

# 基于核主量和线性鉴别分析的人脸识别算法研究

唐晓培, 李力争

(中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

**摘要:** 采用基于非线性核空间的主分量分析法(KPCA)和线性主元空间鉴别分析法(LDA)相结合的算法, 首先将人脸图像在非线形高维空间中进行主成分分量降维, 然后采用基于主元空间的 LDA 方法对子空间再度降维, 同时利用欧式距离分类器(KNN)对样本进行有效的分类识别。采用 Matlab 和 ORL 人脸库对该算法进行验证, 实验证明, 该算法识别性能显著提高, 明显优于其他算法。

**关键词:** PCA; LDA; KPCA; 核函数; 欧氏距离分类; ORL 人脸库

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2010)20-0039-04

## Face recognition algorithm based on kernel principal amount and linear discriminant analysis

TANG Xiao Pei, LI Li Zheng

(Department of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** This paper uses a new algorithm, which combines nonlinear kernel space based principal component analysis method (KPCA) and principal component space linear discriminant analysis method (LDA). The first step is to reduce the dimension of the principal components of the face image in non-linear high dimensional space. The second step is to use LDA method based on principal component subspace to reduce further dimension. And the Euclidean distance separator is embedded to LDA to classify the sample effectively. This paper at last uses Matlab and the ORL face database to verify the algorithm, and experimental results show that the algorithm is much better than other algorithms and is significantly improved the performance.

**Key words:** PCA; LDA; KPCA; kernel function; Euclidean distance classifier; ORL face database

近些年, 人脸识别已成为计算机视觉和模式识别领域中的热门课题, 有着广阔的应用前景。众所周知, 人脸识别是典型的高维数据分类问题, 即人脸的原始特征对应高维空间中矩阵数据的图像, 然而在人脸识别中直接应用这些数据会使计算速度明显降低, 不利于现代科学领域对人脸识别速度和精度的要求。现今人脸识别领域中面临的问题是提取什么样的特征利于分类器的分类以及如何减少高维数据的运算等。迄今为止, 线性子空间方法在特征提取中得到了广泛的发展, 其中主成分分析(PCA)<sup>[1]</sup>和线性鉴别分析(LDA)<sup>[2]</sup>方法是人脸识别中广为采用的基本方法。尽管这些子空间方法在人脸识别中得到了比较成功的应用, 但人脸表情由于受外在和内在因素的影响, 如脸部表情、脸部姿态(或照相机视角)、光照以及人脸形状和皮肤的反射特性等, 人脸空间更可能存在于非线性子空间上。

近十年来, 核函数技术在模式识别领域中得到了迅猛的发展。SCHFILKOPF 等利用核技术将经典的主成分分析(PCA)推广到核主分量分析(KPCA)<sup>[3]</sup>, 实验结果表明, KPCA 不仅能够抽取非线性特征, 而且具有更优的识别结果。

受 KPCA 的启发, 本文首先采用 KPCA 方法, 将高维图像投影到低维的子空间中, 然后在子空间中进一步采用基于主元空间的线性鉴别分析(LDA)和欧氏距离最近邻分类(KNN)相结合的方法, 有效地利用了人脸的非线性信息, 同时两次投影之后, 提高了计算机的识别速率和准确率。

### 1 主成分分析方法的实现

#### 1.1 基本 PCA 方法

PCA 的主要思想是寻找一组单位正交向量基, 用其线性组合重构原样本, 使得重构后的样本和原样本的均

《微型机与应用》2010年 第29卷 第20期

## 图形、图像与多媒体

Image Processing and Multimedia Technology

方差最小<sup>[4]</sup>。在实际计算中,通过求取样本投影之后的协方差矩阵的特征值和特征向量对样本进行描述,以达到降低特征空间维数的目的,具体如下:

设  $x$  是一个  $n$  维随机向量,对于一组数据  $\{x_i | i=1, 2, \dots, n\}$ , 将其表达为矩阵的形式  $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]$ , 对  $X$  的每一列取平均, 可以得:

