

# 基于粒子滤波的 JPDA 多目标跟踪算法

李 龙, 秦超英, 黄树峰

(西北工业大学 理学院应用数学系, 陕西 西安 710129)

**摘要:** 对于非线性非高斯系统的多目标跟踪问题, 在已获得各目标初始信息和观测信息的基础上, 结合联合概率数据关联算法, 提出了一种基于数值积分粒子滤波的多目标跟踪算法。仿真结果表明, 该算法在解决非线性非高斯系统的多目标跟踪问题时是可行有效的。

**关键词:** 数值积分; 粒子滤波; 非线性非高斯; 数据关联

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2010)21-0076-03

## JPDA algorithm based on particle filter for multi-target tracking

LI Long, QIN Chao Ying, HUANG Shu Feng

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

**Abstract:** In order to solve non-linear and non-Gaussian multi-target estimation problems, a multi-target tracking algorithm is presented under the conditions that the targets' initial information are already estimated successfully. The proposed algorithm combines the particle filter and the JPDA algorithm. The simulation indicates this algorithm can effectively solve non-linear and non-Gaussian multi-target estimation problems.

**Key words:** numerical integration; particle filtering; non-linear and non-Gaussian; data association

多目标跟踪的基本概念是 Wax 于 1955 年提出的, 数据关联和状态估计是其两个重要方面<sup>[1]</sup>。1964 年, Sittler 对多目标跟踪理论进行了深入研究<sup>[2]</sup>, 在 20 世纪 70 年代中期, Bar-Shalom 提出了概率数据关联算法(JPDA), 该算法有效地解决了杂波环境下的目标跟踪问题<sup>[2-3]</sup>。

对于非线性非高斯系统, 蒙特卡洛方法和粒子滤波器<sup>[4-5]</sup>(PF)得到广泛地研究与应用。其中, 差商滤波<sup>[6]</sup>是一种以 Stirling 插值公式为基础构建的滤波器, 它在序贯滤波中能准确地捕获并传递系统状态的统计特性。为此, 本文提出了一种基于数值积分粒子滤波的多目标跟踪算法, 该算法使用差商滤波器产生重要密度函数, 采用序贯采样来逼近系统状态的后验概率, 结合联合概率数据关联算法, 基于最小均方误差估计得到系统在各个时刻的状态估计值, 以实现对多目标的跟踪。

### 1 基本粒子滤波

假设非线性动态时变系统方程为:

$$\mathbf{x}_k = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}) \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = g_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \quad (2)$$

其中  $f_{k-1}()$  和  $g_k()$  分别为系统的状态函数和观测函数,  $\mathbf{x}_k \in R^d$  和  $\mathbf{z}_k \in R^d$  分别是系统的状态向量和观测向量,  $\mathbf{v}_{k-1} \in R^d$  和  $\mathbf{w}_k \in R^d$  分别是系统的过程噪声和观测噪声且相互独立,  $p(\mathbf{x}_0)$  为系统状态初始概率, 依据观测样本  $Z_k = \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_k\}$ , 在最小均方误差准则下, 得到的系统状态  $X_k = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k\}$  的最优估计为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{\text{MMSE}} = E[\mathbf{x}_k | Z_k] = \int \mathbf{x}_k \cdot p(\mathbf{x}_k | Z_k) d\mathbf{x}_k \quad (3)$$

粒子滤波<sup>[7-8]</sup>主要是通过寻找一组在状态空间中传播的随机样本近似后验密度函数  $p(\mathbf{x}_k | Z_k)$ , 以样本均值代替积分运算, 得到状态的最小方差估计。为了得到后验概率分布  $p(\mathbf{x}_k | Z_k)$ , 首先进行序贯蒙特卡洛重要采样得到  $N$  个加权样本  $\{(\mathbf{x}_k^i, \omega_k^i)\}_{i=1}^N$ ,  $\sum_{i=1}^N \omega_k^i = 1$ , 进而由下式可得  $k$  时刻后验概率密度的近似表达式:

$$\hat{p}(X_{0:k} | Z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_k^i \delta(X_{0:k} - X_{0:k}^i) \quad (4)$$

其中,  $\delta$  为克罗内克函数, 由大数定律可知式(3)等价于

# 技术与方法

## Technique and Method

下式:

$$\hat{x}_{kk}^{\text{MMSE}} = \sum_{i=1}^N \omega_k^i x_k^i \quad (5)$$

## 2 数值积分粒子滤波

### 2.1 估计非线性函数的统计特性

采用差商滤波估计非线性变换的统计特性,对于非线性变换  $y=F(x)$ ,已知随机变量  $x$  的均值  $\bar{x}$  和协方差矩阵  $P_x$ ,由参考文献[6]可近似求得  $y$  的均值和协方差矩阵为:

$$\bar{y} \approx \frac{h^2 - d_x}{h^2} F(\bar{x}) + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{d_x} (F(\bar{x} + h\theta_{x,p}) - F(\bar{x} - h\theta_{x,p})) \quad (6)$$

$$P_y = \frac{1}{4h^2} \sum_{p=1}^{d_x} [F(\bar{x} + h\theta_{x,p}) - F(\bar{x} - h\theta_{x,p})] \times [F(\bar{x} + h\theta_{x,p}) - F(\bar{x} - h\theta_{x,p})]^T + \frac{h^2 - 1}{4h^2} \sum_{p=1}^{d_x} [F(\bar{x} + h\theta_{x,p}) + F(\bar{x} - h\theta_{x,p}) - 2F(\bar{x})] \quad (7)$$

