

# 基于混沌粒子群优化算法的 FIR 数字滤波器设计

梁 慧, 彭世国

(广东工业大学 自动化学院, 广东 广州 510006)

**摘 要:** 有限脉冲响应(FIR)数字滤波器的设计, 实质上是一个多参数优化问题。将粒子群优化算法与混沌相结合来设计 FIR 数字滤波器, 并用该方法设计了一个高通滤波器。与用 Parks-McClellan 算法设计得到的高通滤波器进行对比发现, 基于混沌粒子群优化算法(CPSO)的 FIR 滤波器通带波动小, 阻带衰减大, 从而证明了该算法的有效性和优越性。

**关键词:** 混沌粒子群优化算法; FIR 数字滤波器; 滤波器设计

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2010)23-0041-03

## FIR digital filters design based on chaos particle swarm optimization algorithm

LIANG Hui, PENG Shi Guo

(College of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** Finite impulse response (FIR) digital filter design is essentially a multi-parameter optimization problem. In this paper, particle swarm optimization algorithm is combined with chaos which is used to design FIR digital filters and a high-pass filter has been designed. Comparing with the Parks-McClellan algorithm, the FIR digital filter designed by PSO algorithm has smaller pass-band and bigger stop-band attenuation. The experimental results show the effectiveness and superiority of the method.

**Key words:** chaos particle swarm optimization; FIR digital filters; filter design

FIR 数字滤波器在满足一定对称条件下, 可以实现线性相位, 而且其结构中只用到前向路径, 从而使其具有固有的稳定性, 因此在通信、雷达、声纳、生物医学、地震勘探等领域得到了广泛的应用。传统的 FIR 数字滤波器设计方法有频率抽样法、窗函数法和一致逼近法。频率抽样法和窗函数法简单易行, 但不易精确地确定其通带和阻带边界频率。一致逼近法<sup>[1]</sup>以 Parks-McClellan 算法为代表, 该方法能获得较好的通带和阻带性能, 并能准确地指定通带和阻带的边缘, 是一种有效的设计方法。很多学者在 FIR 数字滤波器设计问题上做了大量的探索研究, 并提出了用优化算法来设计 FIR 数字滤波器, 它是在一定的优化准则下, 使设计的滤波器性能最优。其中雷米兹(Remez)交换算法是最标准的优化算法<sup>[2]</sup>, 但它对设计指标不仅有频域上的要求, 而且又有时间响应的约束时, 该算法就不再使用。采用加权最小二乘(WLS)设计算法虽然容易实现, 但需要计算高阶矩阵的逆, 当滤波器阶数很高时, 这个矩阵的求逆将出现困难<sup>[3]</sup>。

遗传算法是一种全局最优方法, 但是遗传算法采用了选择、交叉和变异等操作, 算法结构复杂、运算量大、收敛速度慢<sup>[4-5]</sup>。

粒子群优化算法 PSO (Particle Swarm Optimization)<sup>[6]</sup>是由 EBERHART 和 KENNEDY 博士在 1995 年提出的一种新的全局优化进化算法。该算法源于对鸟群捕食行为的模拟, 算法的突出特点是结构简单, 运行速度快, 计算量小、程序实现非常简洁, 需要调整的参数少。但在实际应用中, PSO 也表现出了易产生早熟收敛、局部寻优能力差等不尽如人意的的问题。而混沌粒子群优化<sup>[7]</sup>可利用混沌变量的随机性、遍历性及规律性进行优化搜索, 加快进化速度, 改善粒子群优化摆脱局部极值点的能力。

本文将混沌搜索机制与粒子群优化算法相结合, 以克服 PSO 陷入早熟、局部寻优能力差的缺陷, 并将其运用于 FIR 数字滤波器的设计。与参考文献<sup>[8]</sup>相比, 本文算法的混沌搜索策略是初始化产生混沌粒子, 然后把混沌变量从混沌空间映射到解空间, 利用混沌变量进行

搜索。

## 1 混沌粒子群优化算法设计 FIR 数字滤波器

### 1.1 FIR 滤波器的幅频特性

$N-1$  阶 FIR 滤波器的系统函数为:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} \quad (1)$$

如果其脉冲响应满足偶对称条件:  $h(n)=h(N-1-n)$ , ( $0 \leq n \leq N-1$ ), 且  $N$  为奇数, 则该滤波器为线性相位滤波器, 其幅频特性为:

$$H(w) = \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}} a_n \cos(nw) \quad (2)$$

式中,  $a_0 = h\left(\frac{N-1}{2}\right)$ ,  $a_n = 2h\left(\frac{N-1}{2} - n\right)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,