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

$$\text{令 } \bar{X} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n]$$

$N$  表示样本的总个数,  $\bar{X}$  是所有样本的均值, 那么  $X$  对应的协方差矩阵  $S_i$  为:

$$S_i = \frac{1}{N} (X - \bar{X})(X - \bar{X})^T \quad (2)$$

若  $S_i$  的秩为  $m$ ;  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  是矩阵  $S_i$  的特征值, 且将这些特征值从大到小排序有  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$ ;  $\{w_i | i=1, 2, \dots, m\}$  为其对应的特征向量。则  $\lambda_i$  与  $w_i$  满足

$$S_i w_i = \lambda_i w_i \quad i=1, 2, \dots, m \quad (3)$$

若选取前  $r$  个最大特征值  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  以及其对应的特征向量  $(w_1, w_2, \dots, w_r)$  作为投影变换轴, 则投影后得到的矢量  $Y$  是  $X$  的所有  $r$  维描述中均方误差最小的, 其中  $Y$  定义为:

$$Y = W_r^T X \quad (4)$$

$$W_r = \{w_1, w_2, \dots, w_r\} \quad (5)$$

这样  $Y$  就是  $X$  经 PCA 变换后得到的特征子空间, 达到将训练样本从高维空间降到低维子空间的目的。

## 1.2 KPCA 方法的实现

PCA 是最基本的无监督线性子空间降维方法, 且由上述可知, PCA 通过选取最优特征向量基  $W$ , 获得最佳投影子空间。但 PCA 是线性方法, 只能揭示人脸图像中的线性信息, 忽略了数据中的非线性信息。20 世纪 90 年代以来, 基于核的非线性特征提取法得到了发展, 该方法有效地利用了人脸图像的非线性信息<sup>[5]</sup>。本文通过核映射将样本数据映射到核空间中, 然后在核空间中运用 PCA 法对高维空间中的人脸信息进行非线性操作, 进而投影到线性低维子空间中。该方法称为核主成分分析法, 即 KPCA。具体方法如下:

现设有训练集  $S: X=[x_1, x_2, \dots, x_N]$ , 核映射  $\varphi$  将它们映射到核空间  $F$  中, 核空间中的训练集为  $\varphi(x_1), \varphi(x_2), \dots, \varphi(x_N)$ , 令  $\varphi(X)=[\varphi(x_1), \varphi(x_2), \dots, \varphi(x_N)]$ 。在核空间中作子空间降维变换<sup>[6]</sup>:

$$Y = W^T \varphi(X) \quad (6)$$

上式  $\varphi(X)$  中可以通过寻找最佳核矩阵  $K$  获取, 方法如下:

(1) 选取多项式核函数族:

$$\kappa(x_i, x_j) = (\langle x_i, x_j \rangle + 1)^\alpha \quad i, j=1, 2, \dots, N \quad (7)$$

$$\kappa(x_i, x_j) = \langle \varphi(x_i), \varphi(x_j) \rangle \quad (8)$$

$$K = \begin{bmatrix} \kappa(x_1, x_2) & \kappa(x_1, x_2) \cdots \kappa(x_1, x_N) \\ \kappa(x_2, x_1) & \kappa(x_2, x_2) \cdots \kappa(x_2, x_N) \\ \vdots & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \kappa(x_N, x_1) & \kappa(x_N, x_2) \cdots \kappa(x_N, x_N) \end{bmatrix} \quad (9)$$

(2) 求取核空间中的样本均值

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(x_i) \quad (10)$$

则核空间中的样本期望值为:

$$\hat{\varphi}(x_i) = \varphi(x_i) - \bar{\varphi} \quad (11)$$

$$\hat{\kappa}(x_i, x_j) = \langle \hat{\varphi}(x_i), \hat{\varphi}(x_j) \rangle$$

$$= \langle \varphi(x_i) - \bar{\varphi}, \varphi(x_j) - \bar{\varphi} \rangle$$

$$= \langle \varphi(x_i) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(x_i), \varphi(x_j) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(x_i) \rangle \quad (12)$$

$$= \kappa(x_i, x_j) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \kappa(x_i, x_j) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa(x_i, x_j) +$$

$$\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \kappa(x_i, x_j)$$

令  $E$  是所有元素为 1 的向量, 则有:

$$\hat{K} = K - \frac{1}{N} E E^T K - \frac{1}{N} K E E^T + \frac{1}{N^2} (E^T K E) E E^T \quad (13)$$

(3) 式(7)中核参数  $\alpha$  的确定采用交叉验证的方法, 通过选取不同的参数值, 对比实验结果, 确定一组最优实验数据, 所取参数即为最优参数。

