

# 椭圆曲线的可追踪门限签名

景运革

(运城学院 公共计算机教学部,山西 运城 044000)

**摘要:** 提出新的 $(t, n)$ 门限数字签名方案,即基于椭圆曲线可追踪的门限数字签名方案,构造以椭圆曲线为基础和核心的门限数字签名,以实现用更短的密钥达到和 RSA 同等安全强度的门限签名系统。同时,实现在事后发生争执或需要追究责任时,可以通过仲裁机制追查参与签名成员的身份。

**关键词:** 椭圆曲线密码体制;数字签名;门限签名;可追踪

中图分类号: TP309

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2010)21-0058-03

## Elliptic curve traceable threshold signature

JING Yun Ge

(Public Computer Education, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China)

**Abstract:** This paper proposes a new  $(t, n)$  threshold digital signature scheme based on elliptic curve traceable threshold signature scheme. In theory, the structure to the elliptic curve-based and core threshold digital signature scheme to achieve with a shorter and equal security to RSA key strength threshold signature system. Meanwhile, the realization of a dispute after the fact or in need of accountability, they can participate by signing an arbitration mechanism to trace the identity of the members.

**Key words:** elliptic curve cryptography; digital signature; threshold signature; traceable

自 1991 年 DESMETS F 首次提出门限签名方案以来,门限签名引起了密码学界的广泛关注和研究,并且提出了各种各样的 $(t, n)$ 门限群签名方案<sup>[1]</sup>,也对这些方案提出了很多攻击方法和改进措施。与普通的数字签名相比,由于门限群签名需要多方参与,其安全性和健壮性有了很大的提高;与群签名相比,门限签名具有易操作性和方便性<sup>[2]</sup>。

椭圆曲线密码体制 ECC (Elliptic Curve Cryptography)<sup>[3-5]</sup>的安全性是基于椭圆曲线上离散对数问题 ECDLP (Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem) 的。与其他公钥密码相比,椭圆曲线具有每比特数据最高的安全强度,这样的好处是计算参数更小、密钥更短、运算速度更快、签名也更加短小。

参考文献[1]证明了 $(t, n)$ 门限群签名方案不能抵抗合谋攻击和伪造攻击,也不具备可追踪性。本文针对这些问题对上述方案进行了改进,提出了一种基于椭圆曲线的可追踪门限数字签名方案。该方案以椭圆曲线为基础,采用二次签名等方式,可有效地避免参考文献[1]所暴露的缺陷和不足。

### 1 椭圆曲线的可追踪门限签名方案

该方案根据分工不同,有三种角色,即签名者、签名组合者和秘密处理者。

签名者  $p_i$  进行门限签名操作。用集合  $T = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$  表示由  $n$  个签名者组成的签名者群体。该方案主要由参数选择、子密钥产生过程、签名过程、签名验证和事后追踪等 5 个部分组成。

签名组合者 C, 收集单个签名者的操作结果,然后将收集的数据进行验证并组合。C 同时是群签名消息的唯一发布者, C 自选一个合适的签名体制 (称为群签名消息发布签名系统) 来对群签名消息再次签名。这样通过将群签名消息的发布权进行控制以提高系统安全。C 保留其私钥  $D_c$ , 公开公钥  $E_c$ 。

秘密处理者 D, 即可信任中心, 主要是在系统初始化阶段处理、协调系统参数设置和子密钥分配等操作。一旦系统初始化成功则退出签名系统。

#### 1.1 参数选择

设  $P, q$  为大素数,  $P|q-1, F_q$  是元素阶为  $q$  的有限

## 网络与通信 Network and Communication

域,  $g$  是  $F_q$  中阶为  $P$  的元素。 $E$  是定义在  $F_q$  上的安全椭圆曲线, 并保证其离散对数问题是难解的。 $H()$  是单向 Hash 函数。 $m$  为消息内容。可信任中心  $D$  选取基点  $P$ , 使  $P \in E(F_q)$ , 其阶数  $u$  为大素数。 $d$  为签名者群体  $T = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_t\}$  的私钥。 $T$  的公开密钥为<sup>[5]</sup>  $Q = dp \in E(F_q)$ 。

设  $d_i$  是签名者  $p_i$  的私钥, 则  $p_i$  公钥为  $Q_i = dp, 1 \leq i \leq n$ 。因此,  $T$  的公开系统参数是  $(E, P, Q, q, p, g, H())$ 。

1.2 子密钥  $d_i$  产生过程

可信任中心  $D$  将  $T$  的私有密钥  $d$  分成  $n$  等份, 然后分发给  $T$  中的每一个成员  $p_i$ , 使得人数  $\geq t$  的任意成员组合均可代表该群体签名, 而任何成员人数  $< t$  的子集不能签名。具体分发过程采用 Shamir 密码共享体制<sup>[6]</sup>, 它基于 Lagrange 插值公式来实现的。

