

只含一个非线性项的超混沌系统及其电路实现

陈海涛, 陈帝伊, 申滔, 马孝义

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院电气系, 陕西 杨凌, 712100)

摘要: 构造出了一个新的只含有一个非线性项的四维非线性动力学系统, 研究了该系统的超混沌吸引子、Lyapunov 指数、庞加莱映射图等复杂动力学特征, 然后以 Multisim 电路仿真软件为平台进行了仿真实验, 验证了超混沌系统的混沌现象。

关键词: 一个非线性项; 混沌; 四维超混沌系统; 电路仿真

中图分类号: TP273; O231

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2010)14-0085-04

Hyperchaos system with only one nonlinear term and its circuit simulation

CHEN Hai Tao, CHEN Di Yi, SHEN Tao, MA Xiao Yi

(Electric Department of College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

Abstract: A four-dimensional hyperchaos system with only one nonlinear term was constructed. And the author studied the hyperchaos attractor, the Lyapunov exponent and the Poincare map. The simulation experiment was performed by Multisim circuit simulation software as the platform. It approved the hyperchaos system's chaotic behavior. And then the practical hyperchaos circuit was built. The chaotic waveform of the hyperchaos system can be observed on the oscilloscope.

Key words: single nonlinear term; chaos; four-dimensional hyperchaos system; circuit simulation

混沌是指确定的宏观的非线性系统在一定条件下所呈现的不确定的或不可预测的随机现象, 是非线性动力系统所特有的一种复杂动力系统, 混沌理论是 20 世纪继相对论和量子力学之后的第三次科学革命。自 20 世纪 60 年代 Lorenz 在一个三维自治系统首次发现混沌吸引子^[1]以来, 混沌的研究者越来越多, 使得混沌理论得到了迅速发展。特别是 20 世纪 90 年代计算机科学的运用和发展以来, 人们对混沌的认识逐渐加深, 其中代表性的有 1999 年陈关荣等发现的混沌吸引子 Chen 系统^[2], 2002 年吕金虎等^[3]进一步发现的 Lü 系统以及 2004 年刘崇新等^[4]提出的三维自治系统。

近年来, 研究者构造了许多超混沌系统^[5-7], 但对只含有一个非线性项的超混沌系统的研究不多, 对这种超混沌系统的控制的研究更少。本文首先构造了一个只有一个非线性项的四维超混沌系统, 对其进行了复杂的动力学分析, 同时, 给出了此超混沌系统的电路实现原理图, 用 Multisim 电路仿真软件进行了仿真实验, 证实了混沌系统的存在性。

1 新超混沌系统的分析

1.1 超混沌系统数据模型

混沌是非线性动力系统所特有的复杂动力系统, 而含有非线性项是非线性动力系统的必要条件, 故非线性项对能否出现混沌起着至关重要的作用。构造出的只含有一个非线性项的新四维动力系统方程式为:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - 1.2y \\ \frac{dy}{dt} = 1.1x - 0.1yz^2 \\ \frac{dz}{dt} = -0.05y - 1.2z - 5w + 0.65x \\ \frac{dw}{dt} = 0.1x + 1.62z + 0.8w \end{cases} \quad (1)$$

