

# 建筑图形的语言定义及分析理解

娄山佑, 邹宽城, 李亚斐

(长春工业大学, 吉林 长春 130012)

**摘要:** 论述了用形式语言对建筑施工图形进行定义, 并构造有限自动机, 根据轴线方向及夹角最小的规则对网格图进行处理。

**关键词:** 轴线; 网孔; 夹角最小规则

中图分类号: T020

文献标识码: A

## Language definition of architectural graphics and it's analysis and understanding

LOU Shan You, ZOU Kuan Cheng, LI Ya Fei

(Changchun University of Technology, Changchun 130012, China)

**Abstract:** In this paper, the formal language is used to define the building construction map and construct the finite automaton. And deal with the grid graph according to the axial direction and the least include angles rule.

**Key words:** axes; mesh; least include angles rule

随着我国市场经济的发展, 目前建筑业实行工程量清单计价招标制度, 这对企业的经济效益提出了更高的要求。预算编制周期的长短, 结果的正确与否将直接影响企业的竞争能力和经济效益。其中的工程量计算是编制工程预算的基础工作, 具有工作量较大、繁琐费时、细致等特点, 约占编制整份工程预算工作量的 50%~70%, 而且其精确度和快慢程度将直接影响预算的质量和速度。本文通过对建筑图的定义及非正交网格图的处理, 对提高计算工程量的可靠性、准确性以及效率都具有十分重要的意义。

### 1 若干定义

**轴线的定义:** 设  $V$  是结点集,  $V = \{a_1, a_2 \cdots a_i \cdots a_n\}$ ,  $a_i$  称为结点, 称结点序列  $(a_i, a_j)$  为轴线。

**通路的定义:** 若存在轴线序列:  $(a_i, a_j), (a_j, a_k) \cdots (a_m, a_n), (a_n, a_p)$ , 则称该序列为 1 个由  $a_i$  到  $a_p$  的通路, 记为  $T_{i,p}^M$ ;  $M$  为结点序列,  $M = \{a_i, a_j \cdots a_l \cdots a_p\}$ , 且对  $M$  中的任何结点  $a_m, a_n$ , 都有  $a_m \neq a_n$ 。

**回路的定义:** 若  $a_i \xrightarrow{M} a_p$  是通路, 且  $i=p$ , 则称  $a_i \xrightarrow{M} a_p$  是回路, 记为  $H_{ii}^M$ 。

**网孔的定义:** 若有回路  $H_{ii}^M$ , 且在其中不包含任何回路或轴线, 则称为网孔。记为  $K_{ii}^M, K_{ii}^M \rightarrow (a_i, a_{i+1} \cdots a_{i+m})$  对任何  $j > i+1$  都不存在任何  $(a_i, a_j)$ 。

若网孔中任意相邻的 2 根轴线成任意夹角, 则称为非正交网孔, 若网孔中任意相邻的 2 根轴线成  $90^\circ$  或  $180^\circ$  夹角, 则称为正交网孔。正交网孔是非正交网孔的特例。

**非正交网格图的定义:** 非正交网格图  $G$  是 1 个非正交网孔的集合,  $G$  非空, 且当  $G$  中元素个数大于 1 时,  $G$  中的任何 1 个网孔至少与另 1 个网孔有 1 根轴线重合 (通过重合的轴线将 2 个网孔连接)。

**双向非正交网格图的定义:** 若  $G$  为 1 个非正交网络图,  $f$  为一箭弧, 对  $G$  中任一轴线  $(a_i, a_j)$  都标记一条由  $a_i$  出发到  $a_j$  的箭弧, 同时也标记一条由  $a_i$  到  $a_j$  的箭弧。称加上标记的非正交网格图为双向非正交网格图。

### 2 非正交网格图的形式语言定义

根据上述定义给出非正交网格图的描述:

(1)  $Z \rightarrow (a_i, a_j) | (a_j, a_i); a_i, a_j \in V; Z$  为轴线。

(2)  $T_{ii+m}^M \rightarrow (a_i, a_{i+1}) \cdot (a_{i+1}, a_{i+2}) \cdots (a_{i+m-1}, a_{i+m}); M = (a_i, a_{i+1}$

