

# 基于多用户检测的 ICA 算法

林炆炆, 李国刚

(华侨大学 信息学院, 福建 厦门 361008)

**摘要:** 讨论了通信系统中常用的 ICA 算法, 并用性能指数对算法的性能进行了评估。独立分量信号用亚高斯信号、超高斯信号描述, 将若干个独立分量信号进行线性混合以此来模拟通信系统中的信号。实验结果显示 JADE-ICA 的算法性能指数最低, 性能最好, 是通信系统较好的选择。

**关键词:** 独立分量分析; 盲信号; 性能参数

中图分类号: TN912

文献标识码: A

## ICA algorithm based on multi-user detection

LING Yang Yang, LI Guo Gang

(Information Institute of HuaQiao University, Xiamen 361008, China)

**Abstract:** This paper evaluates the performance of some major ICA algorithms, separation performance of ICA algorithms measure by performance index. Independent signals representing sub-Gaussian, gaussian and mix users are generated and then mixed linearly to simulate communication signals. The result of experiment show that the PI of JADE-ICA is the smallest and has best performance and is a better choice for communication system.

**Key words:** independent component analysis; blind signal; performance index

通信系统的主要目标是: 在多个用户同时共享多个相同资源时, 系统仍可稳定地工作。随着用户数目的增加, 提高共有资源效率是十分必要的。比起传统的 FDMA 和 TDMA, 基于 CDMA 技术的通信系统有着更良好的性能。CDMA 通信系统的容量更大, 但随着同时在线的用户增多, 性能逐渐衰减。因此, CDMA 系统要求有更优秀的信号处理方法<sup>[1]</sup>, 以此来解决接收 CDMA 信号时所碰到的问题(如多径传输、信道衰弱、时间延迟、多种类型的干扰等)。

在直序列码分多址的蜂窝通信系统中存在着多种干扰, 多址干扰是 3G 通信系统中主要的干扰之一。传统检测器在多用户情况下将 MAI 当做噪声处理<sup>[2]</sup>, 不能利用其中的多用户信息, 所以性能变得非常差。ICA 在系统中的作用是将干扰信号分离出来, 给下一步探测提供近乎无干扰信号。直序列扩频通信系统本身有降低干扰的特点, 但是在强干扰及对连接稳定要求更高的情况下, 就需要采取新的降低干扰的方法。对直序列扩频通信天线阵列系统中插入干扰信号的盲信号来说, ICA 是很好的预处理工具, 并为传统探测提供弱干扰信号。

自 Jutten 与 Herault 提出了解决线性混合盲信号的第一个方法<sup>[3]</sup>以后, 许多研究人员提出各种不同的盲源分离方法, 有神经网络、人工学习、高阶统计、最小互信息、自适应噪声消除等, 每一种均取得不同程度的成功。

本文评估了一些主要 ICA 算法, 如信息最大化算法、联合近似对角特征矩阵、固定点算法、Pearson-ICA 及共空间算法等盲信号分离方法的性能。通过性能参数对各种算法的准确度<sup>[4]</sup>进行评价。

### 1 DS-CDMA 的信号模型

DS-CDMA 系统的接收信号模型可用下面公式表示:

$$y(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=1}^K b_{km} a_{km} s_k(t-mT) + n(t) \quad (1)$$

式(1)中  $b_{km}$  表示第  $k$  个用户的第  $m$  个符号,  $a_{km}$  表示第  $m$  个符号的衰减因子, 每个符号的衰减因子可能不一样。 $M$  是每个用户的符号数,  $K$  是用户数,  $n(t)$  是零均值及单位方差加性高斯白噪声。片段序列的长度为:  $C = T/T_c$ ,  $T_c$  为单位片段的时间长度, 一般设置  $T_c = 1$ 。因为片段序列  $s_k(\cdot)$  是连续定义的, 不仅包括二进制片段  $s_k(i)$ ,