其中 $a=0.58$, 其他所有状态变量均为实数。可见系统(1)只有一个非线性项, 通过 Matlab 仿真得到其三维相图及各平面相图如图 1~图 4 所示。

观察图 1~图 4 的相轨迹图可以推测系统(1)可能具有混沌的动力学特征。

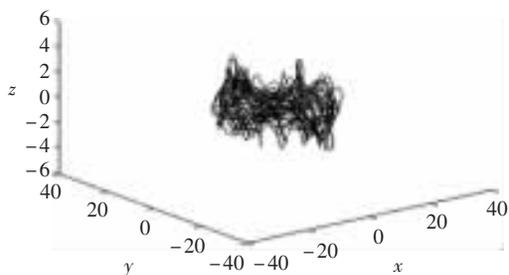


图1 三维相图

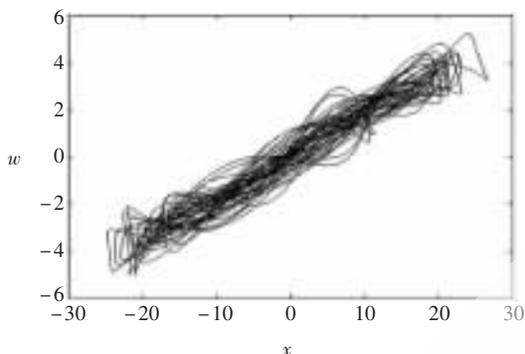


图2 x-w 平面相图

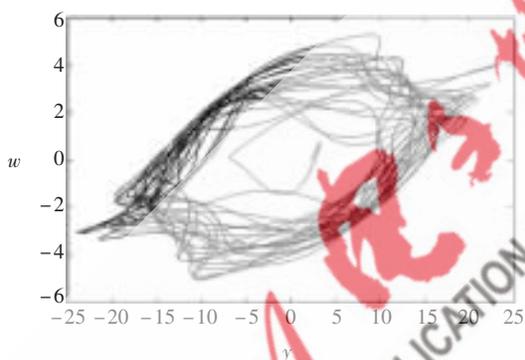


图3 y-w 平面相图

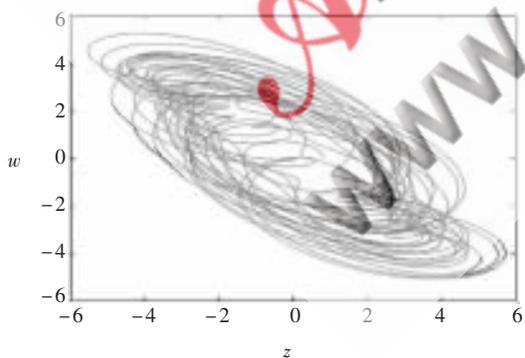


图4 z-w 平面相图

1.2 系统的 Lyapunov 指数

Lyapunov 指数是定量描述混沌吸引子的相邻轨线收缩或扩张的量,混沌系统和超混沌系统很难区分,可以通过系统的 Lyapunov 指数来区分。由参考文献[7]可知,对于一个四维自治的系统,在它的 4 个 Lyapunov 指数中,当最大 Lyapunov 指数为零,其他 Lyapunov 指数为负

时,系统是周期的;当 2 个最大的 Lyapunov 指数都为零,其他 Lyapunov 指数为负时,系统是伪周期的;当最大的 Lyapunov 指数为正,其他 3 个 Lyapunov 指数中有 1 个为零,其余为负时,系统是混沌的;当有 2 个最大的 Lyapunov 指数为正,其他 2 个 Lyapunov 指数中有 1 个为零,有 1 个为负时,系统是超混沌的。运用 Matlab 计算出系统(1)的 Lyapunov 指数,当 $t \rightarrow \infty$ 时,系统(1)的 4 个 Lyapunov 指数为: $\lambda L1=0.1014, \lambda L2=0.0140, \lambda L3=0, \lambda L4=-0.6462$ 。由此可知系统(1)是一个超混沌动力系统。

1.3 超混沌系统 Poincare 映射图

Poincare 映射是一种经典的分析动力系统的技术,可以通过 Poincare 截面上截点的情况判断是否发生混沌:当 Poincare 截面上有且仅有一个不动点或少数离散点时,运动是周期的;当 Poincare 截面上是一封闭曲线时,运动是准周期的;当 Poincare 截面上是一些成片的具有分形结构的密集点时,运动是混沌的。系统(1)在 $z=0$ 截面的 Poincare 映射图如图 5 所示。

