

球解码及其一种改进算法

凌春红, 刘 陈

(南京邮电大学, 江苏 南京 210003)

摘要: MSD 算法给出了一种由符号检测错误概率决定的区间估计方法, 并将得出的区间与 SE 准则下的检测区间相结合, 寻求两者在调制信号星座图中的交集。仿真结果表明, 该改进算法在保证解码性能的基础上, 有效地降低了检测的复杂度。

关键词: 多输入多输出; 高斯分布; 球解码; 复杂度

中图分类号: TN929.4

文献标识码: A

Sphere decoder and a modified algorithm

LING Chun Hong, LIU Chen

(Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: Modified sphere decoder algorithm deduces a decoder district decided by symbol detection error rate, and elicits the intersection of the district and the other one deduced by SE criterion in QAM constellation. Simulation result has indicated that the modified algorithm has excellent performance as well as a lower complexity.

Key words: MIMO system; Gaussian distribution; sphere decoder; complexity

多输入多输出 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output), 在发射端, 各子信号同时发送到信道且占用同一频段, 实现多个数据子流同时间同频带地传输。与传统单输入单输出 (SISO) 系统相比, MIMO 系统能提供更大的信道容量。然而, 接收端接收到的信号在时间和频带上都是相互重叠的, 导致了 MIMO 信号检测的高复杂度问题。为得到较低误码率的解码效果, 接收端往往采用最大似然准则 (ML) 检测, 但该检测方案的计算量很大。目前, 球解码算法 (SD) 凭借其近似 ML 的检测性能和较低的复杂度而引起广泛的关注^[1-6]。然而, 当信噪比较低、收发天线数较多、调制星座图较大时, 球解码的平均复杂度仍然很高, 因此, 近来球解码的研究重心是如何进一步降低检测复杂度上。

本文介绍了一种球解码的改进算法。

1 无线 MIMO 系统模型

考虑一个发射天线数为 M 、接收天线数为 N 的 MIMO 系统, 该系统可描述如下:

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{H}_c \mathbf{x}_c + \mathbf{n}_c \quad (1)$$

式中, \mathbf{y}_c 是接收矢量; $\mathbf{H}_c = [h_{ij}]_{N \times M}$ 是复值信道矩阵, h_{ij} 代表从第 j 根发射天线到第 i 根接收天线的信道增益, 且

满足均值为 0、方差为 1 的独立同分布复高斯分布; \mathbf{x}_c 是发射符号矢量; \mathbf{n}_c 是均值为 0、方差为 σ_{nc}^2 的复白高斯噪声。若仅考虑 $N > M$ 时实数范围内的解码, 则式 (1) 可等效如下:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2)$$

$$\text{其中, } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\mathbf{y}_c\} \\ \text{Im}\{\mathbf{y}_c\} \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\mathbf{H}_c\} & -\text{Im}\{\mathbf{H}_c\} \\ \text{Im}\{\mathbf{H}_c\} & \text{Re}\{\mathbf{H}_c\} \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\mathbf{x}_c\} \\ \text{Im}\{\mathbf{x}_c\} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\mathbf{n}_c\} \\ \text{Im}\{\mathbf{n}_c\} \end{bmatrix}。$$

2 球解码算法

发送向量的空间经信道矩阵 \mathbf{H} 作用后生成格形空间: $\Lambda(\mathbf{H}) = \{\mathbf{H}\mathbf{x} : \mathbf{x} \in \Omega\}$, 发送符号 \mathbf{x} 可看作是格型点坐标, 若将接收点 \mathbf{y} 看作是受高斯噪声 \mathbf{n} 干扰的格型点, 则 MIMO 系统的 ML 检测可等效为在格型空间 $\Lambda(\mathbf{H})$ 中寻找一个离 \mathbf{y} 最近的格点 $\hat{\mathbf{x}}$, 由此可得 MIMO 系统的 ML 检测解:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\| \quad (3)$$

