

一个新超混沌系统的混沌控制比较研究

秦菊^{1,2}

(1.中国科学技术大学 计算机科学与技术学院,安徽 合肥 230027;

2.山东电子职业技术学院 计算机系,山东 济南 250014)

摘要:通过分析研究四维混沌吸引子数学模型的特征,构造了一个新超混沌动力系统。通过对其复杂混沌动力学特征进行分析,表明该四维动力系统含有超混沌吸引子。分别用线性反馈控制、自适应控制方法对该新超混沌系统进行控制,利用 Matlab 仿真实现了一个新超混沌系统的混沌控制。结果表明,利用线性反馈控制和自适应控制都可以很好地消除混沌,使方程达到一个稳定的状态。

关键词:新超混沌系统;四维超混沌系统;线性反馈控制;自适应控制;混沌控制

中图分类号: TP273+.4

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2010)12-0082-05

The comparative study of the new hyper-chaos's chaotic control

QIN Ju^{1,2}

(1.Department of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2.Dept. of Computer, Shandong College of Electronic Technology, Jinan 250014, China)

Abstract: This paper gave a new hyper-chaos dynamic system through the analysis of the mathematical model of the four-dimensional chaotic attractor characteristics. And also analyzed its complex dynamic characteristics of chaotic analysis dynamics, these characteristics indicate that the four-dimensional dynamical systems contain hyper-chaotic attractors. The author controlled the chaotic systems of the new hyper-chaos dynamic system by the linear feedback control method and the adaptive control method. Then it achieved the goal through the simulation of Matlab. The results showed that the new hyper-chaos system can be controlled well by the linear feedback control and the adaptive control.

Key words: new hyper-chaos dynamic system; four-dimensional hyper-chaos system; linear feedback control; adaptive control; chaos control

自从 1963 年 Lorenz^[1] 在一个三维自治系统首次发现混沌吸引子以来,混沌的研究越来越受到重视,随着混沌理论的迅速发展,人们不断发现新的混沌系统^[1-7],并研究其混沌轨迹、混沌吸引子结构和混沌产生的条件等。与混沌系统相比,超混沌系统具有两个或者更多正的 Lyapunov 指数,它的运动轨道(以下简称相轨)在多个方向上分离,表现出更复杂的动力学行为。复杂的超混沌信号可以提高混沌保密通信和混沌信息加密的安全性,因此超混沌在信息工程领域具有非常广阔的应用前景^[8]。

近年来,一些科研工作者以经典的控制理论作为指导思想,已经提出多种混沌控制方法,如连续变量反馈控制法^[9-15](包括延迟变量反馈控制法^[10])、自适应控制法^[11-12]、参数共振微扰法^[13]、神经网络法^[14]、非线性反馈控制法^[15]等。这些方法在控制超混沌系统的过程中各有优缺点,所以才

需要对其控制方法进一步地研究、分析和比较。

本文首先构造一个新四维超混沌系统,并对其进行复杂动力学分析,然后分别利用线性反馈法和自适应反馈法实现混沌控制。

1 新超混沌系统的分析

1.1 新超混沌系统数据模型构造

所构造的新超混沌系统数据模型为:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a(y-x) \\ \frac{dy}{dt} = -gxz + bx + w \\ \frac{dz}{dt} = dxy - cz \\ \frac{dw}{dt} = -hyz \end{cases} \quad (1)$$

技术与方法 Technique and Method

其中, $a=20, b=40, g=1, d=4, c=2.5, h=0.5$ 。

该系统的三维相图如图 1 所示。

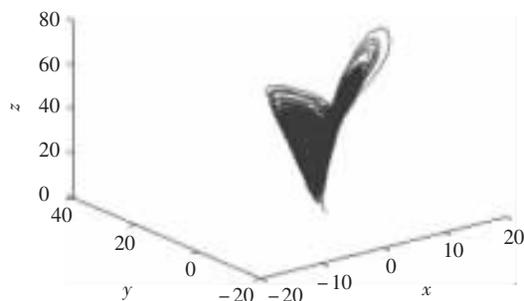


图 1 三维相图

观察图 1 的拓扑结构可以推测系统(1)可能具有的混沌的动力学特征。

1.2 系统(1)的平衡点分析

在该系统中, 状态变量分别为 x, y, z, w 。为了求其平衡点, 令:

$$\begin{cases} a(y-x)=0 \\ -gxz+bx+w=0 \\ dxy-cz=0 \\ -hzy=0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $a=20, b=40, g=1, d=4, c=2.5, h=0.5$ 。

