

# 一种多级维纳滤波器实现方法

周柱<sup>1</sup>, 卢树军<sup>1</sup>, 张尔扬<sup>1</sup>, 杜青松<sup>1,2</sup>, 邹建彬<sup>1</sup>

(1.国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2.湖南大学 计算机与通信学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:** 分析了多级维纳滤波器的工作原理和改进方法, 引入一种可靠的秩选方法, 得到了一种稳妥的多级维纳滤波实现方式。与传统方式相比, 引入本秩选方向后的算法很容易找到一个门限, 使得输出 SINR 达到最优。对算法有限精度模型的抗干扰性能进行了仿真试验, 试验结果证明, 该算法模型能消除多个干扰, 并且经过抗干扰滤波的信号未受损伤。

**关键词:** GPS; 抗干扰; 多级维纳滤波; 秩选

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2010)18-0064-05

## A kind of multistage Wiener filter realization method

ZHOU Zhu<sup>1</sup>, LU Shu Jun<sup>1</sup>, ZHANG Er Yang<sup>1</sup>, DU Qing Song<sup>1,2</sup>, ZOU Jian Bin<sup>1</sup>

(1.College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2.College of Computer and Communication, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** The working principle and improving ways of MWF is analyzed, a stable rank determination method is introduced, based on this, a reliable MWF realization method is gained. Through simulation, it is illuminated that the proposed rank determination method can easily find a threshold for rank selection compared with the conventional method, by which the optimum output SINR is obtained. The finite precision model of the algorithm is simulated, it is proved that the algorithm model can eliminate multiple jams, and after ant-jam filtering, the signal is not disturbed.

**Key words:** GPS; ant-jam; MWF; rank determination

通常, GPS 信号抗干扰的研究方法有时频域抗干扰、利用 GPS 信号循环平稳特性抗干扰、阵列抗干扰以及空时抗干扰。空时联合处理具有在空时二维域剔除干扰的能力。设空时二维阵列阵元数为  $M$ , 时间延迟数为  $N$ , 则接收数据  $X(k)$  为  $MN-1$  维矢量, 其最优处理的运算量约为  $O(MN^3)$ , 随着空时处理维数的增加, 运算量成立方倍增长, 大运算量对计算资源消耗以及计算时长来说都是不可接受的, 因此降维处理是实际应用的必然选择。多级维纳滤波器 MWF(Multistage Wiener Filter)能够快速收敛, 对多级维纳滤波器作  $D$  级截断( $D < MN$ ), 即为降维维纳滤波器,  $D$  即为多级维纳滤波器的迭代次数。

参考文献[1]给出了 MWF 的基本原理; 参考文献[2-3]对 MWF 提出了改进方法, 可以用较低的计算量实现。降维维纳滤波器一个关键的问题就是确定滤波器的维数, 通常是通过检测每步运算后所产生的均方误差的变化

确定; 本文利用接收信号在每步迭代之后能量的变化情况来确定滤波器的维数。仿真说明了经过改进的多级维纳滤波算法能够准确确定迭代次数, 得到最优的输出信干噪比。通过理论模型和有限精度模型的仿真证明了所设计的基于多级维纳滤波的抗干扰滤波器具有较好的抗干扰性能。

### 1 算法原理和步骤

#### 1.1 多级维纳滤波基本原理

接收数据  $X(k)$  经过满秩线性预处理, 得到  $d_0(k) = S \times X(k)$ ,  $X_0(k) = X(k) - S d_0(k)$ , 其中  $S$  为空时二维导向矢量, 阻塞矩阵  $B_0 = \text{null}(S)$ , 这样就转化为了经典维纳滤波的问题。随后应用多级维纳滤波的方法逐级对观测数据进行分解。其原理结构框图如图 1 所示。

每步的  $h_i$  为前一步上下两支路的归一化互相关, 表达式为  $h_i = r_{X_{i-1}, d_{i-1}} / \|r_{X_{i-1}, d_{i-1}}\|$ ,  $B_i = \text{null}(h_i)$  为与  $h_i$  正交的  $[MN \times (MN-1)]$  维矩阵, 称为阻塞矩阵, 其列矢量构成  $h_i$

