

基于最小二乘支持向量机的模糊图像恢复

王宇, 邹强

(中国民航飞行学院 航空工程学院, 四川 广汉 618307)

摘要: 针对模糊图像恢复问题, 提出了一种基于最小二乘支持向量机的模糊图像恢复算法。该方法利用最小二乘支持向量机的非线性映射能力, 通过训练样本对的学习训练, 在模糊图像与清晰图像之间建立映射关系对测试样本进行恢复。实际图像恢复实验表明, 得到的恢复图像在视觉上和定量分析上都获得了比较好的效果。与神经网络方法相比, 最小二乘支持向量机克服了神经网络的模型选择与过学习问题、局部极小问题等。

关键词: 图像恢复; 最小二乘支持向量机; 非线性映射

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

A blurred image restoration method based on LS-SVM

WANG Yu, ZOU Qiang

(Aviation Engineering Institute, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618307, China)

Abstract: A new blurred image restoration method was presented and investigated based on least squares support vector machine (LS-SVM). The mapping relationship between degenerated image and clear image was established by training support vector machine. Experimental results show that this method has a satisfying restoration effect both in visual impression and quantitative analysis. Compared with neural network, the LS-SVM has prominent advantages in selecting model, overcoming over-fitting and local minimum, etc.

Key words: image restoration; least squares support vector machine; nonlinear mapping

在各类图像系统中, 由于图像的传送和转换, 总会造成图像的降质, 例如成像、复制、扫描、传输及显示等。而在众多的应用领域中, 又需要清晰的、高质量的图像, 因此, 图像的恢复问题具有非常重要的意义^[1]。在传统的图像恢复方法中最具代表性的是各种滤波法, 例如逆滤波法、维纳滤波法、卡尔曼滤波法以及伪逆法和最大熵法^[2-3], 但它们或要求一定的正约束条件, 或要求恢复过程满足广义平稳过程假设, 而且面临一个高维非线性方程组的巨大计算量, 使这些方法的实际应用受到限制。

本文针对模糊图像恢复问题, 提出了一种基于最小二乘支持向量机 LS-SVM (Least Squares Support Vector Machine) 的模糊图像恢复方法。该方法利用最小二乘支持向量机在模糊图像与清晰图像之间建立映射关系, 从而实现了模糊图像的恢复。它继承了神经网络并行计算的优点, 通过解一组线性方程得到全局唯一最优解, 克服了神经网络的模型选择与过学习问题、局部极小问题等。实际图像恢复实验证明了本文所提出方法的有效性。

1 基于最小二乘支持向量机的图像恢复

1.1 图像恢复原理

设物 $f(x, y)$ 经过光学系统得到图像 $g(x, y)$, 其模糊模型为:

$$g(x, y) = f(x, y) \times h(x, y) + n(x, y) \quad (1)$$

其中 $f(x, y)$ 、 $g(x, y)$ 、 $n(x, y)$ 分别为原始清晰图像、模糊图像和加性噪声, $h(x, y)$ 是成像系统的点扩展函数 PSF (Point Spread Function)。图像恢复是根据上面的模糊模型, 从给定的模糊图像 $g(x, y)$ 得到恢复图像 $\hat{f}(x, y)$ 的反向处理过程。

基于最小二乘支持向量机图像恢复主要运用了大量的模糊图像 $g(x, y)$ 与原始图像 $f(x, y)$ 样本进行学习训练, 将模糊图像 $g(x, y)$ 作为回归模型的输入图像, 原始图像 $f(x, y)$ 作为回归模型的目标图像, 建立输入图像与目标图像的非线性映射关系 $\Phi(\cdot)$, 使

$$f(x, y) = \Phi(g(x, y)) \quad (2)$$

然后再用训练后的回归模型对实际模糊图像进行恢复。映射关系 $\Phi(\cdot)$ 的建立不需要知道图像模糊的具体模型, 只需

图形、图像与多媒体

Image Processing and Multimedia Technology

通过学习训练实现。特别需要注意的是,用于学习训练的模糊图像和待恢复的模糊图像是在同一种情况下产生的,即它们的点扩展函数 $h(x, y)$ 与加性噪声 $n(x, y)$ 相同。

1.2 非线性映射关系建立

建立非线性映射关系 $\Phi(\cdot)$ 现在主要有 2 种方法:邻域对邻域方法和邻域对像素方法。

“邻域对邻域方法”认为目标图像中每一个邻域(例如 3×3 邻域)像素值只与输入图像相应邻域像素值有关。以 128×128 像素的图像为例,将输入和目标图像分割成 $(\text{floor}(128/3))^2 = 42^2 = 1764$ 个 3×3 像素的邻域, $\text{floor}(\cdot)$ 为向下取整运算,即对输入和目标图像建立 1764 个 3×3 像素对 3×3 像素的映射。将邻域像素按行或列的顺序排列就形成了 9 维输入对 9 维输出的非线性映射,训练数据对为 1764。