... $a_{i+m}$ ); 且  $a_p \neq a_q, a_p, a_q \in M$ 。

(3)  $H_{ii}^M \rightarrow T_{ii+m-1}^M \cdot (a_{i+m-1}, a_i); T_{ii+m-1}^M \rightarrow (a_i, a_{i+1}) \cdot (a_{i+1}, a_{i+2})$

... $(a_{i+m-2}, a_{i+m-1})$ 。

(4)  $K_{ii}^M \rightarrow H_{ii}^M$ ; 在  $H_{ii}^M$  中任何  $j > i+1$  不存在轴线  $(a_i, a_j)$ , 且  $(a_i, a_{i+1})$  与  $(a_{i+1}, a_{i+2})$  成任意夹角。

(5)  $G \rightarrow K_{ii}^M \cdot G | H_{ii}^M$ ; 其中符号“ $\cdot$ ”表示连接, 符号“ $|$ ”表示“或”。

定义: 设文法  $G=(V, T, P, S)$ , 则称  $L(G)=\{w | w \in T^* \text{ 且 } S \Rightarrow w\}$  为文法  $G$  产生的语言。  $\forall w \in L(G), w$  成为  $G$  产生的一个句子。 如果  $\forall \alpha \rightarrow \beta \in P$ , 均有  $|\beta| \geq |\alpha|$ , 并且  $\alpha \in V$  成立, 则称  $G$  为上下文无关文法,  $L(G)$  为上下文无关语言。

将上述(1)~(5)看作为产生式  $P$ 。 其中  $Z, T_{ii+m}^M, H_{ii}^M, K_{ii}^M, G$  分别为非终结字符  $V$ 、含有终结字符  $T$  的二元式  $(a_i, a_j) \in T^*, G$  为开始符号  $S$ 。 且  $G \in V$ 。 若  $X$  是文法符号,  $X \rightarrow a$  是 1 个产生式, 则称  $X \Rightarrow a$  是 1 个推导。  $X \Rightarrow a$  表示由  $X$  经 1 步或若干步文法符号推导出  $a$ , 可根据产生式(1)~(5)得如下推导:

$$\begin{aligned} G &\Rightarrow K_{ii}^M \cdot G \Rightarrow H_{ii}^M \cdot G \Rightarrow T_{ii+m-1}^M \cdot (a_{i+m-1}, a_i) \cdot G \\ &\Rightarrow (a_i, a_{i+1}) \cdot (a_{i+1}, a_{i+2}) \cdots (a_{i+m-1}, a_i) \cdot G \\ &\Rightarrow (a_i, a_{i+1}) \cdot (a_{i+1}, a_{i+2}) \cdots (a_{i+m-1}, a_i) \cdot k_{ij}^M \cdot G \\ &\Rightarrow (a_i, a_{i+1}) \cdot (a_{i+1}, a_{i+2}) \cdots (a_{i+m-1}, a_i) \cdot (a_j, a_{j+1}) \cdots (a_{j+n-1}, a_j) \cdot G \\ &\Rightarrow (a_i, a_{i+1}) \cdot (a_{i+1}, a_{i+2}) \cdots (a_{i+m-1}, a_i) \cdot (a_j, a_{j+1}) \cdots (a_{j+n-1}, a_j) \\ &\cdots (a_p, a_{p+1}) \cdot (a_{p+1}, a_{p+2}) \cdots (a_{p+q-1}, a_p) \end{aligned}$$

由上可知, 可以用上下文无关语言来定义 1 个非正交网格图  $G$ 。 在求解过程中可以发现, 网格图是由若干网孔(可以是 1 个网孔)所组成, 网孔是由 1 个回路组成, 回路由 1 条通路组成, 通路由若干(可以是 1 根)轴线组成。 所以轴线是组成网孔的最基本元素, 同时它又是所构成的上下文无关语言的 1 个句子。

### 3 寻找后继轴围成网孔的算法

在建筑图形中一般有 3 种类型的墙线: 水平方向的墙线、竖直方向的墙线以及与水平方向成任意角的墙线。 假设 1 个当前轴  $Z_i, Z_{i+1}, Z_{i+2} \cdots Z_{i+n}$  是其相连轴,  $Z_{i+1}$  是  $Z_i$  的后继轴的充分条件, 即规定按着顺时针方向,  $Z_{i+1}$  与  $Z_i$  夹角最小, 称这一规则为夹角最小规则。 如图 1 所示。