解得系统(2)的平衡点为 $O(0, 0, 0, 0)$ 。在平衡点对系统(2)进行线性化得 Jacobian 矩阵的构造特征方程为:

$$\lambda^4 + 22.5\lambda^3 - 550\lambda^2 - 1500\lambda = 0$$

用 Matlab 求得系统的对应平衡点 O 的特征根为: $\lambda_1 = -40, \lambda_2 = 20, \lambda_3 = -2.5, \lambda_4 = 0$ 。只要有一个特征值的实部或虚部为正值, 就说明该平衡点为不稳定鞍点。由于 $\lambda_2 = 20 > 0$, 因此, 平衡点 O 为不稳定鞍点。

1.3 系统(1)的耗散性

产生混沌的必要条件是系统具有耗散性结构, 系统(1)的梯度函数为:

$$\nabla V = \frac{\partial dx/dt}{\partial x} + \frac{\partial dy/dt}{\partial y} + \frac{\partial dz/dt}{\partial z} + \frac{\partial dw/dt}{\partial w} = -22.5$$

说明系统(1)具有耗散性结构, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 包含轨道的每个体积元以指数速率 -22.5 收敛到 0, 系统的所有轨线最终被限制在一个体积为零的极限子集上, 这说明存在混沌吸引子。

1.4 系统(1)的 Poincare 映射图

Poincare 映射是一种经典的分析动力系统的技术, 可以通过 Poincare 截面上截点的情况判断是否发生混沌: 当截面上有且仅有一个不动点或少数离散点时, 运动是周期的; 当截面上是一封闭曲线时, 运动是准周期的; 当截面上是一些成片的具有分形结构的密集点时, 运动是混沌的。Poincare 映射图有利于观察系统的动力学行为, 通过观察其截面上截点的情况, 可以判断系统的运动情况。在平面 $z=0$ 中, 取 Poincare 截面 Σ , 得到系统(1)的 Poincare 映射图, 可以观察到截面上是一些成片的具

有分形结构的密集点, 可以明确知道系统是混沌的。

1.5 系统(1)的 Lyapunov 指数

Lyapunov 指数是定量描述混沌吸引子的相邻轨线收缩或扩张的量, 可以用来判定一个系统是否出现混沌或者超混沌。混沌系统和超混沌系统可以通过系统的 Lyapunov 指数来区分。对于一个四维自治的系统, 在它的 4 个 Lyapunov 指数中, 当最大指数为零, 其他指数为负时, 系统是周期的; 当 2 个最大的指数都为零, 其他指数为负时, 系统是伪周期的; 当最大的指数为正, 其他 3 个指数中有 1 个为零, 其余为负时, 系统是混沌的; 当有 2 个最大的指数为正, 其他 2 个指数中有 1 个为零, 1 个为负时, 系统是超混沌的。从图 2 所示的 Lyapunov 指数谱和图 3 所示的分岔图可以证实, 系统(1)是从混沌通过倍周期分岔走向周期运动的。运用 Matlab 求出系统(1)随时间变化的 Lyapunov 指数谱如图 2 所示。

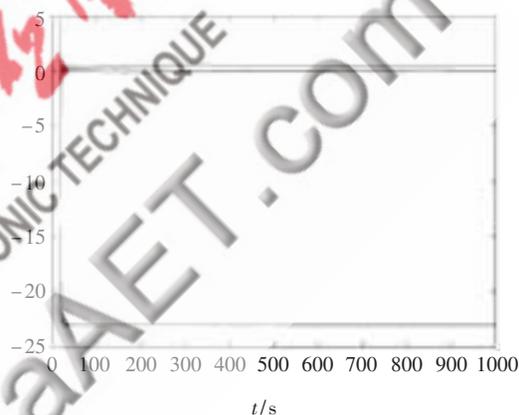


图 2 Lyapunov 指数谱

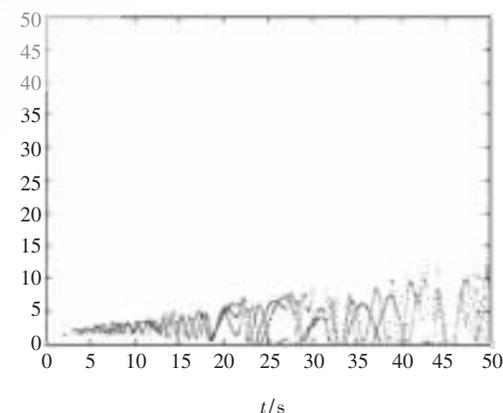


图 3 分岔图

由图 2 可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 系统(1)的 4 个指数为: $0.5047, 0.0894, 0$ 和 -23.07 , 得到系统的维数为 3.026 。