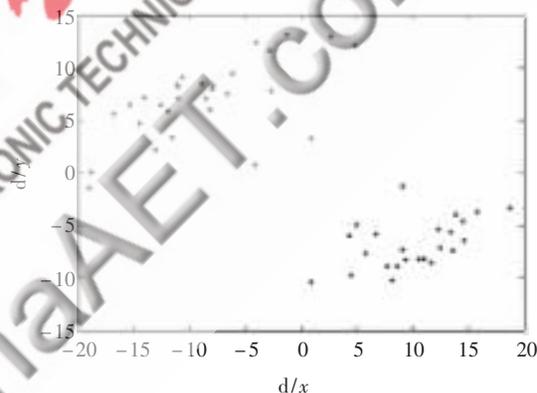


图5 Poincare 映射图

从图 5 中可以观察到截面上是一些成片的具有分形结构的密集点,可以明确知道系统是混沌的,从而也验证了 1.2 中的判断。

2 系统混沌模型电路仿真

对超混沌系统(1)的电路进行了详细推导,得到超混沌的电路数学模型为:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{R_3}{R_1 R_4 C_1} x - \frac{R_{10} R_3}{R_2 R_4 R_9 C_1} y \\ \frac{dy}{dt} = \frac{R_7}{R_5 R_8 C_2} x - \frac{R_{10} R_7}{K R_6 R_8 R_9 C_2} y z^2 \\ \frac{dz}{dt} = \frac{R_{15}}{R_{12} R_{16} C_3} x - \frac{R_{10} R_{15}}{R_{11} R_{16} R_9 C_3} y - \frac{R_{18} R_{15}}{R_{14} R_{16} R_{17} C_3} z - \frac{R_{15} R_{25}}{R_{13} R_{24} R_{16} C_3} w \\ \frac{dw}{dt} = \frac{R_{22}}{R_{23} R_{20} C_4} x + \frac{R_{22}}{R_{19} R_{23} C_4} z + \frac{R_{22}}{R_{21} R_{23} C_4} w \end{cases}$$

其中的电路参数为: $R_1=10.34 \text{ k}\Omega, R_2=5 \text{ k}\Omega, R_3=6 \text{ k}\Omega, R_4=R_8=R_9=R_{10}=R_{13}=R_{16}=R_{17}=R_{18}=R_{24}=R_{25}=1 \text{ k}\Omega, R_5=R_{11}=100 \text{ k}\Omega, R_6=11 \text{ k}\Omega, R_7=110 \text{ k}\Omega, R_{12}=7.69 \text{ k}\Omega, R_{14}=4.17 \text{ k}\Omega, R_{15}=5 \text{ k}\Omega, R_{19}=2.47 \text{ k}\Omega, R_{20}=40 \text{ k}\Omega, R_{21}=5 \text{ k}\Omega, R_{22}=4 \text{ k}\Omega, C_1=C_2=C_3=C_4=1 \mu\text{F}, K=100$ 。