“邻域对像素方法”认为目标图像中每一个像素值只与输入图像相应邻域(例如 3×3 邻域)像素值有关。以 128×128 像素的图像为例,对输入图像以 3×3 像素的邻域按行或列的顺序逐点滑动,得到 $(128-3+1)^2 = 126^2 = 15876$ 个 3×3 像素的邻域,并以这些邻域中心为采样点对目标图像进行采样得到 15876 个像素值,即对输入和目标图像建立 15876 个 3×3 像素对 1 个像素的映射。将邻域像素按行或列的顺序排列就形成了 9 维输入对 1 维输出的非线性映射,训练数据对为 15876。

本文采用“邻域对像素方法”建立非线性映射关系 $\Phi(\cdot)$ 。这是因为一方面,直观上“邻域对像素方法”的建模过程更符合图像模糊的物理过程;另一方面,当邻域大小为 3×3 像素时,“邻域对像素方法”组建的输出节点数是“邻域对邻域方法”的 $1/9$,而前者得到的训练数据对数约为后者的 9 倍,以较多的训练数据训练相对简单的非线性映射自然可以得到比较好的结果。

1.3 最小二乘支持向量机

这里利用最小二乘支持向量机建立 15876 个 9 维输入对 1 维输出。与经典的支持向量机 SVM (Support Vector Machine) 方法相比,LS-SVM 用等式约束代替不等式约束,求解过程变成了解一组线性方程组,避免了求解耗时的二次规划优化。

首先考虑 n 个训练样本的线性回归问题,设训练数据集 $(x_i, y_i), i=1, \dots, n, x_i \in R^9$ 是第 i 个样本的输入模式, $y_i \in R$ 对应于第 i 个样本的期望输出。线性回归函数为:

$$y(x) = w^T x + b \quad (3)$$

根据结构风险最小化准则,综合考虑正则化项和拟合误差的平方和,将回归问题转化为下面有约束的二次优化问题,它存在唯一最优解:

$$\min J(w, \xi) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \quad (4)$$

约束条件为:

$$y_i = w^T x_i + b + \xi_i \quad i=1, \dots, n \quad (5)$$

其中 $\gamma > 0$ 为可调参数,它控制对超出误差样本的惩罚

的程度,实现在训练误差和模型复杂度之间的折衷。与标准 SVM 不同,这里只有等式约束,且优化目标的损失函数是误差的二范数。引入 Lagrange 函数,把有约束优化问题转化成无约束优化问题,

$$L(w, b, \xi, a) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^n \xi_i^2 - \sum_{i=1}^n a_i (w^T x_i + b + \xi_i - y_i) \quad (6)$$

其中 $a_i \geq 0, i=1, \dots, n$ 为 Lagrange 乘子。根据 KKT 最优条件^[6],把式(6)分别对 w, b, ξ_i 和 a_i 求偏微分并令它们等于 0,得到

$$\begin{cases} w = \sum_{i=1}^n a_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i = 0 \\ a_i = \gamma \xi_i \\ w^T x_i + b + \xi_i - y_i = 0 \end{cases} \quad (7)$$

上式对于 $i=1, \dots, n$ 消去 w 和 ξ_i ,得到如下方程组:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & x_1^T x_1 + 1/\gamma & \dots & x_1^T x_n + 1/\gamma \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n^T x_1 + 1/\gamma & \dots & x_n^T x_n + 1/\gamma \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

解上式得到 LS-SVM 线性回归模型:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i (x_i^T x) + b \quad (9)$$

由(8)式可以看出,求解 LS-SVM 线性回归模型的过程只涉及到训练样本之间的内积运算 $(x_i^T x_j)$,因此在样本维数增加很多的情况下,求解过程并没有增加多少复杂度,成功解决了维数灾难问题。对于 LS-SVM 非线性回归,通常用一个由低维空间到高维空间(Hilbert 空间)的非线性映射 $\varphi(\cdot): R^m \rightarrow R^m$,把低维空间的非线性回归转化为高维空间的线性回归,并定义高维空间的内积运算为:

$$K(x_i, x_j) = (\varphi(x_i)^T \varphi(x_j)) \quad (10)$$

因此,将式(8)中的内积运算 $(x_i^T x_j)$ 替换成 $K(x_i, x_j)$ 再求解,就可以得到 LS-SVM 非线性回归模型:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i K(x_i, x) + b \quad (11)$$

其中高维空间的内积运算 $K(x_i, x_j)$ 称为核函数,它可以是满足 Mercer 条件的任意对称函数^[7],本文采用常用的径向基核函数

$$K(x_i, x_j) = \exp\left\{-\frac{|x_i - x_j|^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (12)$$