(4) 将步骤(2)中得到的核矩阵  $\hat{K}$  进行特征值分解, 得到特征值  $\lambda_i$  和其对应的特征向量  $v_i (i=1, 2, \dots, N)$ , 且将这些特征值从大到小排序有  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$ , 取前  $d$  个特征值及其对应的特征向量, 并令  $\gamma_i = v_i / \sqrt{\lambda_i} (i=1, 2, \dots, d)$ , 记降维后的矩阵为  $W=(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_d)$ ,  $W$  即为投影基矩阵。

(5) 对于任一样本向量  $x$ , 通过 KPCA 降维后的数据为:

$$y_i = W^T K \quad (14)$$

由此可得降维后的投影子空间样本集  $Y=[y_1, y_2, \dots, y_N]$

## 2 线性鉴别分析(LDA)方法的实现

2.1 投影子空间  $Y$  的类间散布矩阵和类内散布矩阵

现设有训练集  $S: X=[x_1, x_2, \dots, x_N]$ , 经过 KPCA 降维投影后得到样本子空间  $Y$ , 且  $Y=[y_1, y_2, \dots, y_N]$ , 设样本子空间  $Y$  中总的人脸识别数目是  $C$ , 总的训练样本数目是  $N$ , 第  $i$  类的训练样本数目是  $N_i$ , 第  $j$  类的训练样本数目是  $N_j$ , 则样本子空间  $Y$  的类间散布矩阵有<sup>[7]</sup>:

$$\hat{S}_b = \sum_{i=1}^{c-1} \sum_{j=i+1}^c \frac{N_i}{N} \frac{N_j}{N} (\mu_i - \mu_j) (\mu_i - \mu_j)^T (\sigma_{\varphi(ij)}) \quad (15)$$

$$\sigma_{\varphi(ij)} = \left( \frac{1}{\sqrt{2} \varphi(ij)} \right)^2 \text{erf} \left( \frac{\varphi(ij)}{2\sqrt{2}} \right) \quad (16)$$

图形、图像与多媒体

其中  $\text{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-t^2} dt$ ,  $\varphi_{(ij)} = \|\mu_i - \mu_j\|$  为样本空间中

第  $i$  类和第  $j$  类的欧式距离,  $\mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} x_i$ ,  $\mu_j = \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} x_j$ 。

样本子空间  $Y$  的类内散布矩阵有:

$$\hat{S}_w = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^{N_i} (x_i^k - \mu_i)(x_i^k - \mu_i)^T \quad (17)$$

其中,  $x_i^k$  是第  $i$  类的第  $k$  个样本。

2.2 基于主元空间的 LDA 方法

有效地利用样本空间中类间散布矩阵和类内散布矩阵的主元空间,对样本子空间  $Y$  再次降维投影<sup>[8]</sup>,具体做法如下:

(1) 设  $\text{rank}(\hat{S}_b) = m$ ; 对  $\hat{S}_b$  进行特征值分解,得到特征向量矩阵  $\tau = \{\tau_i | i = 1, 2, \dots, m\}$ ,  $\hat{S}_b' = \tau \hat{S}_b \tau^T$  (18)

(2) 设  $\text{rank}(\hat{S}_w) = t$ ; 对  $\hat{S}_w$  进行特征值分解,得到特征向量矩阵  $\zeta = \{\zeta_i | i = 1, 2, \dots, t\}$ , 以及特征值对角矩阵  $\Lambda = \{\Lambda_i | i = 1, 2, \dots, t\}$ , 令

$$\hat{S}_w' = \left( \zeta \Lambda^{-\frac{1}{2}} \right)^T \hat{S}_w \left( \zeta \Lambda^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (19)$$

(3) 由以上两步可求第二次降维后的投影基矩阵为:

$$\Gamma = \tau^T \zeta \Lambda^{-\frac{1}{2}}$$

(4) 通过 KPCA 和主元空间 LDA 方法最终得到的降维空间为  $Z = \Gamma^T Y$

3 算法描述

本文采用 Matlab 仿真工具对算法进行仿真,验证各算法的实现效果。训练样本和测试样本均采用 ORL 人脸库,该库由 40 人组成,每人由 10 幅  $112 \times 92$  的图像组成。具体算法实现过程如图 1 所示。