产生超混沌吸引子要满足的几个必要条件: 具有耗散结构, 方程的维数不少于四, 系统至少有两个增强不稳定因素的方程且这两个方程至少有一个含非线性项^[16]。根据上述可知系统(1)是一个超混沌动力系统。

技术与方法 Technique and Method

2 新超混沌系统模型镇定到平衡点 O 的线性反馈控制

2.1 线性反馈控制机理

定义一个混沌系统:

$$\frac{dx_1}{dt} = F(x_1) \quad (3)$$

构造从系统为:

$$\frac{dx_2}{dt} = F(x_2) \quad (4)$$

用线性反馈控制后的受控系统为:

$$\frac{dx_2}{dt} = F(x_2) + K(x_1 - x_2) \quad (5)$$

令 $x = x_1 - x_2$, 则式(5)写为:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, x_1, K) \quad (6)$$

其中 K 为线性反馈控制参数, 要通过控制 K 达到控制受控系统, 实现渐进稳定于平衡点同步的目的。

2.2 受控系统的数学模型

为方便研究, 令系统(1)简单变换为:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a(y_1 - x_1) \\ \frac{dy_1}{dt} = -gx_1z_1 + bx_1 + w_1 \\ \frac{dz_1}{dt} = dx_1y_1 - cz_1 \\ \frac{dw_1}{dt} = -hy_1z_1 \end{cases} \quad (7)$$

系统(7)加上控制器后的数学模型为:

$$\begin{cases} \frac{dx_2}{dt} = a(y_2 - x_2) + k(x_1 - x_2) \\ \frac{dy_2}{dt} = -gx_2z_2 + bx_2 + w_2 + k(y_1 - y_2) \\ \frac{dz_2}{dt} = dx_2y_2 - cz_2 + k(z_1 - z_2) \\ \frac{dw_2}{dt} = -hy_2z_2 + k(w_1 - w_2) \end{cases} \quad (8)$$

其中 $a=20, b=40, g=1, d=4, c=2.5, h=0.5$ 。 k 为控制参数, 取 $k=1$ 可使混沌系统的轨道镇定于平衡点。

2.3 系统(1)的受控仿真

固定系统参数 $a=20, b=40, g=1, d=4, c=2.5, h=0.5$ 。控制参数 $k > 0.5047$, 取步长 $h=0.001$, 响应系统的初始值为 $x_2(0)=0.001, y_2(0)=0.001, z_2(0)=0.001, w_2(0)=0.001$, 驱动系统的初始值为 $(2.4, 2.2, 0.8, 0)$ 时 x, y, z, w 受控前随时间变化的仿真图如图4所示。

系统(8)在初始值为 $(2.4, 2.2, 0.8, 0)$ 时 x, y, z, w 随时间变化的仿真图可见: 当 t 接近 $7\text{ s}, 6\text{ s}, 7\text{ s}$ 和 7 s 时, $x_1(t), y_1(t)$ 和 $z_1(t)$ 分别稳定到了 $0, 0, 0$ 和 0 , 故受控系统(8)被镇定到平衡 $O(0, 0, 0, 0)$ 上。

3 自适应控制

3.1 受控系统的数学模型

系统(7)加上控制器后的数学模型为:

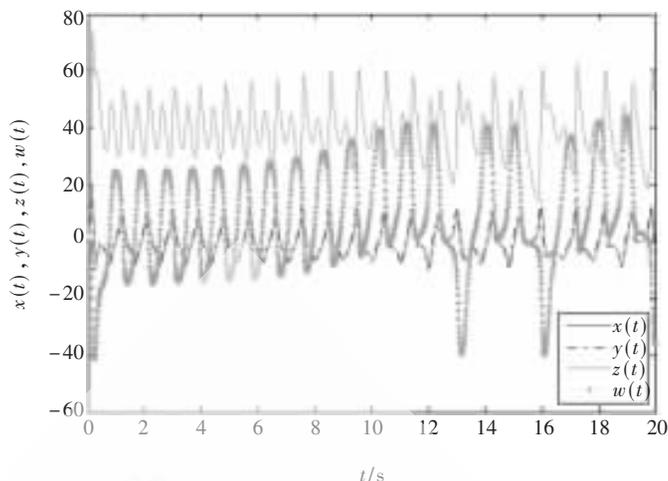


图4 受控前系统运动图形

$$\begin{cases} \frac{dx_3}{dt} = a(y_3 - x_3) - k_1(x_3 - x_0) \\ \frac{dy_3}{dt} = -gx_3z_3 + bx_3 + w_3 - k_2(y_3 - y_0) \\ \frac{dz_3}{dt} = dx_3y_3 - cz_3 \\ \frac{dw_3}{dt} = -hy_3z_3 - k_3(w_3 - w_0) \end{cases} \quad (9)$$

其中, $a=20, b=40, g=1, d=4, c=2.5, h=0.5$ 。 $x_0=0, y_0=0, w_0=0, k_1=6, k_2=32, k_3=1$ 。 k_1, k_2, k_3 为控制参数, 可使混沌系统的轨道镇定于平衡点。

由于控制参数 $k_i (i=1, 2, 3) > \max(\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{14}) = 0.5047$ 时, 采用自适应控制的方法可以控制混沌系统使其达到同步^[17]。

3.2 系统(1)的受控仿真

固定系统参数 $a=20, b=40, g=1, d=4, c=2.5, h=0.5$ 。控制参数 $k > 0.5047$, 取步长 $h=0.001$, 响应系统的初始值为 $x_2(0)=0.001, y_2(0)=0.001, z_2(0)=0.001, w_2(0)=0.001$, 驱动系统的初始值为 $(2.4, 2.2, 0.8, 0)$ 时 x, y, z, w 受控前后随时间变化的仿真图形分别如图5(a)、图5(b)所示。观察系统受控前后系统运动情况可知: 受控后系统渐进于稳定于平衡点 O 。通过图5(b)能看出系统动态稳定时间为 7 s 。

系统(9)在初始值为 $(2.4, 2.2, 0.8, 0)$ 时 x, y, z, w 随时间变化的仿真图形分别如图6(a)、图6(b)、图6(c)、图6(d)所示, 当 t 接近 $8\text{ s}, 8\text{ s}, 4\text{ s}$ 和 7 s 时, $x_1(t), y_1(t), z_1(t)$ 和 $w_1(t)$ 分别稳定到了 $0, 0, 0$ 和 0 。根据 Routh-Hurwitz 判据可知, 系统(2)的实特征根有负值, 故受控系统(9)渐进稳定地趋于平衡点, 即受控系统(9)被镇定到平衡点 $O(0, 0, 0, 0)$ 上。

通过观察图5系统变量的运动情况, 证实了自适应控制方法控制混沌的有效性和可行性, 由于在控制过程中取控制参数 k 远大于最大 Lyapunov 指数, 故受控系统很快达到同步。