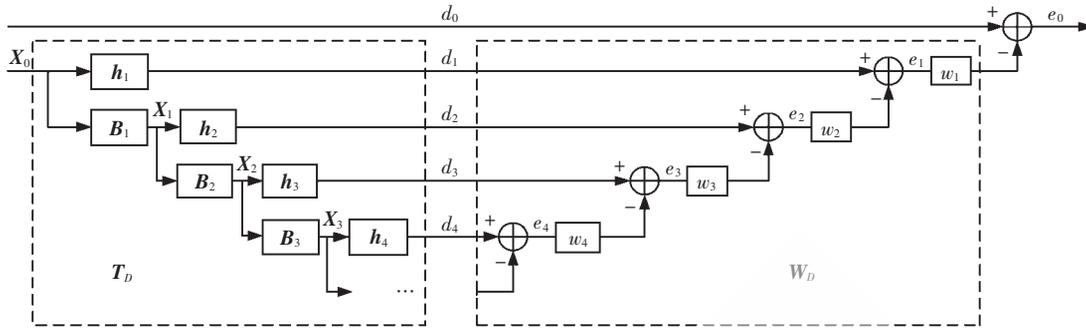


图1 多级维纳滤波原理结构图

的零空间,即  $B_i^H h_i=0$ 。每步的互相关操作尽可能保留了前一步中的信息,阻塞矩阵  $B_i$  保证每个降维分量间的正交性。通过多级分解,最终所得均方误差与直接形式的维纳滤波相同。实际上,往往仅需要  $D$  步分解( $D < MN$ )就可以得到几乎所有有用信息。

多级维纳滤波器由分析滤波器和综合滤波器组成。分析滤波器构成一个降维矩阵,设为  $T_D$ 。综合滤波器由标量维纳滤波器的嵌套链组成,对降维后的数据矢量计算最优权值  $W_D$ 。其中降维矩阵  $T_D$  的表示式为:

$$T_D = [t_1, t_2, \dots, t_D] = [h_1, B_1^H h_2, \dots, \prod_{r=1}^{D-2} B_r^H h_{D-1}, \prod_{r=1}^{D-1} B_r^H h_D] \quad (1)$$

逐级反推得到标量维纳权序列:

$$W_D = [w_1^*, -w_1^* w_2^*, \dots, (-1)^{D+1} \prod_{i=1}^D w_i^*]^T \quad (2)$$

总的最佳权为:

$$W_{MWF} = T_D W_D \quad (3)$$

多级维纳滤波器的分析滤波器和综合滤波器是迭代计算过程,迭代次数等于降维矩阵的秩,所以也将滤波器迭代次数的确定称为秩选,若迭代次数为  $D$ ,则降维过程中把  $MN-1$  维的接收信号矢量映射成了  $D$  维的矢量,这样便压缩了滤波过程的运算量。

### 1.2 多级维纳滤波器的改进

如图1所示,观测信号  $X_0(k)$  经过降维矩阵  $T_D$  处理后得到  $D$  维的向量,设为  $X_T(k)$ ,可表示为  $X_T(k) = [d_1(k), d_2(k), \dots, d_D(k)]^T$ 。如式(1)所示,降维矩阵生成包含了阻塞矩阵  $B_i$  的计算,这种矩阵运算的计算量是很大的。参考文献[2]将阻塞矩阵的计算转化为了矢量运算  $B_i = I - h_i h_i^H$ ,降低了计算量。已知  $t_1 = h_1, t_2 = B_1 h_2 = (I - h_1 h_1^H) h_2$ ,又知  $h_i$  相互正交<sup>[4]</sup>,因此,  $t_2 = h_2$ ,依此类推,  $t_i = h_i$ ,所以用  $B_i = I - h_i h_i^H$  替代原阻塞矩阵  $B_i = \text{null}(h_i)$  后,降维矩阵也可表示为  $T_D = [h_1, h_2, \dots, h_D]$ 。

通常多级维纳滤波器的迭代次数需要在后向迭代过程中确定,即图1中的右虚线框,检测每步迭代后  $e_i$  的变化,当小于一个预设的门限值时停止迭代,可称为

均方误差检测法。实际上接收信号功率在算法迭代过程中也是收敛的,通过检测这一变化值也可以确定迭代次数,下面的实验还将证明这种方法更好。通过检测接收信号功率变化来确定迭代次数,需要计算每步迭代后接收信号功率为:

$$P_{X_i} = \sum_{j=1}^{MN-1} \sum_{k=1}^K x_{i,j}(k) x_{i,j}^*(k) \quad (4)$$

设定一个合适的门限值  $\Delta$ , 当  $P_{X_i} = |X_i(k)|^2 < \Delta$  时,  $D=i$ ,于是得到了合适的迭代次数。