首先, 秘密处理者  $D$  选择一个  $d \in F_q$  作为签名者群体的私钥。其次,  $D$  从  $F_q$  中选取  $n$  个不同的非零元  $u_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ),  $u_i$  为签名者  $p_i$  的身份标记。然后,  $D$  把  $u_i$  传给签名组织者  $C$  和  $p_i$  ( $1 \leq i \leq n$ )。为了实现  $T$  中的所有签名者共享私有密钥  $d$ ,  $D$  在  $F_q$  上随机选取次数为  $t-1$  的多项式  $f(x)$ <sup>[7]</sup>。  $f(x) = f_0 + f_1x + f_2x^2 + \dots + f_{t-1}x^{t-1} \pmod{q}$ , 其中  $f(0) = f_0 = d, f_1, f_2, \dots, f_{t-1}$  为随机数。最后  $D$  计算多项式  $d_i = f(u_i) \pmod{q}$ , 并将  $d_i$  秘密地传送给  $p_i$ ,  $d_i$  就是签名者  $p_i$  的子密钥 ( $1 \leq i \leq n$ )。

任何  $t$  个签名者可通过 Lagrange 内插法重构多项式, 为不失一般性, 设  $t$  个成员为  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_t$ 。

$$f(x) \prod_{i=1}^t \prod_{h \neq i} \frac{x - u_h}{u_i - u_h} f(u_i) \pmod{q} = \sum_{i=1}^t \left( \prod_{h \neq i} \frac{x - u_h}{u_i - u_h} \right) d_{u_i} \pmod{q}$$

因此, 密钥  $d$  可由  $d = f(0)$  来恢复, 即:

$$d = \sum_{i=1}^t b_i d_{u_i}, \text{ 其中 } b_1, b_2, b_3, \dots, b_t \text{ 为 } b_i = \prod_{h \neq i} \frac{u_h}{u_h - u_i}$$

当  $t-1$  个签名者想要恢复密钥  $d$  时, 可以得到含有  $t$  个未知数的  $(t-1)$  个线性方程, 因此不能恢复  $d$ 。从而也就不能代表群体进行签名。

## 1.3 签名过程

在本方案中, 签名的具体实施步骤如下:

(1) 签名组织者  $C$  从集合  $T$  中选择  $t$  个签名者要求其文件  $m$  进行签名。若签名者同意签名, 则回复肯定信息; 否则,  $C$  从剩余的签名者中重新选择一个以代替拒绝签名的成员, 直到  $C$  收到  $t$  个肯定回复。为不失一般性, 设同意签名者为  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_t$ , 每个签名者使用各自的子密钥为  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_t$ 。 $C$  构造函数  $g(x) \prod_{i=1}^t (x - u_i)$  计算  $b_i$ , 并发送给  $p_i$ 。

(2) 各签名者随机产生一个数  $k_i$ , 计算  $w_i = k_i p$  和  $Q_i = d_i p$ , 并把  $w_i$  和  $Q_i$  发送给签名组织者  $C$ 。

(3) 签名组织者  $C$  计算点  $(x, y) = \sum_{i=1}^t w_i = kp$ 。设  $k = \sum k_i$ ,  $C$  计算  $r = g^x \pmod{q}$ , 其中  $x$  为点  $KP$  的横坐标。再将  $r$

发给各签名者。

(4) 各签名者计算  $s_i = k_i + d_i b_i H(r|m) \pmod{q}$ , 并  $s_i$  把发送给  $C$ 。

(5)  $C$  计算并验证各签名者  $p_i$  的  $w_i$  是否满足  $w_i = s_i p - H(r|m) \pmod{b_i Q_i}$ , 如果不满足则拒绝该签名者签名并结束本次签名过程。

(6)  $C$  计算  $s = \sum_{i=1}^t s_i + g'(0) \pmod{q}$ , 将  $(s, r, g(x))$  用  $C$  的

私有密钥  $D_c$  即群消息发布密钥进行签名, 签名后分别为  $(s', r', g'(x))$ 。最后  $C$  将  $(s, r, g(x), s', r', g'(x), m)$  输出作为签名者集合  $T$  对消息  $m$  的签名。

## 1.4 签名验证

接收者接收到消息后, 需对签名进行验证。具体验证过程如下:

(1) 接收者首先用签名组织者  $C$  的公钥  $E_c$  处理, 判定  $(s', r', g'(x))$  是否是  $(s, r, g(x))$  的合法签名。如果不是, 则认为本次签名过程出现异常, 同时放弃后续验证。