另外,由式(8)~(12)可以看出,LS-SVM 的求解过程还涉及到可调参数 γ 和径向基核参数 σ 的确定,通常采用交叉验证法(Cross-Validation)来最优选择。在后面的仿真实验中可调参数 $\gamma = 1.0 \times 10^4$,径向基核参数 $\sigma = 2$ 。

2 图像恢复实验

用于训练与测试的原始图像是 2 幅典型的 128×128 像素 256 个灰度电平的黑白图像,如图 1 所示。以方差

《微型机与应用》2009 年第 24 期

图形、图像与多媒体

Image Processing and Multimedia Technology

为 2 的高斯函数在频域上对 2 幅图像进行模糊, 高斯函数形式如下:

$$h(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (13)$$

得到相对应的模糊图像, 如图 2 所示。



图 1 原始图像



图 2 模糊图像

在求解 LS-SVM 模型之前, 采用下面的公式对图像数据进行归一化与反归一化

$$X'=2X/225-1 \quad (14)$$

$$Y=255(Y'+1)/2 \quad (15)$$

这里 X, Y 为原始灰度图像, X', Y' 为归一化的灰度图像。这样 LS-SVM 模型的输入与输出分量的取值范围为 $[-1, 1]$ 。

为量化和比较图像恢复算法的性能, 必须建立一个评价图像恢复效果的指标, 常用的指标有均方差 (MSE) 和平均绝对差 (MAE)。MSE 和 MAE 表征了恢复图像对于原始图像的逼真程度, 没有表明恢复图像对于模糊图像的改善程度, 而这一点对于图像恢复算法的评价是非常重要的。因此这里采用改善信噪比 ΔSNR 评价标准, 其定义为:

$$\Delta SNR=10 \times \log_{10} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (f(i,j)-g(i,j))^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (f(i,j)-\hat{f}(i,j))^2} \quad (16)$$

式中 $f(i,j), \hat{f}(i,j), g(i,j)$ 分别为原始图像、恢复图像和模糊图像, $N=128$ 。可以看到, 如果 $\Delta SNR > 0$, 表明与模糊图像相比恢复图像更逼近于原始图像, 且越大, 表明相对于模糊图像恢复的改善程度越大, 算法的图像恢复能力越强。如果 $\Delta SNR < 0$, 表明恢复图像相对于模糊图像更加远离目标, 算法不能使模糊得到改善。

采用“邻域对像素方法”建立网络输入与输出关系, 邻域大小为 3×3 像素。用模糊图像 $lena_blur$ 和原始图像 $lena$ 建立最小二乘支持向量机模型, 然后将模糊图像《微型机与应用》2009 年第 24 期

$woman_blur$ 输入训练好的模型得到恢复图像 $woman_res_svm$, 如图 3(a) 所示。为了便于比较, 这里还用 RBF 神经网络建立上述回归模型, 对模糊图像 $woman_blur$ 进行恢复, 得到恢复图像 $woman_res_rbf$, 如图 3(b) 所示。



图 3 恢复图像

从视觉上看, $woman_res_svm$ 的清晰度要略高于 $woman_res_rbf$, 通过定量分析, 前者的改善信噪比 $\Delta SNR=10.0245$, 后者 $\Delta SNR=9.9261$ 。与 RBF 神经网络方法相比, 最小二乘支持向量机算法克服了神经网络的模型选择与过学习问题、局部极小问题等, 很好地实现了在最小化训练误差和提高模型泛化能力之间的折衷。

研究表明, 本文提出的基于最小二乘支持向量机的模糊图像恢复方法是行之有效的。该方法利用最小二乘支持向量机的非线性映射能力, 在模糊图像与原始清晰图像之间建立映射关系, 从而实现对模糊图像的恢复。实际图像恢复实验表明, 得到的恢复图像在视觉上和定量分析上都获得了比较好的效果, 结果略好于传统的基于 RBF 神经网络的图像恢复。

参考文献

- [1] 柏森, 张邦礼, 曹长修. 神经网络图图像恢复方法的研究进展[J]. 中国图像图形学报: A 版, 2002, 7(11): 11.
- [2] OZKAM M K, ERDEM A T, SEZAN M I. Efficient multiframe Wiener restoration of blurred and noisy image sequences [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1(4): 453-478.
- [3] WU W, KUNDU A. Image estimation using fast modified reduced update Kalman filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(4): 915-926.
- [4] CITRIN S, AZIMI-SADJADI M R. A full-plane block Kalman filter for image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1(4): 488-495.
- [5] KOCH S, KAUFMAN H, BIEMOND J. Restoration of spatially varying blurred images using multiple model-based extended Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1995, 4(4): 520-523.
- [6] BERTSEKAS D P. Nonlinear programming [M]. Belmont: Athena Scientific, 1995.
- [7] VAPNIK V N. The nature of statistical learning theory [M]. New-York: Springer-Verlag, 1999.

(收稿日期: 2009-05-25)

欢迎网上投稿 www.pcachina.com 55