其中,  $h$  为步长,  $\theta_{x,p}$  为协方差矩阵  $P_x$  进行 Cholesky 分解后的因子矩阵的第  $p$  个列向量。

### 2.2 数值积分粒子滤波算法

已知系统初始状态的概率分布  $p(x_0)$ ,基于数值积分的粒子滤波算法实现步骤如下:

(1)初始化。在  $k=0$  时刻,根据初始概率分布  $p(x_0)$  进行序贯蒙特卡洛采样得到  $\{x_0^i\}_{i=1}^N$ 。

(2)重要密度函数计算。在  $k$  时刻,对粒子  $x_{k-1}^i$  进行差商滤波,即由式(6)、式(7)计算其均值和方差估计值:  $\hat{x}_k^i$  与  $\hat{S}_k^i$ ,并以均值为  $\hat{x}_k^i$ ,方差为  $\hat{S}_k^i$  的高斯分布作为重要概率密度函数。

(3)重要采样。根据上述重要函数进行采样,得到服从高斯分布的预测样本:

$$\tilde{x}_k^i \sim q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_{1:k}) = N(\hat{x}_k^i, \hat{S}_k^i)$$

(4)重要性权值计算。依据预测样本,由下式计算每个粒子  $\tilde{x}_k^i$  的权值:

$$\omega_k^i = \omega_{k-1}^i \frac{p(z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_{1:k})}, \text{并计算归一化权值:}$$

$$\omega_k^i = \tilde{\omega}_k^i / \sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^i$$

(5)状态估计。根据式(5)即可获得系统的状态估计:

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N \omega_k^i x_k^i \quad (8)$$

(6)重采样。通过对后验概率密度  $p(x_k | z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_k^i$

$\delta(x_k - \tilde{x}_k^i)$  重采样  $N$  次,产生新的样本,但仍保持原来样本

的概率分布。由于重采样是独立同分布的,权值被重置为  $1/N$ ,同时将产生的新样本作为  $k+1$  时刻新的采样值,转入步骤(2)。

## 3 基于数值积分粒子滤波 JPDA 多目标跟踪算法

对跟踪门内各个测量,通过数值积分粒子滤波获得各目标的状态估计,基于 JPDA 的数据关联方法对各目标状态进行融合估计。 $x_{k+1k}^t$  表示已知直到  $k$  时刻的量测对  $k+1$  时刻目标  $t$  的状态预测,则在  $k+1$  时刻滤波的算法流程为:

(1)利用  $k$  时刻的数据通过式(1)来预测  $k+1$  时刻目标  $t$  的状态  $x_{k+1k}^t$ 。

(2)对于量测  $j=1, 2, \dots, m_{k+1}$ , 目标  $t=1, 2, \dots$ ; 据参考文献[3]计算联合关联概率  $\beta_{jt}^i(k+1)$ 。

(3)计算新息及其加权和:  $v_{j,k+1}^t = z_{j,k+1}^t - x_{k+1k}^t$  与  $v_{k+1}^t = \sum_{j=1}^{m_{k+1}} (z_{j,k+1}^t - x_{k+1k}^t) \beta_{jt}^i(k+1)$ 。

(4)计算目标  $t$  的各个粒子的权值  $\omega_{k+1,t}^i$ , 得到样本集  $\{x_{k+1,t}^i, \omega_{k+1,t}^i\}_{i=1}^N$ 。

(5)由式(8)计算目标状态值,即  $x_{k+1}^t = \sum_{i=1}^N x_{k+1,t}^i \omega_{k+1,t}^i$ 。

(6)重采样,根据样本的权值  $\omega_{k+1,t}^i$  从样本集  $\{x_{k+1,t}^i, \omega_{k+1,t}^i\}_{i=1}^N$  中重新抽取  $N$  个样本,构成新的样本集  $\{x_{k+1,t}^i, \frac{1}{N}\}_{i=1}^N$ ,同时返回流程(1)。

## 4 数值仿真与分析

考虑两目标的雷达跟踪问题,假设两目标在二维平面内做匀速直线运动,雷达在位置  $(x_0, y_0)$  对目标进行跟踪扫描。状态向量包括目标的位置和速度,其表示为  $x_k = (x(k) \ v_x(k) \ y(k) \ v_y(k))^T$ , 状态方程为  $x_{k+1} = F_k x_k + G_k v_k$ 。其中  $v_k$  为过程噪声,协方差矩阵为  $E[v_k v_k^T] = Q_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, G_k = \begin{pmatrix} \frac{T^2}{2} & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & T \end{pmatrix}, \text{采样间隔为}$$