$\frac{N-1}{2}$ 。得到脉冲响应:

$$\begin{aligned} h\left(\frac{N-1}{2} - n\right) &= \frac{a_n}{2} \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2} \\ h\left(\frac{N-1}{2}\right) &= a_0 \end{aligned} \quad (3)$$

由式(1)逼近理想指标的 FIR 滤波器, 即可获得  $a_n$  系数序列, 代入式(3)即可得到有限长脉冲响应序列  $h(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ , 从而设计出性能指标优异的 FIR 滤波器。

设 FIR 滤波器的理想幅频特性为:  $|H_d(e^{jw})|$ , 由 FIR 滤波器的最小均方误差设计法知在各频率采样点处的均方误差为:

$$E = \sum_{i=1}^M \left[ |H(e^{jw_i})| - |H_d(e^{jw_i})| \right]^2 \quad (4)$$

其中  $M$  为样本数。均方误差  $E$  最小, 则滤波器性能最好, 因此选择函数式(4)作为 FIR 滤波器的适应度函数。即:

$$F = E = \sum_{i=1}^M \left[ |H(e^{jw_i})| - |H_d(e^{jw_i})| \right]^2 \quad (5)$$

### 1.2 混沌粒子群优化算法

在基本 PSO 算法中, 每个优化问题的解都是搜索空间中的一只鸟, 称之为“粒子”。所有的粒子都有一个被优化的函数决定的适应度, 每个粒子还有一个速度决定它们飞翔的方向和距离, 粒子通过不断调整自己的位置来搜索新解。

假设在一个  $D$  维的目标搜索空间中, 由  $m$  个粒子组成的一个群落, 其中第  $i$  个粒子表示为  $D$  维的向量,  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})^T$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 即第  $i$  个粒子在  $D$  维搜索空间中的位置是  $x_i$ , 将  $x_i$  代入一个目标函数就可以计算出其适应值, 根据适应值的大小衡量  $x_i$  的优劣。第  $i$  个粒子的“飞翔”速度也是一个  $D$  维的向量, 记为  $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})^T$ 。记第  $i$  个粒子迄今为止搜索到的最优位置

为  $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})^T$ , 整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置为  $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})^T$ 。EBERHART 和 KENNEDY 提出的 PSO 算法根据以下两个公式来更新自己的位置和速度:

$$v_{in}^{k+1} = wv_{in}^k + c_1 r_1 (p_{in}^k - x_{in}^k) + c_2 r_2 (p_{gn}^k - x_{in}^k) \quad (6)$$

$$x_{in}^{k+1} = x_{in}^k + v_{in}^{k+1} \quad (7)$$

其中,  $r_1, r_2$  为  $(0, 1)$  之间的随机数,  $c_1, c_2$  为加速常数, 通常选取  $c_1 = c_2 = 2$ ,  $w$  为加权系数。粒子通过不断学习更新, 最终飞至解空间中最优解所在的位置, 搜索过程结束。在更新过程中, 粒子每一维的最大速率限制在  $v_{max}$ , 每一维的坐标被限制在允许范围之内(即解的取值范围)。

在 PSO 算法中, 惯性权重  $w$  的设置对算法的收敛速度和算法结果有很大的影响, 参考文献[9]通过大量的实验证明: 如果  $w$  随算法迭代的进行而线性减小, 将显著改善算法的收敛性能。设  $w_{max}$  为最大惯性权重,  $w_{min}$  为最小惯性权重,  $run$  为当前迭代次数,  $run_{max}$  为算法迭代总次数, 则有:

$$w = w_{max} - run \times \frac{w_{max} - w_{min}}{run_{max}} \quad (8)$$

通过这样的改进,  $w$  在算法初期较大, 算法搜索的空间也就较大;  $w$  在算法晚期很小, 可以提高算法的精细搜索能力。

混沌粒子群算法(CPSO)通过将混沌搜索机制有机地引入粒子群优化算法, 使每个粒子从混沌搜索机制与粒子群算法搜索机制中获得适当的搜索方法, 以混沌变量的遍历性增强粒子的搜索性能与更全面应用目标函数的信息, 并反映到迭代更新的个体极值和群体极值中, 可更有效地调整粒子的移向并最终获得最优解。

混沌优化算法的基本思想是初始化产生混沌粒子, 然后把混沌变量从混沌空间映射到解空间, 利用混沌变量具有遍历性和随机性的特点进行搜索。

### 1.3 FIR 滤波器的设计

基于混沌粒子群优化算法对 FIR 数字滤波器的设计, 具体做法是: 采用混沌赋值的方式初始化粒子群中粒子的位置, 然后对初始化产生的粒子根据适应度更新, 寻找最优解。