参考文献[3]提出了一种替代多级维纳滤波后向递推的迭代算法,避免了后向递推的一系列嵌套标量维纳滤波结构,利用等效降维变换后数据协方差矩阵的三对角特性<sup>[1]</sup>,直接用迭代的方法求解后向维纳滤波器,使用这种方法能够使得滤波器秩选的实时性得到改进。这种方法是由降维后的接收数据(设为  $X_T(k)$ )的协方差矩阵特性推导得到的,设协方差矩阵为  $R_D, R_D$  为三对角矩阵,设矩阵的元素为  $r_{i,j}$ ,有  $r_{i,j} = E[d_i(k) d_i^*(k)] = d_{i,i}^2, r_{i,j} = r_{j,i}^*$ ,且当  $|i-j| \geq 2$  时  $r_{i,j} = 0$ 。因此协方差矩阵  $R_D$  可写成递推形式,有

$$R_D = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & R_{D-1} & & \\ & & r_{D-1,D} & \\ 0^T & r_{D-1,D}^* & & r_{D,D} \end{bmatrix} \quad (5)$$

降维向量  $X_T(k)$  与期望信号  $d_0(k)$  的互相关为:

$$r_{X_T, d_0}^{(D)} = T_D^H r_{X_0, d_0} = [h_1, h_2, \dots, h_D]^H r_{X_0, d_0} \quad (6)$$

已知  $h_i = r_{X_{i-1}, d_{i-1}} / \|r_{X_{i-1}, d_{i-1}}\|$ , 又  $h_i$  之间相互正交,可推得式(6)的最终表达式为:

$$r_{X_T, d_0}^{(D)} = \begin{bmatrix} \|r_{X_0, d_0}\| \\ 0 \end{bmatrix} \in R^D \quad (7)$$

$R^D$  表示实  $D$  维空间。矩阵  $R_D$  相对于  $R_{D-1}$  的新增项为  $r_{D-1,D}, r_{D,D}$ 。

设矩阵  $R_D$  的逆矩阵为  $C^{(D)} = R_D^{-1} = [c_1^{(D)}, c_2^{(D)}, \dots, c_D^{(D)}]$ , 根据式(7)可知  $r_{X_T, d_0}^{(D)}$  只有首个元素不为零,因此对于维纳滤波器  $W_D = R_D^{-1} r_{X_T, d_0}^{(D)} = [c_1^{(D)}, c_2^{(D)}, \dots, c_D^{(D)}] r_{X_T, d_0}^{(D)}$ , 只有第一

## 网络与通信 Network and Communication

列必须要求解，根据 Hermitian 矩阵的分块求逆引理， $C^{(D)}$ 可用递推方法求得。

$$C^{(D)} = \begin{bmatrix} C^{(D-1)} & 0 \\ 0^T & 0 \end{bmatrix} + \beta_D^{-1} \mathbf{b}^{(D)} \mathbf{b}^{(D),H} \quad (8)$$

其中， $\mathbf{b}^{(D)} = \begin{bmatrix} -r_{D-1,D} \mathbf{c}_{D-1}^{(D-1)} \\ 1 \end{bmatrix} \in C^D, \beta_D = r_{D,D} - |r_{D-1,D}|^2 \times c_{D-1,D-1}^{(D-1)}$

$c_{D-1,D-1}^{(D-1)}$  是  $C^{(D-1)}$  的最后一列  $\mathbf{c}_{D-1}^{(D-1)}$  的最后一个元素。因此，第  $D$  步新的第一列  $\mathbf{c}_1^{(D)} \in C^D$  可以表示为：

$$\mathbf{c}_1^{(D)} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^{(D-1)} \\ 0 \end{bmatrix} + \beta_D^{-1} \begin{bmatrix} |r_{D-1,D}|^2 \mathbf{c}_{D-1}^{(D-1)} \\ -r_{D-1,D} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中， $\mathbf{c}_{1,D-1}^{(D-1)}$  是  $C^{(D-1)}$  的最后一列  $\mathbf{c}_{D-1}^{(D-1)}$  的第一个元素。维纳滤波器  $W_D$  的第  $D$  步更新需要第  $D-1$  步的第一列  $\mathbf{c}_1^{(D-1)}$  及协方差矩阵的两个新增项  $r_{D-1,D}, r_{D,D}$ 。矩阵的最后一列的更新只依赖上一个矩阵的最后一列和矩阵  $R_D$  的新增项。

