

一种网络编码构造算法研究

胡 平

(南京邮电大学 电子科学与工程学院, 江苏 南京 210003)

摘要: 简要介绍了网络编码和线性网络编码的基本原理, 回顾了网络编码的提出、发展和现状, 并且提出了一种基于有环网络的改进代数构造算法, 有效地解决了网络中存在环路时的编码问题。

关键词: 网络编码; 构造算法; 有环网络

中图分类号: TN911

文献标识码: A

The research of a network coding construction algorithm

HU Ping

(Electronic Science and Engineering College, Nanjing University of Post & Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: The paper describes the network coding and the basic principles of linear network coding, reviews the development and current status of network coding and put forward an improved algebraic construction algorithm based on a ring network, which solve the coding problem when the network exists rings.

Key words: network coding; construction algorithm; ring network

在目前的通信网络中, 不管是采用电路交换还是采用分组交换的方式传输信息, 中间节点都仅仅转发或存储转发它所接收到的信息, 除了数据复制以外, 网络的中间节点并不需要做任何其他的数据处理。

2000年, Ahlswede等人发表了一篇题为“网络信息流”的文章, 提出了“网络编码”这一概念, 该理论通过允许中间节点在转发信息前对输入信息流进行编码, 以实现网络组播容量的极限。但这只是给出了网络最大信息传送速率的存在性证明, 并没有给出具体的网络编码实现方式。Li、Yeung和Cai^[1]提出单一信源、多接收节点网络的最大传输速率可以通过线性网络编码实现; Koetter和Medard^[2-3]为网络编码设计了一个数学框架。另外Sanders等人提出了一种实现网络编码的多项式时间算法^[4-5], 这种方法将网络编码的构造进一步简化。

上述方法都是基于已知整个网络的拓扑信息。Chou等提出了不需网络拓扑信息的分布式网络编码^[6]。另外, 现在关于网络编码和其他方面结合的研究也很多, 例如网络编码和纠错码的结合、网络编码和加密体制的结合等。

1 网络编码原理

在研究网络编码的过程中, 通信网一般简化为相应

的图来表示。假定有一个(如图1所示)的通信网络, 这是一个拥有单个信源和2个接收节点的网络, 假设每条链路都无时延和无差错。其中, s 是信源节点, y 和 z 是接收节点。图1(a)给出了每条边的信息速率均为1 bit/单位时间。由最大流最小割定理容易得出从信源 s 到接收节点 y 和 z 的最大流均为2。由此得到信源 s 可以同时发送2 bit信息给 y 和 z 。但是, 如果按如图1(b)传统路由方式, 在1个单位时间内将无法完成以上传输。图1(c)给出一种编码方案, 从图中可以看出, 为了从信源节点 s 同时传输2 bit信息 b_1, b_2 到接收节点, 则在中间节点

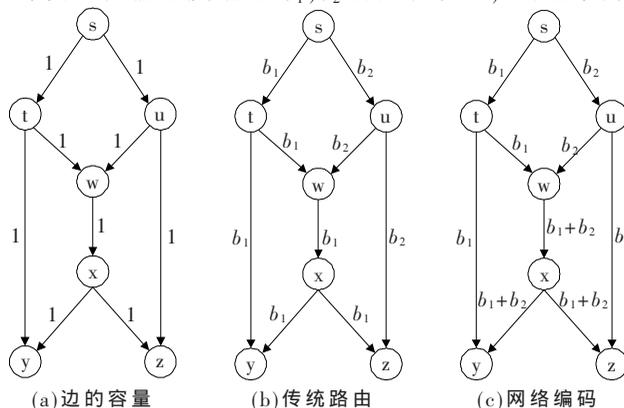


图1 经典网络编码原理图

点 w 处, 必须通过网络编码, 使输出边 (w, x) 传输 2 条输入边上所携带信息的线性组合 $b_1 + b_2$ (模 2 加), 那么在接收节点 y 和 z 处, 才可分别由 $b_1 + b_2$ 和 $b_1, b_1 + b_2$ 和 b_2 通过模 2 加恢复出所有的信息 b_1, b_2 。因此, 在这个简单的组播问题中, 中间节点 w 不再只进行简单的存储转发, 而是引入一定的操作, 从而可以在 1 个单位时间内把 2 bit 的信息传输给接收节点 y 和 z , 这就是网络编码的思想。

网络编码的定义: 网络中的节点对信息 bit 流进行一定的操作, 如模 2 “加”、“与”、“或”等, 而不是仅仅对其进行复制转发。

2 线性网络编码

通信网络 $G=(V, E)$ 上的线性码组播 (LCM) 是指给通信网络中的每个节点 $v \in V$ 分配向量空间 $\Omega'(v)$, 同时给每条边 $e \in E$ 分配全局编码向量 $Ve(e)$ 。其中:

- (1) $\Omega'(s) = \Omega$ 。
- (2) $Ve(e) \in \Omega'(v)$ 对每一个 $e=(v, v')$ 。
- (3) 对于网络中的任何非源节点集合 P :
 $\langle \{\Omega'(T) : T \in P\} \rangle = \langle Ve(e) : e=(v, v'), v \notin P, v' \in P \rangle$,
 $\langle \cdot \rangle$ 代表其中的向量张成的空间。
- (4) 对节点 T 输出边分配的编码向量是其输入边所分配的编码向量的线性组合。