$T=1$  s。雷达观测方程为:

$$z_k = g_k(x_k, w_k) = \begin{pmatrix} \sqrt{(x(k)-x_0)^2 + (y(k)-y_0)^2} \\ \arctan \frac{y(k)-y_0}{x(k)-x_0} \end{pmatrix} + w_k \quad (9)$$

其中  $w_k$  为观测噪声,理想情况下为零均值的高斯噪声。在考虑闪烁噪声情况下,采用不同方差的高斯噪声加权 and 建模,  $w_k$  的密度函数可表示为:

$$p(w) = \alpha N(w, \mu_1, \sigma_1^2) + (1-\alpha) N(w, \mu_2, \sigma_2^2) \quad (10)$$

## 技术与方法 Technique and Method

$N(v, \mu_1, \sigma_1^2)$ 表示均值为 $\mu_1$ , 方差为 $\sigma_1^2$ 的高斯分布; $N(v, \mu_2, \sigma_2^2)$ 表示均值为 $\mu_2$ , 方差为 $\sigma_2^2$ 的高斯分布, $\alpha \in [0, 1]$ 为闪烁效应强度。

现跟踪两个交叉运动的目标 a 和 b 的初始状态分别为(1 500 300 500 400)与(500 400 1 500 300), 门概率 $P_G=0.99, \gamma=9.21$ 。

图 1 为目标跟踪轨迹与真实轨迹比较图, 由图可见本文算法在实现目标跟踪过程中, 对目标运动状态的跟踪具有较高的精度。图 2 为两目标的位置均方根误差曲线图, 反映了随着时间的增加, 位置估计误差的变化情况, 由图可见各目标位置误差迅速减小并趋于稳定。仿真表明, 在闪烁噪声情况下, 基于数值积分粒子滤波和联合概率数据关联的多目标跟踪算法收敛速度快、精度

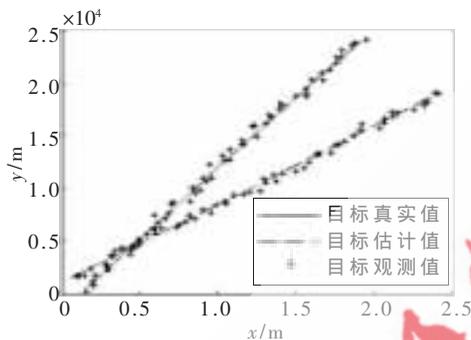


图 1 目标真实值、估计值与观测值的关系

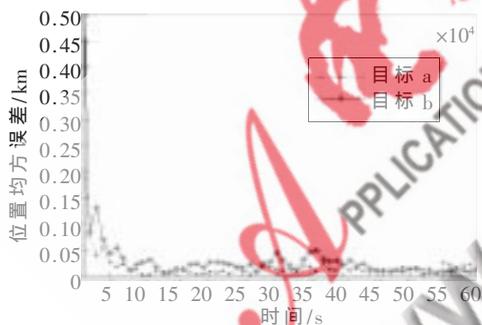


图 2 两目标的位置均方误差曲线

高, 能够对目标进行有效精确地跟踪。

在粒子滤波算法的基础上, 基于联合概率数据关联算法, 研究了非线性非高斯情形下的多目标跟踪问题, 给出了相应的跟踪算法。仿真结果表明, 基于数值积分粒子滤波的 JPDA 多目标跟踪算法, 对于解决非线性非高斯情况下的多目标跟踪问题是有效可行的。

## 参考文献

- [1] 康耀红. 数据融合理论与应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1997.
- [2] BAR S Y, BIRMIWAL K. Consistency and robustness of PDAF for target tracking in cluttered environments [J]. Automatica, 1983, 19(4):431-437.
- [3] 秦卫华, 胡飞, 秦超英. 一种简化的联合概率数据关联算法[J]. 西北工业大学学报, 2005, 23(2):276-279.
- [4] ABDALLAH F, GNING A, BONNIFAIT P. Box particle filtering for nonlinear state estimation using interval analysis [J]. Automatica, 2008, 44(3):807-815.
- [5] LANG L, CHEN W, BAKSHI B R, et al. Bayesian estimation via sequential monte carlo sampling -constrained dynamic systems[J]. Automatica, 2007, 43(9):1615-1622.
- [6] NORGAARD M, POULSEN N K, RAVN O. New developments in state estimation for nonlinear system [J]. Automatica, 2000, 36(11):1627-1638.
- [7] 程水英, 张剑云. 粒子滤波评述[J]. 宇航学报, 2008, 29(4):1099-1111.
- [8] 刘国成, 王永骥. 一种基于改进粒子滤波的多目标跟踪算法[J]. 控制与决策, 2009, 24(2):317-320.

(收稿日期: 2010-05-07)

## 作者简介:

李龙, 男, 1983 年生, 硕士生, 主要研究方向: 应用概率统计、信息融合。

秦超英, 男, 1958 年生, 副教授, 工学博士, 硕士生导师, 主要研究方向: 应用概率统计、系统分析与控制。

黄树峰, 男, 1982 年生, 硕士生, 主要研究方向: 应用概率统计, 多次信息融合。