由于， $\mathbf{c}_D^{(D)} = \beta_D^{-1} \begin{bmatrix} -r_{D-1,D} \mathbf{c}_{D-1}^{(D-1)} \\ 1 \end{bmatrix}$  (10)

因此完整的迭代过程必须在每一步更新向量  $\mathbf{c}_1^{(D)}$  和  $\mathbf{c}_D^{(D)}$ 。最终的权值表达式为：

$$\mathbf{W}_{\text{MWF}} = T_D \mathbf{W}_D = T_D \mathbf{R}_D^{-1} \mathbf{r}_{X, d_0}^{(D)} = \begin{bmatrix} r_{X, d_0} \\ 2T_D \mathbf{c}_1^{(D)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 2 抗干扰功能仿真

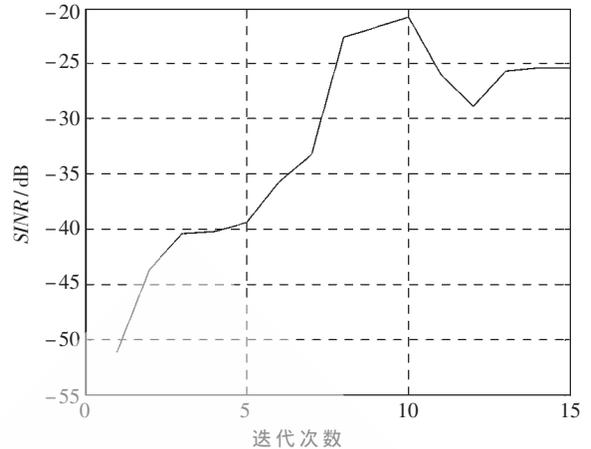
仿真采用 4 元加芯圆阵，圆阵半径  $d = \lambda/2$ ， $\lambda$  为接收信号波长，信号入射范围：方向角  $0^\circ \sim 360^\circ$ ，俯仰角  $0^\circ \sim 90^\circ$ ；期望卫星信号入射角为  $(0^\circ, 30^\circ)$ ，其中方向角在前，俯仰角在后，以下入射角均照此排列。根据参考文献[5]可知，地球表面接收的 GPS 信号功率约为  $-158$  dBW，接收机热噪声密度为  $10 \lg(kT_0) = -204$  dBW/Hz，其中  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  (watt-sec/K) 为波耳兹曼常数， $T_0 = 290$  K 为常温，仿真采用 C/A 码，接收机处理带宽约为 5 MHz，可以算得接收机热噪声功率约为  $-137$  dBW，因此无干扰情况下的信噪比为  $-21$  dB。干扰全部按照干噪比 30 dB 设置，绝对功率即为  $-107$  dBW。

仿真 1. 不同秩选方式对算法抗干扰性能的影响。

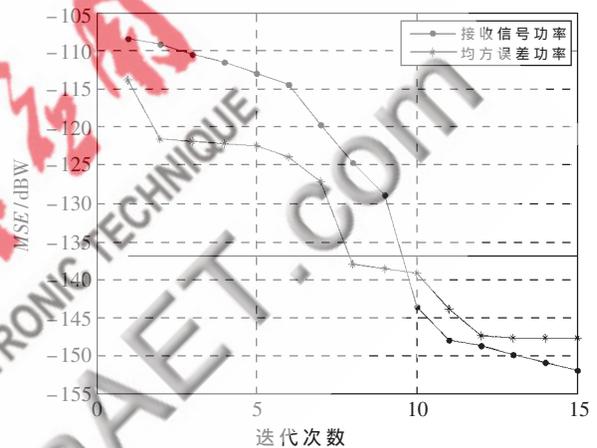
通过试验确定合适的秩选方法，并根据实验结果确定门限以找出最优的多级维纳滤波器迭代次数。干扰场景设置：两个功率相同的宽带干扰，两个干扰的来向角为  $(80^\circ, 45^\circ), (130^\circ, 45^\circ)$ 。

首先用仿真试验说明两个问题：(1)多级维纳滤波器做抗干扰滤波时存在一个最优迭代次数；(2)通过检测接收信号功率的变化比检测均方误差更容易设定准确门限。仿真图如图 2 所示。