(1) 读入 ORL 人脸库图像,为了提高运算速度,降低图像维数,适当调节图片大小。随机选取每人的 5 幅图像作为训练样本,其余的 5 幅图像作为测试样本。即 200 幅训练样本图像,200 幅测试样本图像。

(2) 利用本文 1.2 节中提出的 KPCA 方法对样本数据集进行核映射,首先选择多项式核函数族。  $\kappa(x_i, x_j) = (\langle x_i, x_j \rangle + 1)^\alpha$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, N$ 。其次通过计算求得核矩阵  $\hat{K}$ , 再

次在核空间中进行有效的特征提取变换,得到训练样本集在核空间中的投影基  $W$  矩阵,最后根据式(14)求得训练样本集的首次降维子空间  $Y$ 。

(3) 利用本文 2.1 节中提到的方法,计算样本子空间  $Y$  的类间散布矩阵  $\hat{S}_b$  和类内散布矩阵  $\hat{S}_w$ 。

(4) 利用本文 2.2 节中提到的基于主元空间的 LDA 方法,对样本空间集  $Y$  特征提取,得到 2 次降维后的投影基矩阵  $\Gamma$ , 即有投影子空间  $Z$ 。

(5) 测试样本在投影基矩阵  $\Gamma$  上进行降维投影,得到测试样本特征空间  $H$ 。在基于主元间 LDA 方法提取特征值的同时,融入了欧式距离最近邻分类器(式(15)和式(16))用以增强人脸的分类识别效果。

(6) 计算出识别结果。

4 实验结果分析

4.1 核空间参数的选取

核参数  $\alpha$  的选取及实现结果如表 1 所示。

表1 核参数  $\alpha$  的选取以及实现结果

核参数 $\alpha$	识别准确率/%	投影向量个数	测试时间	训练时间
1	95.08	43	7.26	7.69
2	95.62	43	7.13	7.57
3	96.79	40	7.09	7.15
4	95.39	42	7.09	7.20
5	95.01	42	7.12	7.26
6	94.83	43	7.16	7.35
7	94.59	43	7.20	7.40

由表 1 可知,本文提出的算法中,式(7)  $\kappa(x_i, x_j) = (\langle x_i, x_j \rangle + 1)^\alpha$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, N$  中选取不同参数所得实验结果表明:  $\alpha > 3$  时,识别率逐渐降低,识别性能逐渐减弱;  $\alpha < 3$  时,识别率逐渐提高,识别性能逐渐增强;  $\alpha = 3$  时,识别率达到最大,识别性能最好。因此本算法中令  $\alpha = 3$  即有

$$\kappa(x_i, x_j) = (\langle x_i, x_j \rangle + 1)^3, i, j = 1, 2, \dots, N$$

4.2 Matlab 仿真效果图

(1) 利用 KPCA 对训练样本图像首次投影后得到的特征脸如图 2 所示。

(2) 采用 LDA 再次降维并用 KNN 分类,最终得到的识别对比效果图如 3 所示。

4.3 各种算法的对比

本文在 ORL 人脸库下,应用 Matlab 分别验证了基本 PCA、主元空间 LDA、PCA + LDA、KPCA、KPCA + LDA 以及 KPCA + LDA + KNN 等算法的识别率、投影向量个数、训练时间、测试时间等各项指标,具体结果如表 2 所示。