球检测法只在 1 个给定半径的球内检验其中的每 1

个格点,而不是对整个格型空间进行搜索。假使给定初始球搜索半径 C_0 ,则在以接收点 y 为球心、 C_0 为半径的球 $S(y, C_0)$ 内进行搜索,若球内不存在 $\Lambda(H)$ 中的格点,则放大球半径,在放大的球内继续搜索;反之,若找到了 1 个属于 $\Lambda(H)$ 的格点 Hx_1 ,则将球半径缩小为 $C = \|y - Hx_1\|$,继续在缩小后的球内进行下一轮迭代搜索。如此下去,直到找到使 $C = \|y - Hx\|$ 最小的格点为止,则该点即为所求的 ML 解,这就是球解码算法的基本思想。现将 SE(Schnor-Euchner) 准则下的球解码算法详细说明如下:

根据球解码的基本思想, $Hx \in S(y, C_0)$ 的条件可描述为:

$$\|y - Hx\|^2 < C_0^2 \quad (4)$$

对矩阵 H 进行 QR 分解,可得:

$$H = [Q_1, Q_2] \begin{bmatrix} R \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, Q_1 、 Q_2 分别为 $N \times M$ 和 $N \times (N-M)$ 的正交矩阵, R 为 $M \times M$ 的上三角矩阵, $\mathbf{0}$ 为 $(N-M) \times M$ 的零矩阵。将式(5)代入式(4)中,整理可得:

$$\| [Q_1, Q_2]^T y - \begin{bmatrix} R \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} x \|^2 \leq C_0^2 \quad (6)$$

$$\| Q_1^T y - Rx \|^2 \leq C_0^2 - \| Q_2^T y \|^2 \quad (7)$$

令 $y' = Q_1^T y$, $C^2 = C_0^2 - \| Q_2^T y \|^2$, 则有

$$\| y' - Rx \|^2 \leq C^2 \quad (8)$$

借助 R 的上三角特性,可将上式展开如下

$$\sum_{j=i}^M |y'_j - \sum_{l=j}^M r_{j,l} x_l|^2 \leq C^2, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (9)$$

假设只考虑不等式左边的第 $j=M$ 这一项,可得

$$|y'_M - r_{MM} x_M|^2 \leq C^2 \quad (10)$$

$$\left[\frac{1}{r_{MM}} (y'_M - C) \right] \leq x_M \leq \left[\frac{1}{r_{MM}} (y'_M + C) \right] \quad (11)$$

按照这种方法可从 M 回推到 1,若用 $x_i^M = (x_i, x_{i+1}, \dots, x_M)^T$ 表示 x 的最后 $M-i+1$ 个分量,当给定 x_{i+1}^M 时, x_i 可在整数范围 $J_i = [L_i, U_i]$ 内取值。其中, $L_i = f_i - c_i$, $U_i = f_i + c_i$, $f_i =$

$$\frac{1}{r_{ii}} (y'_i - \sum_{j=i+1}^M r_{i,j} x_j), c_i = \frac{1}{r_{ii}} \sqrt{C^2 - \sum_{j=i+1}^M |y'_j - \sum_{l=j}^M r_{j,l} x_l|^2}$$

SE 准则从距离上、下界的中间值最近的元素开始,对候选符号集里的元素进行升序排序。检测时,每选定第 i 维候选符号集内的 1 个元素,就能确定第 $i-1$ 维分量的候选符号集,若得到的候选符号集为空,则返回上一维,选取候选符号集内的下一个元素;若不为空,则继续寻找下一维的候选符号集,直到第 1 维分量的候选

符号集被确定,得到 \hat{x} ,同时缩小球半径,继续在缩小后的球内搜索新的解码向量,直到球内所有的向量被检测完毕。

3 一种球解码改进算法

球检测算法虽然能得到近似 ML 的检测效果,但其计算量仍然较大。因此,希望在保证检测性能的基础上进一步降低复杂度。目前,人们以球检测法为基础,提出了一些解码性能接近 ML 但计算量大大减小的改进算法。

由上节描述可知,球解码通过放松不等式的约束来确定各维的估计区间,从而实现递归检测,这势必会造成估计区间 $[L_i, U_i]$ 的放大和 J_i 中元素的增多。为了改善这种由约束放松产生的不利影响,本文给出了一种新的区间估算方法。

对于 $K=2^k$ 且 k 为偶数的矩形信号星座,若 QAM 信号星座等效为在 2 个正交载波上的 PAM 信号, K 元 QAM 调制就转化为 \sqrt{K} 元 PAM 调制。而 \sqrt{K} 元 PAM 的符号错误概率即可表示为^[7]:

$$P = \frac{2(\sqrt{K}-1)}{\sqrt{K}} Q \left[\frac{6\varepsilon_w}{(K-1)N_0} \right] \quad (12)$$