技术与方法 Technique and Method

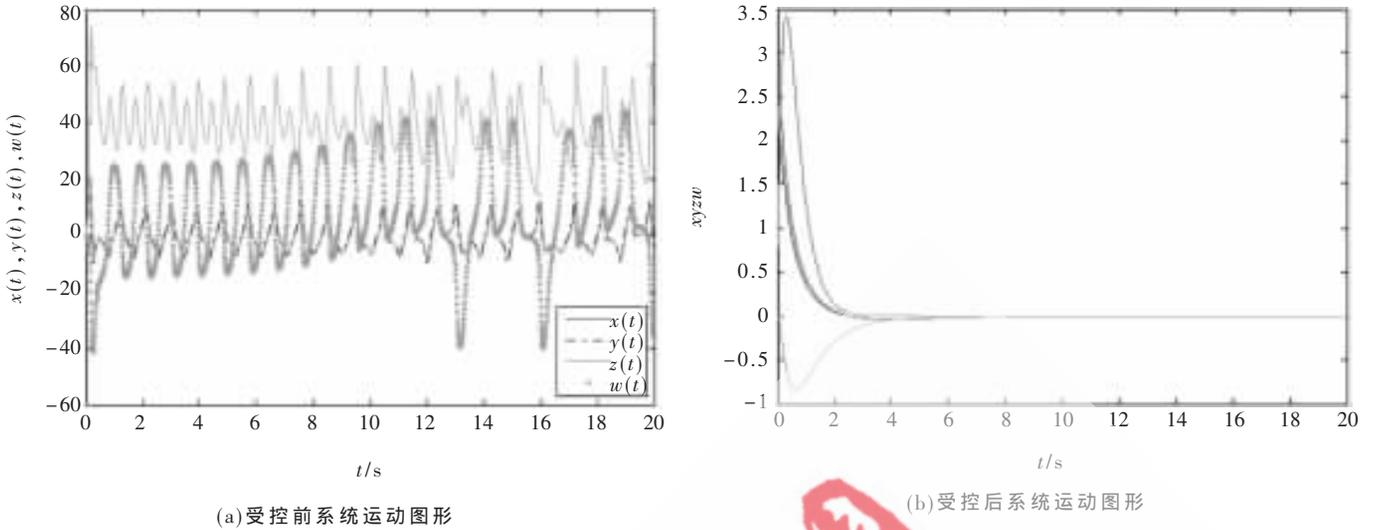


图5 受控前后系统运动图形

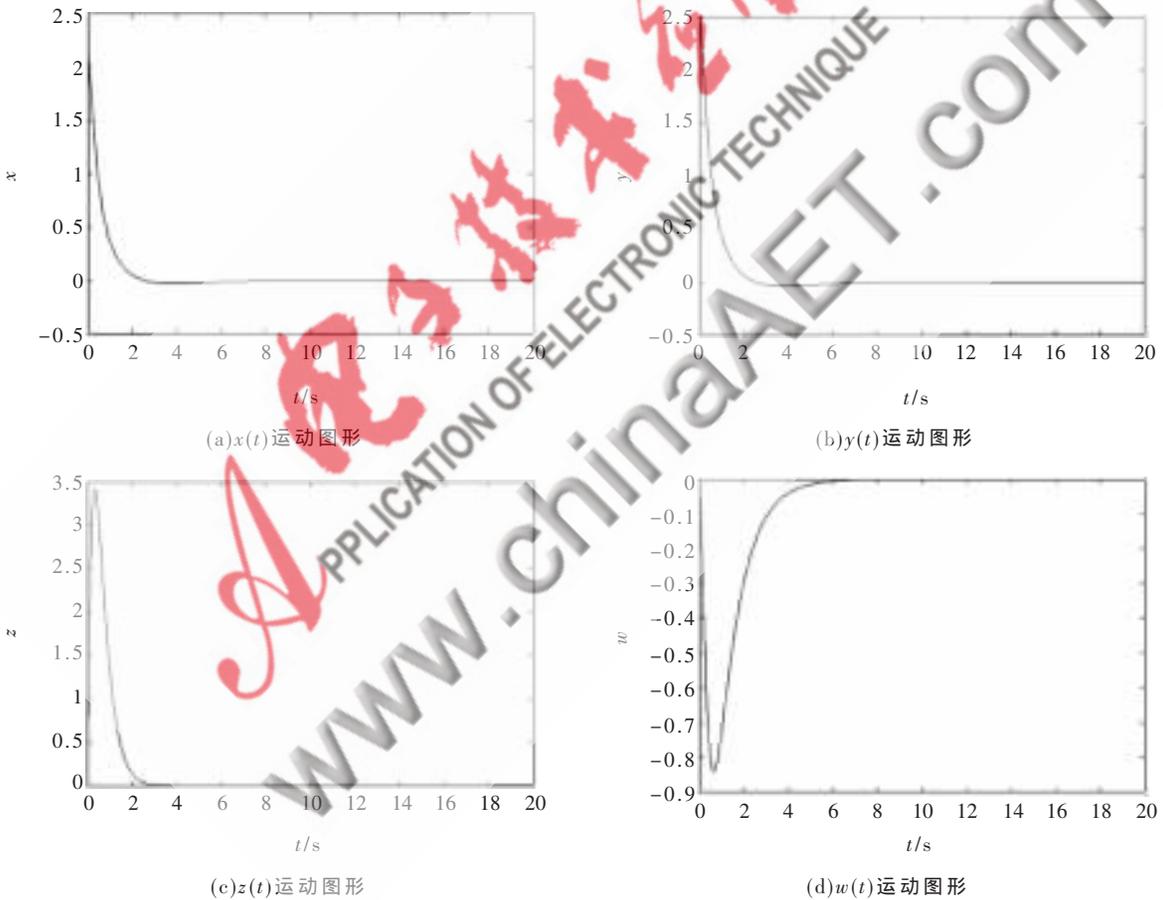


图6 自适应控制后受控系统稳定到平衡点 0 的运动图形

超混沌系统比低维混沌系统具有更加复杂的动力学行为, 具有更高的保密性, 因此研究超混沌系统的控制与同步具有很重要的价值。本文推导出了一个四维新超混沌系统, 通过理论分析和 Matlab 仿真, 并用线性反馈控制和自适应同步控制方法对该系统进行了控制。可得出以下结论:

(1) 分析了它的复杂动力学特征, 证实了该系统是一

个新超混沌系统。

(2) 利用线性反馈控制和自适应控制方法分别实现了对该新超混沌系统稳定于平衡点的混沌控制。

(3) 证实了自适应控制与自适应同步方法用于控制和稳定该新超混沌系统的有效性和可行性。

(4) 线性反馈控制的动态响应时间短但超调量较大, 而自适应控制的动态响应时间稍长, 但其超调量小。所

欢迎网上投稿 www.pcachina.com 87

技术与方法 Technique and Method

以线性反馈控制能够更好地控制该新超混沌模型。

参考文献

- [1] 李春彪,王翰康,黄新民.一种类 Lorenz 系统的变形与超混沌实现[J].微计算机信息,2009,29(22):150-153.
- [2] LV J H, CHEN G R. A new chaotic attractor coined[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(3): 659-661.
- [3] LIU C X, LIU L, LIU T, et al. A new butterfly-shaped attractor of Lorenz-like system[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 28(5): 1196-1203.
- [4] 宋运忠,赵光宙,齐冬莲.混沌吕系统的约束控制[J].控制理论与应用,2007,24(5):795-798.
- [5] 王杰智,陈增强,袁著祉.一个新的混沌系统及其性质研究[J].物理学报,2006,55(8):3956-3963.