(2) 接收者计算  $g'(0)$ 。

(3) 接收者计算点  $(x', y') = (s - g'(0))P - H(r|m)Q$ 。

(4) 求出  $r''$ , 判断  $r''$  是否等于  $r$ , 若是, 则接受该签名, 否则拒绝。具体计算和判断如下:

在本方案中,  $s = \sum_{i=1}^t s_i + g'(0) \pmod{q}, s_i = k_i + d_i b_i H(r|m) \pmod{q}$ ,

所以有:

$$s = \sum_{i=1}^t s_i + g'(0) \pmod{q} = \sum_{i=1}^t (k_i + d_i b_i H(r|m) \pmod{q}) = k + dH(r|m) + g'(0) \pmod{q}$$

$(0) \pmod{q}, (x', y') = (s - g'(0))P - H(r|m)Q = (s - g'(0))P - H(r|m)dp = (s - g'(0))P - dH(r|m)p = kp = (x, y)$

再计算  $r'' = g^x \pmod{q}$ 。

又因为  $r = g^x \pmod{q}$ , 所以, 如果签名和验证都正确, 则应该有  $r'' = g^x \pmod{q} = g^x \pmod{q}$ , 从而就有  $r = r''$ 。因此通过验证  $r$  和  $r''$  是否相等就可以说明该签名是否有效。

## 1.5 事后追踪

在事后发生争执或需要追究责任时, 签名接收者出示所接收到得的  $(s, r, g(x), s', r', g'(x), m)$ 。仲裁者首先利用  $E_c$  验证  $(s', r', g'(x))$  是否是  $(s, r, g(x))$  的签名。如果是, 则可以认定  $(s, r, g(x), s', r', g'(x), m)$  确实是签名组织者  $C$  发送的消息。然后利用将签名者的身份标志  $u_i$  代入  $g(x)$  中, 凡是满足  $g(x) = 0$  的均表示曾参与了该次签名过程。因此, 可以在事后确定有哪些签名成员参与了某次签名。

## 2 安全性分析

## 2.1 抗群内成员伪造签名攻击

方案从两个方面可以抵抗  $T$  集合内成员的这种欺骗、伪造签名。首先在方案的签名过程中, 每个签名者  $p_i$  必须用所拥有的  $d_i$  来构造  $s_i$ 。当  $i \neq j$  时,  $d_i \neq d_j, s_i \neq s_j$ 。又由于  $d_i$  是签名者  $p_i$  的私钥, 别人不得而知, 因此其他人

不能冒充  $p_i$  进行签名。另一方面,在签名过程中,利用步骤(5)中签名组织者  $C$  对各签名者的  $w_i$  和  $s_p-H(r|m)b_iQ_i$ , 进行判断是否相等,以判决是否存在伪造签名情况。如果不相等,则说明本次签名出现异常, $C$  就终止本次签名。从而可有效地保证各签名者身份的真实性。如果每个签名者都是诚实且正常,则:

$$s_p-H(r|m)b_iQ_i=s_p-H(r|m)d_i b_i p=(s_p-H(r|m)d_i b_i)p=k_i p=w_i$$

否则该等式不成立。因此  $C$  可利用该等式对各签名者身份的真实性进行判断。

## 2.2 抗群内成员合谋攻击

由于本方案采用了二次签名的方式,同时签名者的选取是由  $C$  来完成的,因此可以有效地抵抗  $T$  内成员的合谋攻击。在整个签名过程中  $C$  都必须参与其中。签名者的选取必须由  $C$  来完成, $b_i$  和  $g'(0)$  等数据计算要  $C$  来完成, $S$  的合成也要由  $C$  来完成。即使假设在这些过程中合谋者绕过  $C$  来进行,不要  $C$  的参与, $T$  内成员的合谋也是不可能成功的。这是因为群签名消息的发布权限完全是局限在  $C$  的身上,没有  $C$  的参与, $T$  内的成员是无法产生有效的群签名消息的。因此没有最后一步  $C$  的签名,接收者可以立即发现该签名消息异常,从而拒绝该签名。