LCMV 刻画了一种信息数据在网络中传播的结构。将信源节点 s 要传输的信息分成 h 维的向量组, 称作信息向量。在传输过程中, 一条边上承载的数据符号是信息向量和该边所分配的向量的向量积。

对于图中的通信网络, 网络编码的基域为 F , 可以如下给各条边分配全局编码向量:

$$Ve(s, t) = Ve(t, w) = Ve(t, y) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Ve(s, u) = Ve(u, w) = Ve(u, z) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Ve(w, x) = Ve(x, y) = Ve(x, z) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

信源 s 的信息向量为 (b_1, b_2) , 每条边上传输的信息符号为信息向量 (b_1, b_2) 和该边的编码列向量的向量积。

3 有环网络的网络编码

上面考虑的网络编码都是基于无环无时延的, 不具有一般性意义。

当信息流在有环网络传播的时候, 时延成为构造网络编码必须要考虑的问题。为了数学上的方便, 将环上节点处理的时延设为 1 个单位时延。这与卷积编码器有关, 卷积编码器由一系列移位寄存器和加法器构成, 即信息流通过有时延的节点相当于通过移位寄存器。

当网络图存在 1 个或多个环时, 假设每个节点都有单位时延, 把网络图看成是有限域网络卷积码的组合, 则移位寄存器的个数等同于图中边的数量。

把有环网络分为两部分: (1) 先将其看作是个无环无时延网络, 分配其编码向量; (2) 考虑每个节点的时延, 设当前时刻为 t , k 个单位时延的因子即为 $\sigma(t+k)$, 则求出的编码向量即为 $Ve(e) \cdot \sigma(t+k)$ 。

4 基于有环网络的代数构造算法

基于有环网络如代数构造算法如下:

(1) 引入系统转移矩阵来描述输入变量与输出变量之间的关系。设节点 v 是网络中的唯一信源, 用 $x=(X(v, 1), X(v, 2), \dots, X(v, \mu(v)))$ 来表示信源 v 的输出, 其中 $X(v, \mu(v))$ 是一个离散随机过程, $\mu(v)$ 表示信源的出度。置用 $z=(Z(v, 1), Z(v, 2), \dots, Z(v, \eta(v)))$ 来表示信宿节点 v 的输入。同理, $Z(v, \mu(v))$ 是一个离散随机过程, $\eta(v)$ 表示信源 v 的出度。则输入变量和输出变量之间的关系可以表示为: $z=xM$, 其中 M 称为系统转移矩阵。所以, 要想在信宿节点由接收到的消息向量 z 得到信源输入 x , 则必须要求系统转移矩阵 M 的行列式不为 0。

(2) 已知通信网络的信源输出矩阵 A , 信宿节点输入矩阵 B , 网络的邻接矩阵 F , 则系统转移矩阵 $M=A(I-F)^{-1}B^T$, 其中 I 是一个 $|E| \times |E|$ 的单位阵。

(3) 可以将系统转移矩阵 M 的每一个列向量作为每条边分配的编码向量。

(4) 以及将网络图简化, 可以把网络图可以分成几个子集, 使它们具有相同的特性: ① 每一个子集只含有 1 个信源节点或 1 个编码节点; ② 1 个既不是信源节点也不是编码节点的节点属于 1 个子集, 这个子集包含它最近的祖先编码节点或信源节点。“子树分解”把 1 个网络划分为不同的子图, 而属于同 1 个子图的所有节点流过的信息流都是相同的。对 1 个编码设计问题来说, 只需要知道怎样相连, 而 1 个子树里面的网络结构是什么样的却并不起什么作用。因此, 可以把每一个子图看成 1 个节点, 并保留连接子图的边。

(5) 通过一个环记为 1 个时延, 即信息流通过有时延的节点相当于通过移位寄存器。用一系列移位寄存器和加法器构成网络图, 并求出时延因子 σ , 每条分配的编码向量为 $Ve(e) \cdot \sigma$ 。

本文简要介绍了网络编码以及线性网络编码的基本原理, 提出了一种基于有环网络的改进代数构造算法, 有效地解决了网络中存在环路时的编码问题。网络编码技术方兴未艾, 研究前景十分广阔。

参考文献

- [1] LI S R, YEUNG R W. Linear network coding [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2003, 49(2):371-381.
- [2] KOETTER R, MEDARD M. Beyond routing: an algebraic approach to network coding [J]. IEEE Computer and Communications Societies, 2002, 1(1):122-130.
- [3] KOETTER R, MEDARD M. An algebraic approach to net-

- work coding [J]. IEEE Transactions on Networking, 2003,1 (11):782-795.
- [4] SANDERS P, EGNER S. Polynomial time algorithms for network information flow[M]. New York, USA: ACM, 2003.
- [5] JAGGI S, SANDERS P, CHOU P A, et al. Polynomial time algorithms for network code construction [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2005,51(6):831-836.
- [6] CHOU P A, WU Y, JAIN K. Practical network coding[C]. In 41st Annual Allerton Conference on Communication Control and Computing, 2003.

(收稿日期:2009-10-09)

作者简介:

胡平,男,1983年生,硕士研究生,主要研究方向:无线通信系统的信号处理和网络编码。

