律: 钻石实线反映了在条件 1(较低像素下,但 n/k 、 m/k 为整数)时 $H_{n(k)}$ 的值变化规律,图像原始分辨率为 400×400 ,圆虚线反映了在条件 2(n/k 为非整数时,图像分辨率较低)时 $H_{n(k)}$ 值的变化规律,图像原始分辨率为 400×400 ,方块点虚线反映了在条件 3(n/k 为非整数但图像具有较高的分辨率)时 $H_{n(k)}$ 值的变化规律,图像原始分辨率为 1200×1200 。 $H_{n(k)} = 0.4n + (M_{n(k)} - M_{n(k=1)}) / M_{n(k=1)}$, 其中, k 是缩放系数, M_n 是 H_u 矩不变量。仿真结果显示,钻石实线的波动最小,因此条件 1 下 H_u 矩具有最好的不变性。但是现实的缩放很难达到条件 1 的要求,方块虚线显示提高分辨率可以很好地改善 H_u 矩的缩放不变性。同时本文也具体对图像的分辨率与识别率的关系进行了分析,图 4 显示了字母 G 的识别率与分辨率的关系,识别分别基于 H_u 矩、Z 矩、K 矩不变量,不变量之间的欧氏距离作为识别时的分类依据^[9]。图 4 显示分辨率越高,识别率越高,而且 H_u 矩具有最好的识别效果。



图 2 用于 H_u 矩缩放不变性特性分析的四幅图像

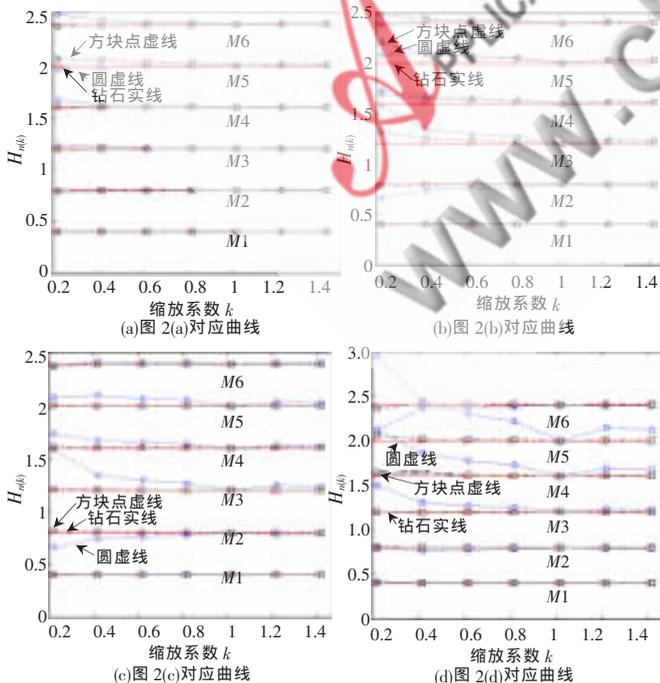


图 3 图 2 中四幅图像在不同缩放系数 k 下, $H_{n(k)}$ 值的变化规律

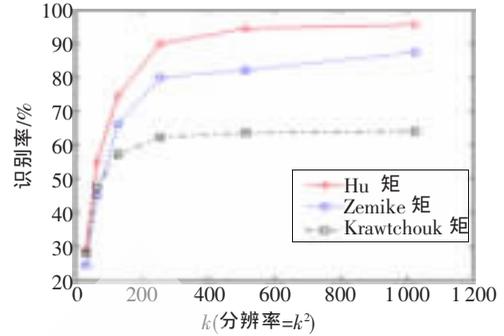


图 4 识别率与分辨率的关系

本文提出了两种使 H_u 矩在数字图像缩放时具有不变性的方法,仿真结果证明了本方法的可行性。同时仿真也显示在较高像素条件下, H_u 矩具有比 Z、K 矩更优的应用效果,因此, H_u 矩非常适合应用于具有高图像分辨率的数字图像识别系统。

参考文献

- [1] HU M K. Visual pattern recognition by moment invariants[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(2): 179-187.
- [2] MERCIMEK M, GULEZ K, MUMCU T V. Real object recognition using moment invariants [J]. Sadhana -Academy Proceedings in Engineering Sciences, 2005, 30(6): 765-775.
- [3] LIU J, LIU Y C, YAN C X. Feature extraction technique based on the perceptive invariability [C]. Fifth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 2008: 551-554.
- [4] 徐孝强,汪渤,贺鹏.统一 H_u 矩及在电视图像目标识别中的应用[J].计算机工程与应用,2006,42(29):213-215.
- [5] 杜亚娟,潘泉,张洪才.一种新的不变矩特征在图像识别中的应用[J].系统工程与电子技术,1999,21(10):71-74.
- [6] 邵泽明,朱剑英.RSTC 不变矩图像特征点匹配新方法[J].华南理工大学学报(自然科学版),2008,36(8):37-40.
- [7] SHUTLER J D, NIXON M S. Zernike velocity moments for description and recognition of moving shapes [J]. Image and Vision Computer, 2001, 24(4): 343-356.
- [8] ZHANG L, XIAO W W, JI Z. Local affine transform invariant image watermarking by Krawtchouk moment invariants[J]. IET Information Security, 2007, 1(3): 95-107.
- [9] POTOČNIK B. Assessment of region-based moment invariants for object recognition [C]. 48th International Symposium ELMAR -2006 on Multimedia Signal Processing and Communications, 2006: 27-32.

(收稿日期:2010-08-04)

作者简介

陈瑞森,男,1981年生,讲师,主要研究方向:模式识别,集成电路设计。