从图 2(a)可以明显看出， $SINR$  随迭代次数的变化情况显而易见，当迭代次数为 10 的时候输出  $SINR$  最高，随后  $SINR$  会降低。如图 2(b)所示接收信号和  $MSE$  功率



(a)  $SINR$  随迭代次数变化图



(b) 接收信号和均方差功率变化图

图 2 输出  $SINR$ 、接收信号和均方差功率的变化

均用绝对数值表示，点划线、星划线分别表示接收信号  $MSE$  的功率，实线是一个功率门限，为  $-137$  dBW，当被检测的各步迭代后的接收信号和  $MSE$  功率小于这个门限时停止迭代，以接收信号功率变化为依据，所确定的迭代次数为 10；以  $MSE$  变化为依据，则所确定的迭代次数为 8，不是最优迭代次数。从图中可以看出，用接收信号功率的变化来确定最优迭代次数时，门限的选择范围较大，可以从  $-144$  dBW  $\sim$   $-129$  dBW；而用  $MSE$  变化来确定最优迭代次数，门限的选择范围很小。

然后以输出  $SINR$  衡量抗干扰性能。分为两种情况做仿真：(1)在对迭代过程进行秩选时，检测每步迭代后  $MSE$  的变化，当  $MSE$  小于所设定的门限时停止迭代；(2)检测接收信号功率的变化，将其与所设定的门限相比较确定最优迭代次数。每种情况下设定 10 种随机状态，相同随机状态下每次仿真所产生的随机数相同，从而保证了结果对任何一次仿真公平。每种随机状态下均做 4 次仿真，将门限分别设为  $\sigma_n^2, 2\sigma_n^2, 4\sigma_n^2, 8\sigma_n^2$ ，得到相应情况下的输出  $SINR$ ，如图 3 所示。

图 3(a)通过检测  $MSE$  变化并与预设门限相比较来确定迭代次数，可称之为均方误差检测法，可见只有将

## 网络与通信 Network and Communication

门限设为  $\sigma_n^2$ , 也即图中对应于实线的 threshold1 时, 不同随机状态下能够获得较稳定的性能; 图 3(b) 检测接收信号功率变化并与预设门限相比较来确定迭代次数, 可称之为接收信号功率检测法, 只有当门限为  $8\sigma_n^2$ , 即图中对应圈划线的 threshold4 时, 不同随机状态下的抗干扰性能会不太稳定。

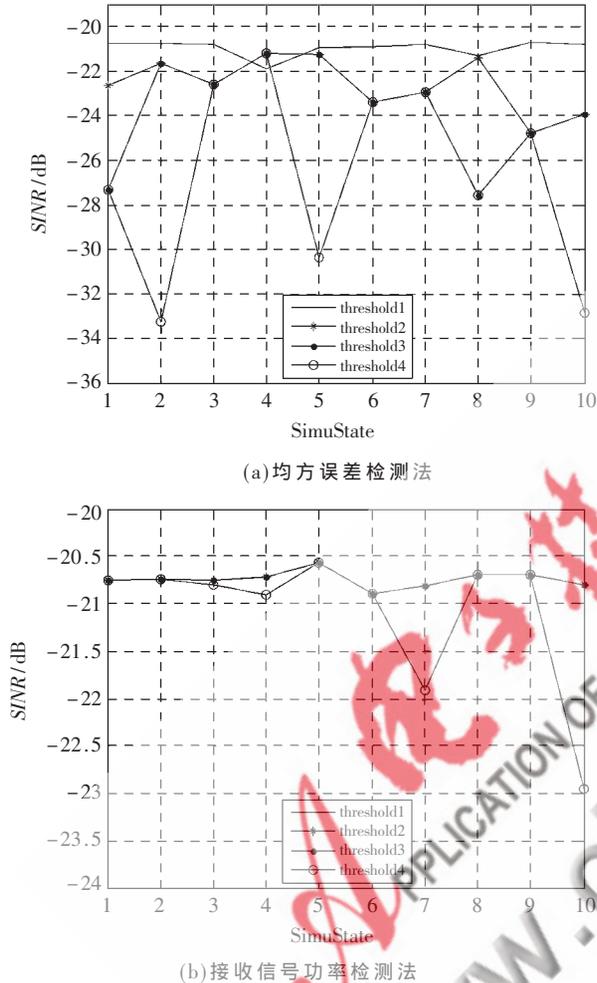


图3 不同随机状态下的抗干扰性能

综合图 2 和图 3 可得到两个结论: (1) 使用接收信号功率检测法来确定多级维纳滤波器迭代次数的方法更可靠; (2) 在使用接收信号功率检测法时, 判断门限选则在  $\sigma_n^2 \sim 4\sigma_n^2$  范围内均可获得较为稳定的抗干扰性能。