其中, ε_w/N_0 是平均符号信噪比, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$, ($x \geq 0$)。

将式(5)代入式(2),可得

$$y = [Q_1, Q_2] \begin{bmatrix} R \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} x + n \quad (13)$$

$$Q_1^T y = Rx + Q_1^T n \quad (14)$$

令 $y' = Q_1^T y$, $n' = Q_1^T n$, 得

$$y' = Rx + n' \quad (15)$$

由于 Q_1 的列相互正交,所以 n' 和 n 的方差皆为 $\sigma^2 = \sigma_{nc}^2/2$ 。将式(15)按第 i 维展开,得:

$$y'_i = r_{i,i} x_i + \sum_{j=i+1}^M r_{i,j} x_j + n'_i \quad (16)$$

令 $n''_i = n'_i / r_{i,i}$, $f_i = (y'_i - \sum_{j=i+1}^M r_{i,j} x_j) / r_{i,i}$, 则式(16)可化为:

$$f_i = x_i + n''_i \quad (17)$$

可见, $f_i - x_i$ 服从均值为 0、方差为 σ^2 / r_{ii}^2 的高斯分布。

现将 PAM 的符号错误概率应用到第 i 维,为保证对 x_i 进行检测的正确概率大于 $1-P(i)$,以 f_i 为中心的检测半径 c'_i 应满足

$$\int_{-c'_i}^{c'_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\sigma/r_{ii})} \exp[-u^2 / (\sigma/r_{ii})^2] du \geq 1 - P(i) \quad (18)$$

整理可得:

$$2Q(c'_i(r_{ii}/\sigma)) \leq P(i) \quad (19)$$

利用 $Q(\cdot)$ 函数的递减特性,有

$$c'_i \geq (\sigma/r_{ii})Q^{-1}\left(\frac{1}{2}P(i)\right) \quad (20)$$

从而可得分量 x_i 的检测区间为 $[L'_i, U'_i]$ 。其中, $L'_i = f_i - c'_i, U'_i = f_i + c'_i$ 。

将 $[L'_i, U'_i]$ 用于 SE 准则下球解码算法的每一维解码分量,即可构建一种新的球检测算法。首先为保证有解,由 SE 准则得到第 1 个检测结果,然后从第 2 轮检测开始, x_i 的候选符号集 J_i 选取为 $[L_i, U_i]$ 与 $[L'_i, U'_i]$ 在 Ω 中的交集 $[LL_i, UU_i]$,这样就能对每一维分量的检测区间进行有效控制。现以第 i 维分量为例,说明如何确定区间 $[LL_i, UU_i]$ 。设 y_i 为接收信号分量, c_i 为按 SE 准则更新后的搜索半径, c'_i 为由上述区间估计确定的搜索半径, ω 为调制星座图中的任意符号。若 $c_i < c'_i$, 则 $up = y_i + c_i$, $down = y_i - c_i$; 否则, $up = y_i + c'_i$, $down = y_i - c'_i$ 。若 $up < \min(\omega)$, 则 $LL(i) = UU(i) = \min(\omega)$; 若 $down < \min(\omega)$, $\min(\omega) \leq up \leq \max(\omega)$, 则 $LL(i) = \min(\omega)$, $UU(i) = up$; 若 $down > \min(\omega)$, $up < \max(\omega)$, 则 $LL(i) = down$, $UU(i) = up$; 若 $\min(\omega) \leq down \leq \max(\omega)$, $up > \max(\omega)$, 则 $LL(i) = down$, $UU(i) = \max(\omega)$; 若 $down > \max(\omega)$, 则 $LL(i) = UU(i) = \max(\omega)$ 。

4 仿真结果及分析

在仿真试验中,采用 8×12 未编码系统,调制星座分别采用了 16QAM 和 64QAM,平均符号能量分别为 10 和 42,每个仿真结果均为运行 5 000 次结果的平均。仿真结果分别如图 1, 2, 3, 4 所示。

实验表明,MSD 与 SD 相比,在高信噪比处,性能略有下降,但复杂度有很明显的改善,星座图越大,计算量下降越明显;在低信噪比处,计算量下降达一个数量级,证明了该改进方法的有效性。