本文对滤波器系数序列  $a_n$  寻优, 并采用实数编码, 每个粒子用  $x$  表示当前位置, 以  $v$  表示速度,  $f(x)$  表示适应度。  $x, v$  是一个  $(N+1)/2$  维变量。它们的编码结果为:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{\frac{N+1}{2}}$$

$$v_1, v_2, v_3, \dots, v_{\frac{N+1}{2}}$$

采用自适应惯性权重的混沌粒子群优化算法设计 FIR 数字滤波器的具体实现步骤如下:

《微型机与应用》2010 年第 29 卷第 23 期

## 网络与通信 Network and Communication

(1) 随机产生  $D$  个  $[0, 1]$  上的随机数  $P_{1,D}$ ,  $D$  为目标函数中变量的个数。

(2) 混沌产生初始粒子。利用 Logistic 混沌映射:

$$P_{i,n} = 4P_{i-1,n}(1-P_{i-1,n}) \quad (9)$$

其中  $i=2, 3, \dots, popsize$ ,  $popsize$  为粒子个数。

(3) 将所有粒子从混沌区间  $[0, 1]$  映射到变量取值区间  $[a_n, b_n]$ :

$$p_{in} = a_n + (b_n - a_n)P_{i,n} \quad (10)$$

计算每个粒子的适应度值。

(4) 将粒子群的当前位置记为  $p_{best}$ , 适应度最优的粒子位置记为  $g_{best}$ 。

(5) 根据式(6)更新粒子位置, 根据式(7)更新粒子速度。重新计算粒子的适应度, 并判断是否更新粒子的个体极值以及粒子群的全局极值。

(6) 判断是否满足终止条件, 如果满足, 算法终止; 否则, 执行步骤(5)。

(7) 输出  $g_{best}$ , 得到 FIR 数字滤波器的系数  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{\frac{N-1}{2}}$ 。

(8) 根据式(3)计算出  $h(n), n=0, 1, \dots, N-1$ 。

## 2 设计实例及仿真结果

本文使用 Matlab 进行 FIR 数字滤波器设计的仿真实验。首先将混沌粒子群优化算法与标准 PSO 优化得到的最优适应度值相比, 混沌粒子群优化算法能得到更优的适应度值。然后将用混沌粒子群优化算法与用 Parks-McClellan 算法设计得到的滤波器相比较, 说明混沌粒子群优化算法的优越性。

设计一个阶数为 30 的 FIR 高阶数字滤波器, 其技术指标为:

$$H_d(w) = \begin{cases} 1, & 0.52\pi \leq w \leq \pi \\ 0, & 0 \leq w \leq 0.48\pi \end{cases}$$

仿真实验采样的方法如下: 在  $[0, \pi]$  范围内对  $w$  取样, 共取  $N=64$  个样点, 即:

$$w_i = \frac{\pi}{N-1}, i=0, 1, 2, \dots, N-1$$

因此, 高通滤波器幅频取样点为:  $H_d(i) = [\text{zeros}(1, 31), 0.3968, 0.7937, \text{ones}(1, 31)]$ 。粒子群优化算法的参数设置为: 群体大小  $popsize=30$ , 参数维数  $dim=16$ , 最大惯性权重  $w_{max}=0.9$ , 最小惯性权重  $w_{min}=0.4$ , 粒子群中所有粒子位置的取值范围都限制在  $[-1, 1]$ , 速度  $v \in [-1, 1]$ , 最大迭代次数  $run_{max}=2000^{[10]}$ 。

图 1 为 CPSO 和标准 PSO 两种粒子群优化算法寻优得到的群体最优解进化曲线。由图可知, 相比于标准 PSO 算法, CPSO 算法寻优得到的均方误差更小, 且与参考文献[9]中最大迭代次数设定为 2000 相比, 混沌粒子群优化算法在迭代次数小于 1000 时, 就可以收敛到最优值, CPSO 算法耗时更少。