- [6] 王光义,丘水生,许志益.一个新的三维二次混沌系统及其电路实现[J].物理学报,2006,55(7):3295-3301.
- [7] 王琳,倪樵,刘攀,等.一种新的类 Lorenz 系统的混沌行为与形成机制[J].动力学与控制学报,2005,3(4):1-6.
- [8] 李华青,罗小华,代祥光.一个超混沌系统及其投影同步[J].电子学报,2009,3(37):654-657.
- [9] 庞明宝,贺国光.高速公路混沌模糊延迟反馈控制仿真研究[J].系统仿真学报,2009,1(21):127-134.
- [10] PAR J H, KWON O M. A novel criterion for delayed feedback control of time-delay chaotic systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 23(2): 495-501.
- [11] 刘福才,梁晓明,宋佳秋.广义 Hénon 混沌系统的自适应双模控制与同步[J].物理学报,2008,3(57):1458-1464.
- [12] 舒永录,赵运洪,吴勇.一个新超混沌系统的控制与同步[J].重庆工学院学报(自然科学版),2008,22(10):67-73.
- [13] 谯龙,王德石.基于 Lorenz 系统的微弱谐波和信号检测[J].仪器仪表学报,2007,11(28):2034-2038.
- [14] HENTSCHEL H G E, JIANG Z. Learning to control dynamical behaviour[J]. Physica D, 1993, 67(2): 141-150.
- [15] 朱志宇.基于反馈精确线性化的混沌系统同步控制方法[J].物理学报,2006,55(12):6248-6252.
- [16] 王兴元,王明军.超混沌 Lorenz 系统[J].物理学报,2007,56(9):5136-5141.
- [17] 王发强,刘崇新.混沌系统的线性反馈同步控制及电路实验的研究[J].物理学报,2006,55(10):5055-5060.

(收稿日期:2009-12-26)

作者简介:

秦菊,女,1981年生,在读研究生,助理讲师,主要研究方向:计算机软件理论与多媒体技术。