本文提出一种新的区间估算方法,并将其与 SE 准则下的球检测法相结合,实现对球解码的改进。仿真结果表明,该改进算法相对于 SE 准则下的球检测法误码性能下降很少,计算量却显著下降。

参考文献

- [1] AGRELL E, ERIKSSON T, VARDY A, et al. Closest point search in lattices[J]. IEEE Transaction on information Theory, 2002(48):2201-2214.
- [2] DAMEN M O, CHKEIF A, BELFORE J C. Lattice codes

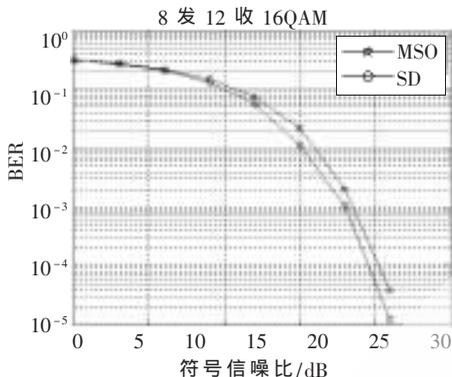


图 1 16QAM 中 SD 和 MSD 在不同信噪比下的性能曲线

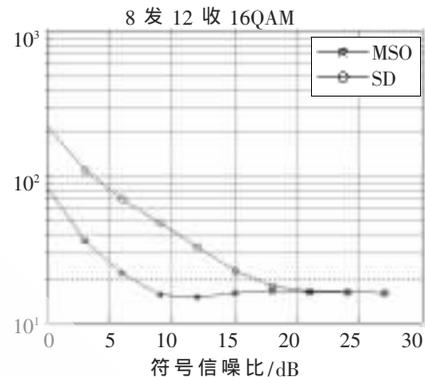


图 2 16QAM 中 SD 和 MSD 在不同信噪比下的复杂度曲线

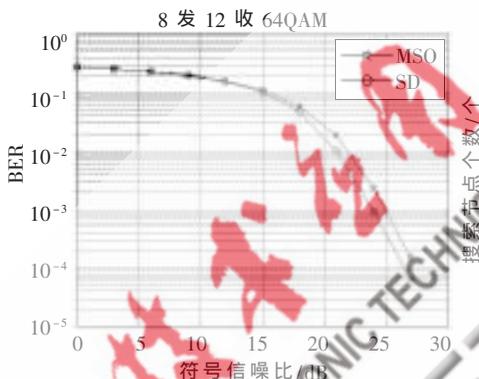


图 3 64QAM 中 SD 和 MSD 在不同信噪比下的性能曲线

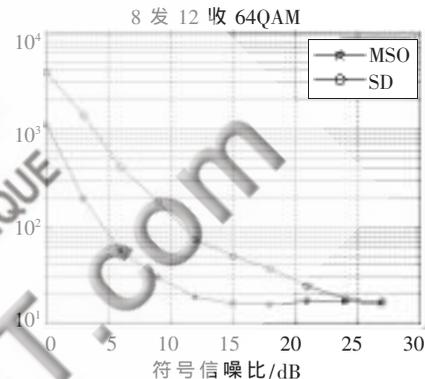


图 4 64QAM 中 SD 和 MSD 在不同信噪比下的复杂度曲线

decoder for space-time codes[J]. IEEE Communication Letters, 2000(4):161-163.

- [3] VITERBO E, BOUTROS J. A universal lattice code decoder for fading channel [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1999(45):1639-1642.
- [4] HOCHWALD B, BRINK S T. Achieving near-capacity on a multiple antenna channel [J]. IEEE Transaction on Communications, 2003(51):389-399.
- [5] DAMEN M O, GAMAL H E, CAIRE G. On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2003(49): 2389-2402.
- [6] ALBERT M C, INKYU L. A new reduced-complexity sphere decoder for multiple antenna systems[C]. IEEE Inter. Conf. Commun., 2002(1):460-464.
- [7] 普罗金斯. 数字通信(第四版)[M]. 张力军, 张宗橙, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2003.

(收稿日期: 2009-09-08)

作者简介:

凌春红,女,1983年生,硕士研究生,主要研究方向:无线 MIMO 系统的信号检测。

刘陈,男,1965年生,教授,主要研究方向:电路与网络理论,通信信号处理。