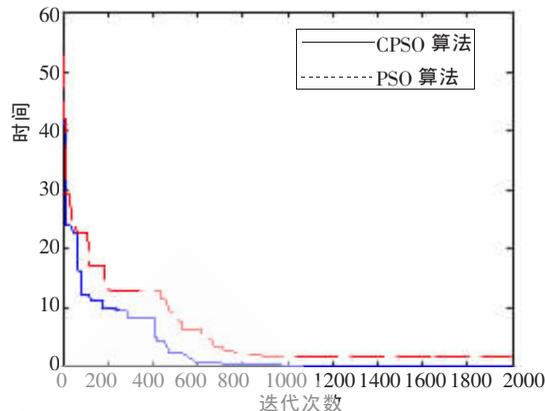


图 1 CPSO 和 PSO 算法寻优得到的群体最优解进化曲线

图 2 为 CPSO 算法寻优得到的 FIR 数字滤波器的脉冲响应。

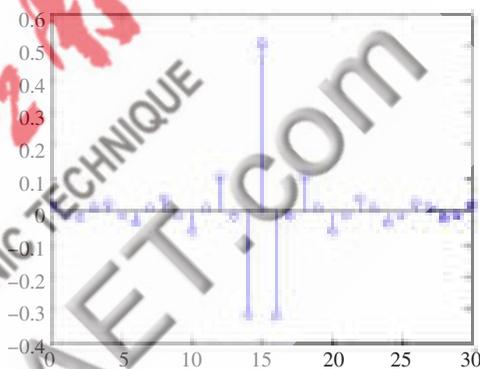


图 2 CPSO 算法寻优得到的 FIR 数字滤波器的脉冲响应

图 3 是 CPSO、PMC 及 PSO 三种算法得到的高通滤波器的幅频响应, 实线为 CPSO 算法得到的曲线, 点划线为 PSO 算法得到的曲线, 虚线为 Parks-McClellan 算法得到的曲线。由图可以看出: CPSO 算法得到的滤波器比 PSO 算法得到的滤波器的通带更平稳, 比 Parks-McClellan 算法得到的滤波器的通带波动更小, 阻带衰减更大。

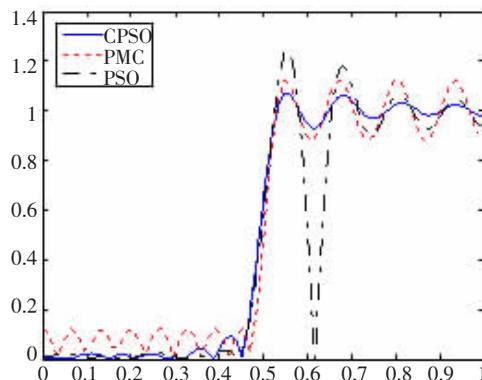


图 3 CPSO、PMC 及 PSO 三种算法得到的高通滤波器的幅频响应

本文用混沌粒子群优化算法得到滤波器系数, 进而设计 FIR 数字滤波器。通过对一个实例的设计, 可以看出, 混沌粒子群优化算法设计得到的滤波器, 与 Parks-

McClellan 算法设计的滤波器相比, 滤波器性能更优良。但是, 粒子群优化算法的研究和应用尚处于初级阶段, 很多方面还有待进一步的探索研究, 如算法的收敛性、参数选取等问题, 以及如何与其他方法更好地结合, 以达到更好的寻优效果。

参考文献:

- [1] 胡广书. 数字信号处理—理论算法与实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [2] 程佩青. 数字信号处理教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- [3] LEE J H, CHEN C K, LIM Y C. Design of discrete coefficient FIR digital filters with arbitrary amplitude and phase responses [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1993, 40:444-448.
- [4] 杨福宝. 基于遗传算法的 FIR 数字滤波器的优化设计 [J]. 武汉理工大学学报 (交通科学与工程版), 2002, 26 (4): 478-480.
- [5] 郑力新, 周凯汀, 王永初. 基于遗传算法和窗函数的 FIR 滤波器新设计方法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2002, 16 (1): 49-53.
- [6] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]. IEEE International Conference on Natural Networks. Perth, Australia, 1995, 11(27): 1942-1948.
- [7] 杨俊杰, 周建中, 喻菁, 等. 基于混沌搜索的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2005(16): 69-71.
- [8] 杨延西, 刘丁, 辛菁. 基于混沌粒子群优化的图像相关匹配算法研究[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(3): 529-533.
- [9] SHI Y, EBERHART R C. A modified swarm optimizer[C]. IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Anchorage, AK USA, 1998: 69-73.
- [10] 周飞红, 刘辉, 廖子贞. 粒子群优化算法在 FIR 数字滤波器设计中的应用 [J]. 计算机工程与应用, 2008, 44 (33): 83-85.

(收稿日期: 2010-07-13)

作者简介:

梁慧, 女, 1986 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 系统工程及信号处理。

彭世国, 男, 1967 年生, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向: 微分方程的周期解和稳定性, 控制理论和控制工程及神经网络动力学等。