# 技术与方法 Technique and Method

还有片段波形  $p(t)$ 。片段序列准确的描述为:

$$s_k(t) = \sum_{i=0}^{C-1} s_k[i]P(t-iT_c) \quad (2)$$

其中  $p(t)$  取自  $[0, T_c]$  这段时间。

## 2 独立分量分析 ICA

ICA 是一种统计信号处理技术<sup>[5]</sup>。ICA 的基本原理是用基础函数来描述一组随机变量,这些变量成分尽可能统计独立。ICA 的简单描述是:有一组观测随机变量  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , 它们是由一组原始统计独立的分量  $s_1, s_2, \dots, s_n$  经线性混合而成的。将所有观测变量  $x_i (i=1, 2, \dots, m)$  作为 1 个观测向量,表示为:  $X=(x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ , 而所有原始统计独立分量作为 1 个原始信号向量,表示为:  $S=(s_1, s_2, \dots, s_n)^T$ ;  $X$  与  $S$  的关系即混合模型可以描述为:

$$X=AS \quad (3)$$

其中  $A$  为  $m \times n$  的满秩混合矩阵,是未知的。 $S$  的分量除了统计独立外,另一个条件是  $s_i$  至多只能有 1 个是高斯分布,否则不适合 ICA 算法。 $A, S$  都是未知、不可观察的。

解混合模型可以描述如下:

$$Y=WX \quad (4)$$

矩阵  $Y$  的行向量为独立分量(ICs)。 $W$  是解矩阵,通常 ICA 目标是在无监督学习的情况下找到一解矩阵  $W$ 。ICA 模型框图如图 1 所示。

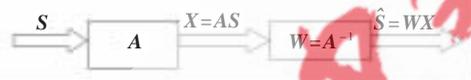


图 1 ICA 模型框图

理想情况下,  $W$  是  $A$  的逆矩阵,即  $Y=WX=A^{-1}AS=S$ ; 但实际应用中,一般情况是  $W \approx A^{-1}$ , 所以把  $Y$  的行向量称为独立分量,是对原始独立分量矩阵的近似估计。另外,有一种监督学习的 ICA 算法,ICA 算法一般基于某种准则,将  $Y$  的行向量之间独立程度最大化。

应用盲信号分离的 ICA 算法时,必须先满足以下条件:

- (1)  $S$  的各分量统计独立。
- (2) 观测量的个数必须不小于独立分量个数,即  $m > n$ 。
- (3)  $S$  的分量最多只有 1 个是高斯分布。
- (4)  $X$  里面的加性噪声可以忽略。

ICA 算法主要有 2 类:(1)计算一组基于高阶累积量的对比函数的最大或最小值,该算法需要非常复杂的矩阵或张量操作。(2)基于随机梯度的自适应算法,该方法的问题在于收敛速度慢。

### 2.1 FastICA

FastICA 最早由 Hyvarient 提出<sup>[6]</sup>,采用峭度衡量分量的非高斯性,以收缩的方式更新解矩阵  $W$  并 1 次找出 1 个独立分量,收缩方法的更新规则:

$$w_{k+1}^* = C^{-1} E\{xg(w_k^T x)\} - E\{g'(w_k^T x)\} w_k \quad (5)$$

$$w_{k+1} = w_{k+1}^* / \sqrt{(w_{k+1}^*)^T C w_{k+1}^*} \quad (6)$$

$w_k^T X$  中  $g$  是非二次目标函数,  $g'$  是其导数,  $C$  是混合

矩阵  $X$  的协方差矩阵,  $w_k^T X$  对应原始独立分量信号的近似估计。

### 2.2 改进型 FastICA

FastICA 特点是计算量大、耗时间。改进型 FastICA 通过引入雅克比行列式来降低计算量,改进型 FastICA 的计算过程如下:

- (1) 初始化解向量  $w$ 。
- (2)  $w_{k+1} = w_k - F(w_k) / J(w_k)$ 。

其中:  $F(w_k) = E\{xg(w_k^T x)\} - \beta w_k$ ,  $J(w_k) = E\{xx^T g'(w_k^T x)\} - \beta I$ 。