技术与方法 Technique and Method

该超混沌系统的实现电路如图 6 所示。

分别在输出端口处接入示波器，得到系统对应图 2~图 4 各相面的仿真相图，如图 7(a)~图 7(c)所示。

通过观察可以发现，图 7(a)~图 7(c)与图 2~图 4 各

相面的 Matlab 仿真图一致。

本文构造了一个四维只含一个非线性项的动力系统，对该系统的相轨迹图、Poincare 映射图、Lyapunov 指数等复杂动力学特征进行分析和电路仿真实验验证，证

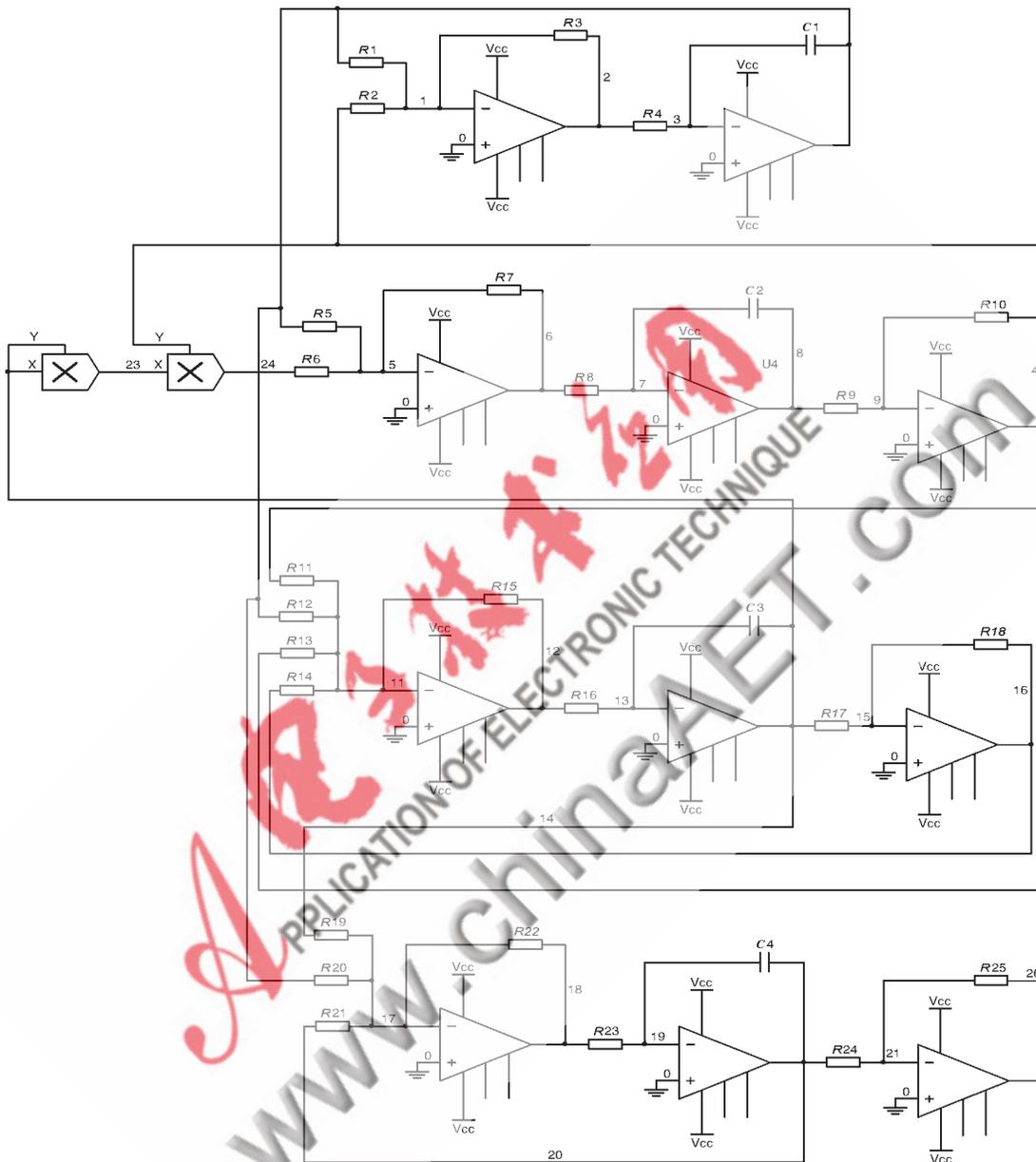
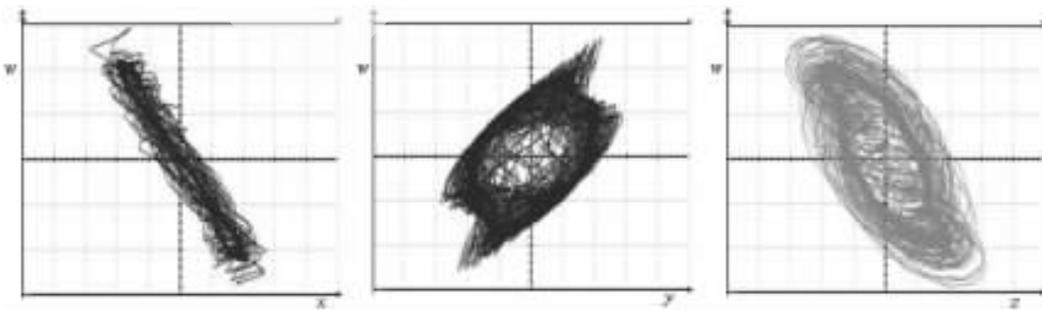


图 6 系统仿真电路



(a)对应图 2 仿真相图

(b)对应图 3 仿真相图

(c)对应图 4 仿真相图

图 7 系统电路仿真相图

技术与方法 Technique and Method

实了只含一个非线性项超混沌系统的存在性。

参考文献

- [1] LORENZ E N. Deterministic nonperiodic flow[J]. J. Atmos. Sci., 1963, 20: 130-141.
- [2] CHEN G R, UETA T. Yet another chaotic attractor[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(7): 1465-1466.
- [3] LV J H, CHEN G R. A new chaotic attractor coined[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(3): 659-661.
- [4] LIU C X, LIU L, LIU T, et al. A new butterfly-shaped attractor of Lorenz-like system[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 28(5): 1196-1203.
- [5] 王光义, 丘水生, 许志益. 一个新的三维二次混沌系统及

其电路实现[J]. 物理学报, 2006, 55(7): 3295-3301.

- [6] 贾红艳, 陈增强, 袁著祉. 一个大范围超混沌系统的生成和电路实现[J]. 物理学报, 2009, 58(7): 4469-4476.
- [7] 周平, 危丽佳, 程雪峰. 只有一个非线性项的超混沌系统[J]. 物理学报, 2009, 58(8): 5201-5208.

(收稿日期: 2010-02-22)

作者简介:

陈海涛, 男, 1987年生, 在读本科生, 主要研究方向: 混沌电路的构造与实现。

陈帝伊, 男, 1982年生, 硕士, 讲师, 主要研究方向: 混沌系统的同步与控制。

马孝义, 男, 1965年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 复杂动力学分析。