过程 1:

(1) 若初始轴  $Z_i$  在第一象限内, 按照夹角最小的规则, 在第一象限内寻找相连轴  $Z_{i+1}, Z_{i+2} \cdots Z_{i+n}$ , 从

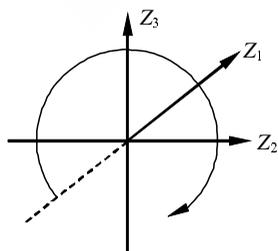


图 1 夹角最小规则图

而确定其后继轴。

(2) 找第  $K(K=4, 3, 2, 1)$  象限的可能的后继轴, 按照夹角最小规则, 寻找真正的后继轴。

过程 2:

(1) 若初始轴  $Z$  在第二象限内, 按照夹角最小规则, 在第二象限内寻找相连轴  $Z_{i+1}, Z_{i+2} \cdots Z_{i+n}$ , 从而确定其后继轴。

(2) 找第  $K(K=1, 4, 3, 2)$  象限的可能的后继轴, 按照夹角最小规则, 寻找真正的后继轴。

过程 3:

(1) 若初始轴  $Z_i$  在第三象限内, 按照夹角最小规则, 在第三象限内寻找相连轴  $Z_{i+1}, Z_{i+2} \cdots Z_{i+n}$ , 从而确定其后继轴。

(2) 找第  $K(K=2, 1, 4, 3)$  象限的可能的后继轴, 按照夹角最小的规则, 寻找真正的后继轴。

过程 4:

(1) 若初始轴  $Z_i$  在第四象限内, 按照夹角最小规则, 在第四象限内寻找相连轴  $Z_{i+1}, Z_{i+2} \cdots Z_{i+n}$ , 从而确定其后继轴。

(2) 找第  $K(K=3, 2, 1, 4)$  象限的可能的后继轴, 按照夹角最小规则, 寻找真正的后继轴。

根据上述算法, 构造出能够识别非正交网格图的上下文无关语言的有穷状态自动机:

定义: 有穷状态自动机 FA (Finite Automaton),  $M$  是一个五元组:

$$M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

其中,

$Q$  为状态的非空有穷集合,  $\forall q \in Q, q$  称为  $M$  的一个状态。

$\Sigma$  为输入字母表, 输入字符串都是  $\Sigma$  上的字符串。

$\delta$  为状态转移函数, 有时又称为状态转换函数或者移动函数,  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ 。 对  $\forall (q, a) \in Q \times \Sigma, \delta(q, a)=p$  表示  $M$  在状态  $q$  读入字符  $a$ , 将状态变为  $p$ , 并将读头向右移动 1 个带方格而指向输入字符串的下一个字符。

$q_0$  为  $M$  的开始状态, 也可称为开始状态或者启动状态,  $q_0 \in Q$ 。

$F$  为  $M$  的终止状态集合,  $F \in Q, \forall q \in F, q$  称为  $M$  的终止状态。

根据上述定义, 构造出寻找后继轴线的有穷状态自动机  $M_i = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2\}, \delta_i, q_i, \{q_i, q_5\})$ 。 其中 0 表示后继轴是初始轴; 1 表示后继轴不是初始轴; 2 表示没有后继轴;  $q_i$  表示在第  $i$  象限内查找后继轴;  $i = (1, 2, 3, 4)$ 。

当初始轴在第一象限内,  $M_1 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2\}, \delta_1, q_1, \{q_1, q_5\})$ , 表 1 及图 2 分别表示状态转移函数  $\delta_i$ 。

当初始轴在第二象限内,  $M_2 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\},$

表1 初始轴在第一象限时的状态转移表

| 状态说明 | 状态    | 输入字符        |             |             |
|------|-------|-------------|-------------|-------------|
|      |       | 0           | 1           | 2           |
| 开始状态 | $q_0$ | $q_1$       | $q_4$       | $q_5$       |
|      | $q_1$ | $q_1$       | $\emptyset$ | $q_5$       |
|      | $q_2$ | $\emptyset$ | $q_3$       | $q_5$       |
|      | $q_3$ | $\emptyset$ | $q_1$       | $q_5$       |
| 终止状态 | $q_4$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ |
|      | $q_5$ | $q_1$       | $q_2$       | $q_3$       |