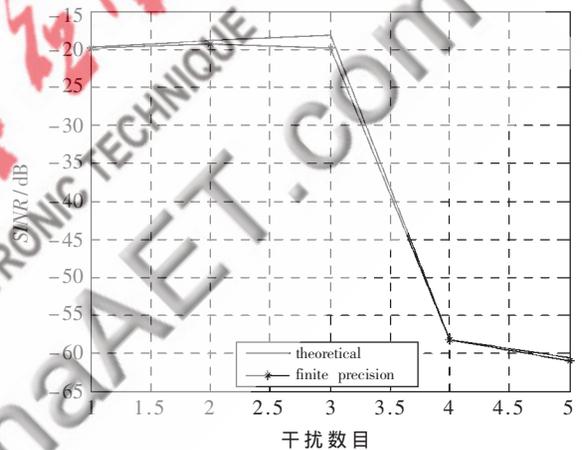
仿真 2 理论模型和有限精度模型在复杂环境中的抗干扰能力试验。

理论模型完全按照算法设计程序, 不存在量化和截断问题, 通过理论模型能够获得理论结果。有限精度模型考虑了算法实现的问题, 将数据量化, 处理过程中有截断, 用迭代法实现复杂运算, 其抗干扰性能比理论结果稍差。

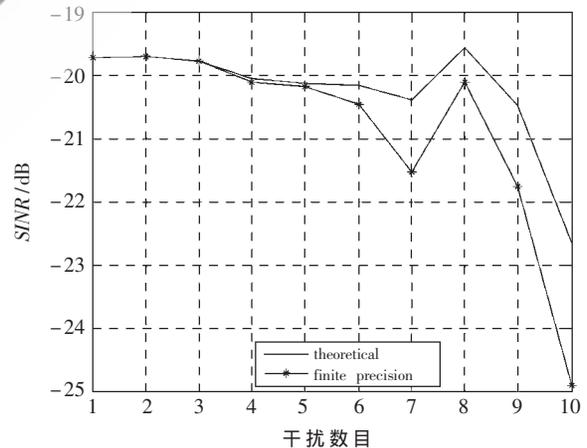
首先仿真所设计的多级维纳滤波器对抗多个干扰的能力。干扰俯仰角均为  $45^\circ$ , 方位角设置为: (1) 宽带干扰, 在仿真过程中依次加入 5 个干扰, 到达方向角为

$70^\circ$ 、 $130^\circ$ 、 $190^\circ$ 、 $250^\circ$ 、 $310^\circ$ ; (2) 混合干扰, 1 个宽带干扰到达方向角为  $70^\circ$ , 依次加入 9 个单频干扰, 到达方向角为  $100^\circ$ 、 $130^\circ$ 、 $160^\circ$ 、 $190^\circ$ 、 $220^\circ$ 、 $250^\circ$ 、 $280^\circ$ 、 $310^\circ$  和  $340^\circ$ 。仿真实验模型和有限精度模型下所设计多级维纳滤波器对抗干扰的能力。

图 4(a)、4(b) 分别表示多级维纳滤波器对抗宽带干扰和混合干扰的能力。图中实线为理论模型的抗干扰输出; 星划线为有限精度情况下的输出 SINR。从图中可以得出以下结论: (1) 多级维纳滤波器对抗宽带干扰的数目最多为  $(M-1)$ ,  $M$  为阵元数, 本文研究中采取四元阵, 所以只能对抗 3 个宽带干扰; (2) 滤波器的理论模型能对抗一个宽带干扰加多个单频干扰, 但有限精度模型在干扰数超过 6 时相对于理论模型的抗干扰能力有一定下降; (3) 在两种场景中有限精度模型相对于理论模型在输出 SINR 上均有损失, 但在干扰数不多时损失很小。