由表 2 可以看出,采用基于 KPCA + LDA + KNN 算法的人脸识别

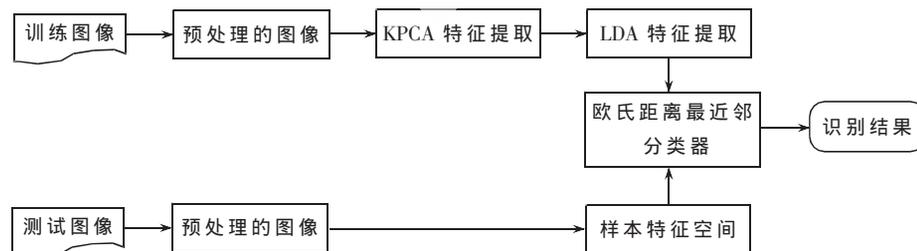


图 1 整体算法图

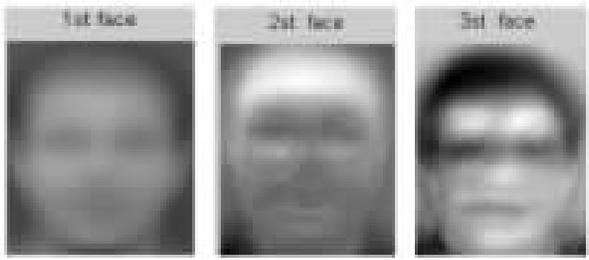


图2 特征脸



图3 识别效果图

表2 各种算法的性能对比

各种算法	识别准确率/%	投影向量个数	测试时间	训练时间
PCA	87.45	60	7.52	12.65
LDA	88.53	58	13.45	13.06
PCA+LDA	92.16	53	7.36	7.89
KPCA	90.13	65	11.69	13.41
KPCA+LDA	92.64	50	10.13	8.24
KPCA+LDA+KNN	96.79	40	7.09	7.15

率和其他各项指标皆明显高于其余五种方法,这主要是因为采用 KPCA 可以更好地分析图像空间中的非线性关系,比起只采用线性 PCA 和线性 LDA 方法明显减少了人脸高维空间中信息的丢失。同时利用基于主元空间 LDA 的方法,加之 KNN 最近邻分类器的使用,有效地降低了投影向量个数,加快了计算速度。

本文提出的 KPCA+LDA+KNN 算法中,不但采用了非线性子空间降维方法,同时采用了基于主元空间 LDA 的方法,加之融入欧氏距离最近邻分类器的方法,从而改善了人脸识别的效果。本文提出的算法不仅能够使高度复杂和非线性的原始样本线性化、简单化,而且能够使样本特征之间的冗余信息明显降低,防止有用信息的丢失<sup>[9]</sup>。最后本文在 ORL 人脸库下,应用 Matlab 验证了该算法的有效性,但是不同核函数的选取以及不同分类器的使用对提高该算法的识别性是否有效,有待于进一步的研究<sup>[10]</sup>。

#### 参考文献

- [1] BATUR A U, HAYES M H I. Linear subspaces for illumination robust face recognition[A]. Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer

Vision and Pattern Recognition[C].2001,02:296-301.

- [2] SHAKUNAGA T, SHIGENARI K. Decomposed eigenface for face recognition under various lighting conditions[A]. Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C]. 2001,01 (1):864-871.
- [3] LIU C J, HARRY W. Enhanced fisher linear discriminant models for face recognition. 140Inter. ConL on Pattern Recognition. ICPR '98, Queensland, Australia V01. II, PP[M]. 1998: 1368-1372.
- [4] 钟向阳, 胡仕明. 基于主分量线性判别方法人脸识别系统的实现[J]. 嘉应学院学报(自然科学), 2006, 24(3): 832-887.
- [5] SEHOLKOPF B, SMOLA A, MULLER K R. Kernel principal component analysis[A]. In: W. Gerstner, ed: Proceedings of International Conference on Artificial Neural Networks Lecture Notes in Computer Science[C]. Berlin, Springer, 1997, 1327: 583-588.
- [6] ROTH V, STEINHAGE V. Nonlinear discriminant analysis using kernel functions[A]. In: Solla S A, Leen T K, Muller K. R., editors. Advance in Neural information Processing Systems 12[C]. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2000: 568-574.
- [7] CHEN L, HIAO H, KOM, et al. A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem[J]. Pattern Recognition, 2000, (33): 1713-1726.
- [8] YANG Jian, FRANGI A F, YANG Jing Yu, et al. KPCA Plus LDA: a complete kernel fisher discriminant framework for feature extraction and recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2005, 27 (2): 230-244.
- [9] 王婷, 杨国胜, 薛长松. 若干人脸识别算法的比较研究[J]. 河南大学学报(自然科学版), 2007, 37(2): 192-194.
- [10] GUNTURK B K, BATUR A U, ALTUNBASAK Y, et al. Eigenface-based super-resolution for face recognition [A]. Proceedings. International Conference on Image Processing [C]. 2002, (2): 845-848.

(收稿日期: 2010-07-07)

#### 作者简介:

唐晓培, 女, 1983 年生, 硕士, 主要研究方向: 人脸识别算法。

李力争, 男, 1959 年生, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向: 数字图像处理, 嵌入式。