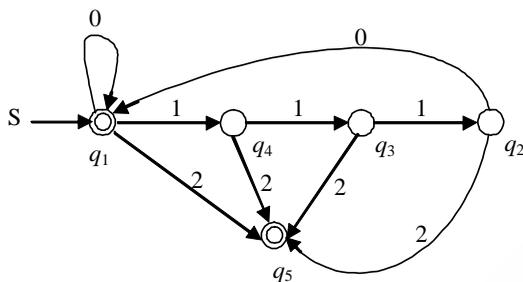


图2 状态转移函数  $\delta_1$

$\{0, 1, 2\}, \delta_2, q_2, \{q_2, q_5\}$ , 表2及图3分别表示状态转移函数  $\delta_2$ 。

表2 初始轴在第二象限时的状态转移表

| 状态说明 | 状态    | 输入字符        |             |             |
|------|-------|-------------|-------------|-------------|
|      |       | 0           | 1           | 2           |
| 开始状态 | $q_0$ | $q_1$       | $q_4$       | $q_5$       |
|      | $q_1$ | $\emptyset$ | $q_3$       | $q_5$       |
|      | $q_2$ | $\emptyset$ | $q_1$       | $q_5$       |
|      | $q_3$ | $\emptyset$ | $q_4$       | $q_5$       |
| 终止状态 | $q_4$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ |
|      | $q_5$ | $q_1$       | $q_2$       | $q_3$       |

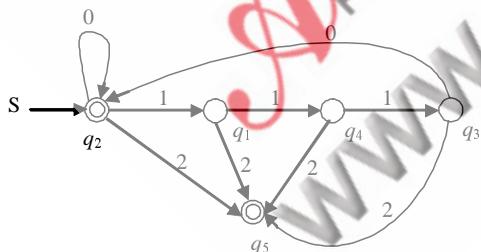


图3 状态转移函数  $\delta_2$

当初始轴在第三象限内,  $M_3 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2\}, \delta_3, q_3, \{q_3, q_5\})$ , 表3及图4分别表示状态转移函数  $\delta_3$ 。

当初始轴在第四象限内  $M_4 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2\}, \delta_4, q_4, \{q_4, q_5\})$ , 表4及图5分别表示状态转移函数  $\delta_4$ 。

在双向非正交网格图中分析可能形成的面积最大网孔。处理步骤如下:

(1)在双向非正交网格图中按照顺时针方向,根据寻

表3 初始轴在第三象限时的状态转移表

| 状态说明 | 状态    | 输入字符        |             |             |
|------|-------|-------------|-------------|-------------|
|      |       | 0           | 1           | 2           |
| 开始状态 | $q_0$ | $q_3$       | $q_2$       | $q_5$       |
|      | $q_1$ | $\emptyset$ | $q_4$       | $q_5$       |
|      | $q_2$ | $\emptyset$ | $q_1$       | $q_5$       |
|      | $q_3$ | $q_3$       | $\emptyset$ | $q_5$       |
| 终止状态 | $q_4$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ |
|      | $q_5$ | $q_3$       | $q_2$       | $q_4$       |

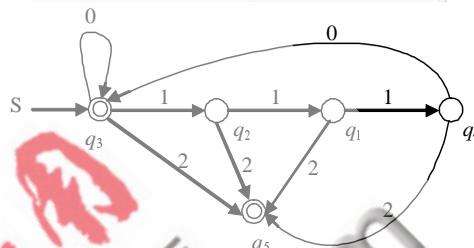


图4 状态转移函数  $\delta_3$

表4 初始轴在第四象限时的状态转移表

| 状态说明 | 状态    | 输入字符        |             |             |
|------|-------|-------------|-------------|-------------|
|      |       | 0           | 1           | 2           |
| 开始状态 | $q_0$ | $q_1$       | $q_4$       | $q_5$       |
|      | $q_1$ | $q_1$       | $\emptyset$ | $q_5$       |
|      | $q_2$ | $\emptyset$ | $q_3$       | $q_5$       |
|      | $q_3$ | $\emptyset$ | $q_2$       | $q_5$       |
| 终止状态 | $q_4$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ |
|      | $q_5$ | $q_1$       | $q_2$       | $q_3$       |