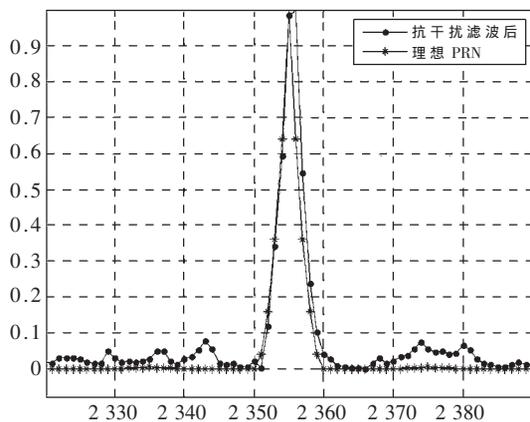
(a) 多级维纳滤波器对抗宽带干扰



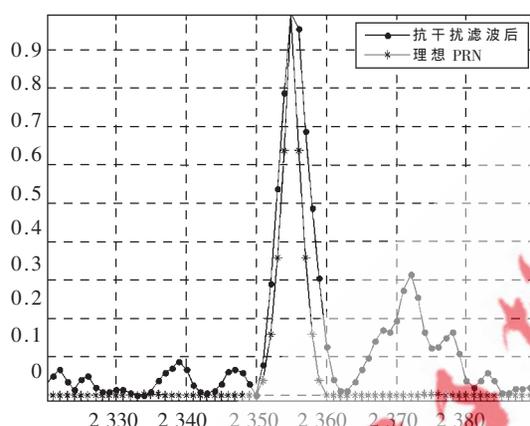
(b) 多级维纳滤波器对抗混合干扰

图4 不同干扰数目下的输出 SINR

在干扰基本消除后, 对信号进行相关捕获。将抗干扰后的 GPS 卫星信号与该卫星的伪随机码采样序列做相关运算, 理论上在该卫星信号相对于理想零点的延迟处会出现相关峰。假设信号为编号 19 的卫星所发出, 其 C/A 码的延时为 471 个码片<sup>[6]</sup>, 本设计中基带信号用 5 倍



(a) 3 个宽带干扰滤波后捕获图



(b) 1 个宽带加 5 个单频干扰滤波后捕获图

图 5 不同场景下相关捕获图

C/A 码速率采样, 则延迟的采样点数为 2355。下面根据图 4 所显示的抗干扰能力选择两种较为苛刻但又能够完成抗干扰的情况进行仿真: (1) 3 个宽带干扰; (2) 1 个宽带干扰加 5 个单频干扰, 对应于图 4(b) 中干扰数为 6 的情况。用有限精度模型进行仿真以贴近真实情况, 对抗干扰输出信号进行捕获, 捕获结果如图 5 所示。其中点划线为对抗干扰输出做相关的结果, 星划线为理想的

伪随机码采样序列做相关的结果。点划线和星划线的最高相关峰位置左图偏差了一个采样点, 右图一致, 一个伪随机码片内有 5 个采样点, 偏差一个采样点不至于使得码片位置判断错误。可见接收信号经过抗干扰滤波滤除了干扰, 保存了信号。

文章引用一些文献的结论对多级维纳滤波器进行了改进, 用一种新的滤波器秩选方式代替了一般方法。文章对算法进行了仿真, 证明使用本文中的秩选方式可以准确找到多级维纳滤波器的最佳迭代次数。最后对算法有限精度模型进行了仿真, 证明模型在不超过理论限的情况下能够对抗多个干扰; 对抗干扰输出信号进行成功捕获, 说明信号没有发生畸变。

#### 参考文献

- [1] GOLDSTEIN J S, REED I S, SCHAF L L. A multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1998, 44 (7): 2943-2959.
- [2] RICKS D C, GOLDSTEIN J S. Efficient architectures for implementing adaptive algorithms[A]. Proceedings of the 2000 Antenna Applications Symposium, 2000: 29-41.
- [3] JOHAM M, SUN Y, ZOLTOWSKI M D., et al. A new backward recursion for the multistage nested Wiener filter employing Krylov subspace methods[C]. IEEE Military Communications Conference, 2001: 1210-1213.
- [4] 郭艺. GPS 接收机空时抗干扰理论与实现关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学博士学位论文, 2007.
- [5] IDC-GPS-200, NAVSTAR GPS space segment/navigation user interfaces (Public Release Version), ARINC Research Corporation, July 3, 1991.
- [6] ELLIOTT D K, CHRISTOPHER J H. GPS 原理与应用(第 2 版)[M]. 寇艳红, 译. 北京: 电子工业出版社, 2007.

(收稿日期: 2010-03-18)

#### 作者简介:

周柱, 男, 1980 年生, 在读博士研究生, 主要研究方向: 通信抗干扰技术。