- (3)  $w_{k+1} = w_{k+1} / \|w_{k+1}\|$ 。
- (4) 如果不收敛,则回到(2)式。

在上面的计算过程中,由于  $J(w_k)$  在每一轮的迭代过程中,只需计算 1 次,因此总的计算量比原来的 FastICA 减少很多。

### 2.3 联合相似对角特征矩阵(JADE)算法

联合相似对角特征矩阵由 Cardoso 最早提出,该算法基于联合对角累积矩阵。JADE 算法可以应用在实数据的信号处理,如移动通信数据、雷达数据及生物信号。只需少量观测数据, JADE 算法即可有效地分离信号分量。

JADE 算法的计算可以总结如下:

- (1) 初始化。估计白化矩阵  $W$  并设置  $Z=WX$ 。  $R_x$  为协方差矩阵,  $R_x = E\{XX^T\}$ ,  $E$  为数学期望函数;有  $W=HD^{-1/2}H^T$ , 其中  $D$  为特征值构成的对角矩阵,  $H$  为特征值对应的特征向量,  $W$  即为白化矩阵。
- (2) Form 统计。给定一个  $n \times 1$  的随机列向量  $z$  与  $n \times n$  的矩阵  $M$ , 估计由最大值组成的累积矩阵  $Q_z(M)$ , 其中  $tr$  是跟踪矩阵;

$$Q_z(M) = E\{(z^T M z) z z^T\} - R \text{tr}(MR_x) - R M_x - R M^T R_x$$

- (3) 最优化正交对比函数。找出旋转矩阵  $U$ , 累积矩阵尽可能对角化。
- (4) 分离矩阵。估计混合矩阵  $A=UW^{-1}$  及源信号分量矩阵  $V=U^{-1}X$ ;

JADE 算法通过 2 阶与 4 阶累积量对盲信号进行分离,为减少计算量,仅将从白化处理结果中得到的  $n$  个最重要的 4 阶累积量特征进行联合对角化。

2.4 Bell 与 Sejnowski's 算法

Bell 与 Sejnowski 提出基于单向前馈神经网络的熵最大化无监督学习方法(信息最大化算法),其主要思想是最大化单个神经元输出的联合信息熵,即最小化输出分量间的互信息。神经网络中各单元的输出记为  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , 联合信息熵为:

$$H(y_1, \dots, y_n) = H(y_1) + \dots + H(y_n) - I(y_1, \dots, y_n) \quad (7)$$

如果神经网络的非线性传输函数与输入的概率密

## 技术与方法 Technique and Method

度函数匹配,那么联合信息熵最大,即输出分量间互信息最小,假设神经网络的输出信号是独立的,单层前馈神经网络执行分离的学习规则为:

$$\Delta W \propto [W^T]^{-1} + (1-2y)x^T \quad (8)$$

$$\Delta w_0 \propto 1-2y \quad (9)$$

其中  $y=f(u)$ ,  $u=Wx+w_0$ ,  $f(u)$  为正弦对比函数;一般取  $f(u)=1+e^{-(u^{-1})}$ , 或  $f(u)=\tanh(u)$ ,  $W$  为解矩阵,  $w_0$  为解向量。

## 3 算法性能评估

在通信系统中,随着用户数目的增加,提高通信资源利用率成了十分紧迫的任务。ICA 是一个很好预处理工具,较好完成了对直序列扩频通信系统天线阵列中干扰信号的盲抑制。ICA 的作用就是为传统检测提供近似无干扰信号。随着系统用户数的增加,衡量 ICA 算法的性能,并从中选择较优 ICA 算法成为重要的任务。

用性能指数  $PI$  来衡量解混合矩阵的高价统计性能。设系统矩阵  $P=WA$ ,  $PI$  的计算公式为:

$$PI = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \sum_{j=1}^n \frac{|p_{ik}|^2}{\max_j |p_{ij}|^2} - 1 \right) + \left( \sum_{k=1}^n \frac{|g_{ki}|^2}{\max_j |p_{ji}|^2} - 1 \right) \right\} \quad (10)$$