## 2.3 抗 $C$ 伪造签名攻击

由于在本方案中, $C$  只是对签名过程进行组织以及对签名消息进行发布,他除了掌握签名发布密钥外并不掌握系统其他的任何密钥,即  $C$  不能获取到签名者的私有密钥  $d_i$ ,也就是不能伪造  $T$  内成员进行签名。同时也不能通过构建多项式获取群的私钥  $d$ 。这是因为,在 Lagrange 公式中要恢复  $d$  必须要有  $t$  个签名者的私钥  $d_i$  和身份标志  $u_i$ 。而  $C$  只能获得签名者的身份标志,但是不能获得签名者的私钥。同时,由于在本方案中对群签名消息发布的权限进行了绑定和限制,整个群消息的发布只能是  $C$  来完成。因此,如果  $C$  和  $T$  内的  $t$  个成员进行合谋对某个文件  $m'$  进行非法签名,在事后追查时,则首先就可以确定  $C$  是参与了  $m'$  的签名。这是因为只有  $C$  知道他自己的私钥  $D_c$ ,别人不得而知,其他人也就不能对群签名消息进行发布。因此,只要接收者公布其接收到对  $m'$  的签名消息,仲裁者就可以通过验证确认  $C$  是否参与了合谋。一旦发现  $C$  参与了合谋就必须对其进行严厉的制裁,使其承担所有责任。因此,通过绑定群签名消息的发布权限在  $C$  身上,采用二次签名的方式从实际上阻止了合谋攻击。

## 2.4 抗群外人员选择消息攻击

选择消息攻击是指攻击者通过分析签名群体对多个消息的签名,从而构造出对另一消息(设为  $N$ )的有效签名<sup>[7]</sup>。

攻击者可从签名者群体公开的参数和发送的数

据得到以下信息: $E, P, Q, q, g(x), H(), S, r$ 。如果群体外攻击者要对消息  $N$  构造出一个有效的签名,则必须通过对以前的签名进行分析(假设以对消息  $m$  的签名进行分析为例),以构造一个  $S_0, e_0$  和  $g_0(x)$ 。攻击者将面临以下难题:

(1)要构建  $r_0=g^x \bmod q$ ,  $x$  是点  $KP$  的横坐标,虽然点  $P$  公开,但  $K$  是  $t$  个签名者随机选择的参数  $k_i$ ,而  $k_i$  是并不公开的。若试图从截获的  $w_i=k_i p$  中求出  $k_i$ ,可以得知这是 ECDLP。因此要构建出  $r_0$  是非常困难的。

(2)要构建  $s_0$ ,也就是构建  $s_0=\sum s_i+g'(0)=\sum (k_i+db_iH(r|N))+g'(0)=k+dH(r|N)+g'(0)(\bmod q)$  则必须要计算出  $k+dH(r|N)+g'(0)(\bmod q)$  即计算出  $K$  和  $d$ 。通过前面的分析可知,计算  $K$  是一个 ECDLP 问题。对于  $d$  它是签名者群体的私钥并不公开,所以是无从得到的。但攻击者在这里可以试图通过对消息  $m$  的签名数据来逐个分析出  $d_i$  然后进行组合。假设,攻击者截获  $s_i=k_i+db_iH(r|m)+g'(0)(\bmod q)$ ,由于  $k_i$  未知,当  $q$  是一个足够大素数时,要从中求出  $d_i$  在计算上是不可能的。若试图通过截获的  $Q_i=d_i p$  中计算出来  $d_i$ ,这同样是 ECDLP 问题。

本文提出了一个基于椭圆曲线的可追踪  $(t, n)$  门限数字签名方案,并对该方案进行了安全性分析。在本方案中,除了秘密共享阶段需要保密通信外,在签名和验证过程中都不需要进行保密通信,这可以保证方案方便使用。基于椭圆曲线密码体制保证了方案的安全性。通过将群签名消息的权限绑定在  $C$  身上,采用二次签名的方式,不仅可以抵抗外部成员的攻击,也可以有效地抵抗  $T$  集合内部成员的合谋攻击,同时还可以有效地防止签名组织者  $C$  的攻击。

## 参考文献

- [1] 黄梅娟, 张建中. 一种安全的门限群签名方案[J]. 计算机应用研究, 2006(6): 116-117.
- [2] 王化群, 张力军, 赵君喜. 基于椭圆曲线的无可信中心  $(t, n)$  门限群签名[J]. 信号处理, 2006, 2(22): 189-192.
- [3] 张方国, 王常杰, 王育民. 基于椭圆曲线的数字签名与盲签名[J]. 通信学报, 2001, 18(2): 186-192.
- [4] 龙芳. 数字签名算法研究[J]. 信息安全与通信保密, 2007(5): 143-145.
- [5] 秦志光, 张险峰, 周世杰, 等. 基于 ECC 的门限数字签名方案及其安全性[J]. 电子科技大学学报, 2005, 34(1): 109-112.
- [6] 王书文. 秘密分享密码体制进展[J]. 西北民族大学学报, 2003, 24(2): 53-68.
- [7] 杨义先, 钮心忻. 应用密码学[J]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2005.

(收稿日期: 2010-06-11)

## 作者简介:

景运革, 男, 1971 年生, 硕士, 工程师, 主要研究方向: 网络信息安全。