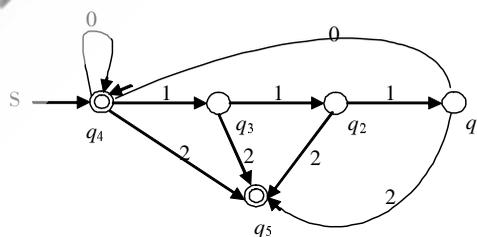


图5 状态转移函数  $\delta_4$

找后继轴围成网孔的算法寻找一网孔  $K_{ii}^M$ , 然后将组成此网孔的顺时针方向轴线全部删除, 留下逆时针方向轴线。

(2)找出网孔  $K_{ii}^M$  与相邻网孔  $K_{jj}^M$  的公共轴线  $Z_l$ , 则以  $Z_l$  为初始轴返回(1), 然后删除  $Z_l$  的网孔, 则处理结束。

(3)若网格图中只剩下1个含有逆时针方向轴线的网孔, 则处理结束。

通过上述处理过程可以知道, 当双向非正交网格图被处理掉1个网孔后还是1个网格图, 当网格图只剩下1个逆时针方向轴线的子图时, 此时的子图就是最大网孔, 由此可知处理最大网孔就是处理网格图的最大面积, 如图6所示。

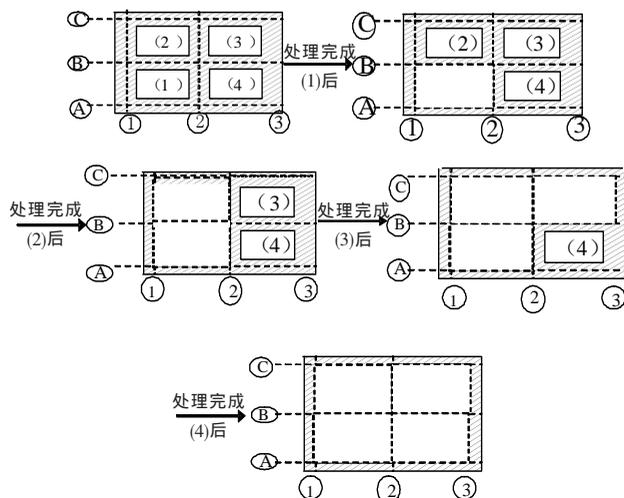


图6 寻找网格图的最大网孔

总之,给轴线、网孔、网格图赋予一定的建筑物理意义,则轴线代表一面墙,网孔代表一个房间,网格图可代表某一层楼的平面图。这样对轴线的处理可视为墙的处理,可计算出墙的净长、轴线长、墙的面积。网孔的处理将给出轴线面积、房间净面积、房间的内墙内边线总长、轴线总长,从而可进行天棚、地面工程量处理。对最大网孔的处理将给出占地面积、建筑面积、外墙轴线总长、外墙外边线总长、楼层的总净面积、墙占面积等工程量计

算数据。

本文首先定义了轴线、通路、回路和网孔,通过对非正交网格图的描述,定义了其上下文无关语言,并且用构造的有穷状态自动机来识别该语言。根据轴线方向优先算法对给定的双向非正交网格图进行处理,在处理中遍历了所有的轴线和网孔,这样使轴线代表的墙及网孔所代表的房间含有的工程量都得到计算与处理,而且计算对象的选择完全由算法保证确定。按照算法在计算过程中,对定义错误的网格图可进行错误分析,从而提高了计算工程量的准确性和可靠性,有助于解决目前工程量计算过程中遇到的问题。

参考文献

- [1] 蒋宗礼,姜守旭,形式语言与自动机理论[M].北京:清华大学出版社,2003.
- [2] 孙沛平,怎样看建筑施工图[M].北京:中国建筑工业出版社,1999.
- [3] DORI D, TOMBRE K. From engineering drawings to 3DCAD models: Are you ready now [J]. Computer-Aided Design, 1995.
- [4] TOMBRE K. Ten years of research in the analysis of Graphics documents: Achievements and open problems[C]. Lisbon, Portugal, The 10th Portuguese.

(收稿日期:2009-06-05)