其中  $p_{ij}$  是系统矩阵的元素,  $\max_j |p_{ij}|$  代表  $P$  的第  $i$  行向量中最大的元素,  $\max_j |p_{ji}|$  则代表  $P$  的第  $i$  列向量中最大的元素。理想分离情况下,  $PI$  的值为 0。

本文用 Matlab 进行仿真,随机产生数据模拟通信系统用户数据。将数据线性混合,近似实际通信系统中混合的多用户数据。第 1 次的仿真数据类型均为亚高斯型、第 2 次为超高斯型、第 3 次数据包含了 1 个高斯性用户数据和亚高斯型、超高斯。仿真结果分别如图 2、图 3、图 4 所示。

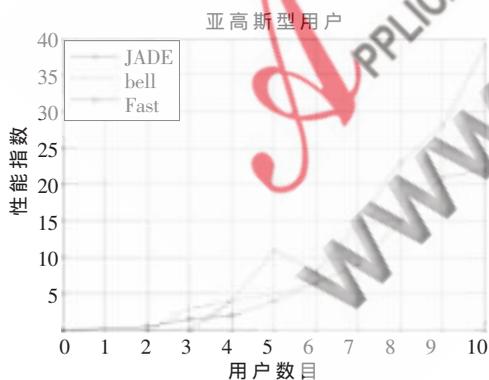


图 2 亚高斯数据类型时 ICA 算法的 PI 指数

在图 2 中,用户数据位为亚高斯分布时, JADE-ICA 算法、FastICA 算法、Bell-ICA 算法随着用户数的增加,  $PI$  指数明显变大, JADE 的  $PI$  值最小。用户数据为超高斯时如图 3 所示, JADE 的  $PI$  指数值基本为零, 另外两种变化较大。当用户数据中包含亚高斯、超高斯及唯一 1 个高斯数据时, 结果如图 4 所示, 随用户数的增加,  $PI$  值变大, 即系统性能下降。其中 JADE 算法在 6~7 个用

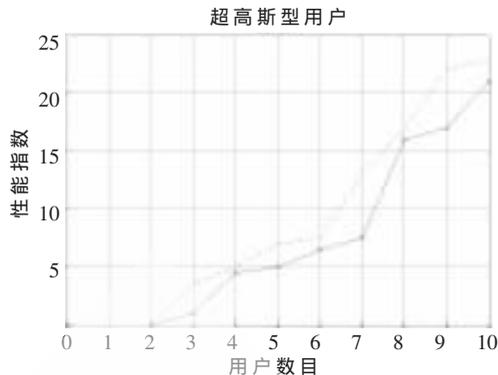


图 3 超高斯数据类型时 ICA 算法的 PI 指数



图 4 包含各种类型数据时 ICA 算法的 PI 指数

户数时  $PI$  几乎为零, 系统性能表现最好。FastICA 算法与 BELL 算法相比 JADE 效率有所下降。

本文介绍了 ICA 几种主要的算法, 通过算法性能参数  $PI$  对这些算法的效率进行衡量对比。仿真实验结果表明, 随用户数的增加, JADE 算法的  $PI$  值最优, 其他的  $PI$  值都有明显起伏, 因此在  $PI$  参数衡量下, JADE 算法效果最好, 最适合应用于多用户通信系统的信号预处理。

## 参考文献

- [1] RISTANIEMI T, RAJU K, KARHUNEN J. Jammer mitigation in DSCDMA array system using independent component analysis [C]. In Proc. of the 2002 IEEE Int. Conference on Communications (ICC 2002), New York, USA, April 28-May 02, 2002, 2002.
- [2] 马建仓, 牛奕龙, 陈海洋. 盲信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [3] JUTTEN C, HERAULT J. Blind separation of sources part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture [J]. Signal Processing, 1991, 24(7):1-10.
- [4] CARDOSO J F. Higher order contrasts for independent component analysis[J]. Neural computation, 1999, 11(1):157-192.
- [5] 张启发. 盲信号处理与应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006.
- [6] PARMAR S D, UNHELKAR B. Separation performance of ICA algorithms in communication system[M]. IMPCT 2009.

(收稿日期: 2009-08-03)