

# 一种基于遗传 Hopfield 神经网络求解 TSP 问题的算法

帅训波<sup>1</sup>, 马书南<sup>2</sup>

(1. 中国石油勘探开发研究院廊坊分院 地球物理与信息研究所, 河北 廊坊 065007;

2. 北京工业大学 计算机科学学院, 北京 100022)

**摘要:** 针对 Hopfield 网络求解 TSP 问题时出现无效解和收敛性能差的问题, 对约束条件能量函数进行改进, 构造了一种求解 TSP 问题的遗传 Hopfield 神经网络算法, 并与经典 Hopfield 神经网络求解 TSP 方法进行对比。实验结果表明, 本文算法具有更好的整体求解性能。

**关键词:** TSP 问题; Hopfield 网络; 能量函数; 遗传算法

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

## A solving TSP algorithm based on genetic Hopfield neural network

SHUAI Xun Bo<sup>1</sup>, MA Shu Nan<sup>2</sup>

(1. Institute of Geophysics and Information, Langfang Branch of Research Institute of Petroleum Exploration and Development, PetroChina, Langfang 065007, China;

2. College of Computer Science & Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

**Abstract:** For the Hopfield network in solving traveling salesman problem often getting invalid and not optimal solution, an improved constrained optimization energy function is used as fitness function of the genetic algorithm. A solving traveling salesman problem algorithm based on the genetic Hopfield network is constructed. Compared with traditional Hopfield network algorithm, the solving algorithm in this paper can easy obtain effective global optimal solution is proved by simulation experiment results.

**Key words:** travel salesman problem(TSP); Hopfield neural network; energy function; genetic algorithm

在 Hopfield 和 Tank<sup>[1]</sup>成功利用神经网络求解 TSP 问题之后, 基于神经网络模型的 TSP 问题求解方法得到广泛关注和研究<sup>[2-4]</sup>。大量研究表明, 基于 HNN 模型的优化计算存在易于收敛到非法解或局部极小解的缺陷, 而且 Hopfield 网络算法对模型初始条件具有较强的依赖性<sup>[5-9]</sup>。因此, 国内外许多学者对利用 Hopfield 网络求解 TSP 问题的方法进行了改进。其中, 陆生勋等人从给出普适初始状态角度, 提出动态消元算法, 解决了 Hopfield 网络求解出现无效性的问题<sup>[9]</sup>; Tan 等人给出了网络状态稳定标准, 提高了 Hopfield 网络求解 TSP 问题时收敛到可行解的概率<sup>[10]</sup>; Joppe 等人利用城市的邻接矩阵减少变量的方法得到全局最优解<sup>[11]</sup>。

本文在上述研究的基础上, 首先从分析 Hopfield/Tank 能量函数未能充分反映 TSP 问题的约束条件入手, 提出了一种改进的优化约束条件能量函数, 及时唤醒全

零行(列)的神经元, 从而避免过多的“1”产生, 缩小了解空间, 易获得最优解。将它作为适应度评价函数, 引入具有良好全局搜索性能的遗传算法进行阶段寻优, 缩小最优解存在的状态空间; 然后, Hopfield 神经网络以此搜索结果作为初始状态进行迭代, 实现了遗传算法全局搜索性能和 Hopfield 的局部优化策略的组合应用, 保证了算法的全局收敛性能。实验结果表明, 本文的算法具有理想的搜索效果。

## 1 基于 Hopfield 网络的 TSP 问题

### 1.1 Hopfield/Tank 能量函数

采用 Hopfield 神经网络求解 TSP 问题时, 首先将 TSP 问题映射为换位矩阵, 表示每 1 条可能路径; 然后将换位矩阵集合与  $N^2$  神经元的网络相对应, 每条路径对应换位矩阵的各元素与相应的神经元稳态输出相对应; 最后构造反映 TSP 问题约束条件的能量函数, 对应

TSP 问题的解,根据该能量函数计算权值矩阵和偏置电流,组成人工神经网络;给定网络的初始状态,运行 Hopfield 网络直至稳定收敛,输出 TSP 问题的优化解。在 Hopfield/Tank 方法中,对于  $N$  个城市的 TSP 问题,采用的能量函数为<sup>[1,8]</sup>:

$$E = \frac{A}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N v_{xi} v_{xj} + \frac{B}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{x=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N v_{xi} v_{yj} + \frac{C}{2} \left( \sum_{x=1}^N v_{xi} - N \right)^2 + \frac{D}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N d_{xy} v_{xi} (v_{y, i+1} + v_{y, i-1}) \quad (1)$$

式中,  $A, B, C, D > 0$ ;  $x, y$  为城市编号,  $i, j$  为某城市被访问的次序,  $d_{xy}$  是两个城市间的距离。式(1)中:

第 1 项为“行约束”,当且仅当矩阵的每一行不多于 1 个“1”时,取得极小值 0,即每当 1 个城市被重复访问 1 次时,能量就增加  $\frac{A}{2}$ ,所以,  $A$  为城市被多次访问的惩罚因子。

第 2 项为“列约束”,当且仅当矩阵的每一列不多于 1 个“1”时,取得极小值 0,即每次访问的城市每多 1 个,能量就增加  $\frac{B}{2}$ ,所以,  $B$  为多个城市被同时访问的抑制因子。

第 3 项为“整体约束”,当且仅当矩阵的“1”个数为  $N$  时,取得极小值 0。 $C$  为 1 个城市被多次访问或者存在未被访问的城市的惩罚因子,与前 2 项一起约束保证每个城市均被访问且被访问 1 次。

第 4 项表示按照当前访问路线所走的路径长度,选择的路径越优,能量函数  $E$  取值越小。

神经元间的连接权  $W_{xi, yj}$  为:

$$W_{xi, yj} = -A\delta_{xy}(1-\delta_{ij}) - B\delta_{ij}(1-\delta_{xy}) - C - Dd_{xy}(\delta_{y, i+1} + \delta_{y, i-1}) \quad (2)$$

$$\text{偏置电流为: } I_{xi} = CN \quad (3)$$

$$\text{式中: } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i=j \\ 0 & \text{当 } i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

Hopfield 神经网络状态方程为:

$$\frac{du_{xi}}{dt} = -A \sum_{j=1, j \neq i}^N v_{xj} - B \sum_{y=1, y \neq x}^N v_{xy} - C \left[ \sum_{x=1}^N \sum_{j=1}^N v_{xj} - N \right] - D \sum_{y=1, y \neq x}^N d_{xy} (v_{y, i+1} + v_{y, i-1}) \quad (5)$$

$$v_{xi} = \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \frac{u_{xi}}{u_0} \right), \quad x, i = 1, 2, 3 \dots N \quad (6)$$

## 1.2 约束能量函数改进

研究表明<sup>[4, 12, 13]</sup>,采用 Hopfield/Tank 能量函数,不仅计算速度慢,而且容易陷入局部最优解,即网络稳定状态输出的换位矩阵出现全“0”行或全“0”列的情况。主要原因是 Hopfield/Tank 能量函数的第 3 项仅仅保证全局约束,而不能保证神经网络稳态输出的换位矩阵每行、每列有且仅有 1 个“1”,以致出现网络的稳态输出的

换位矩阵出现全“0”行和全“0”列,同时有的行或列出现 2 个以上的“1”,陷入无效解。Hopfield/Tank 能量函数约束条件表示不够强,造成了解空间的扩大,从而不易达到最优解。由此,本文给出了一种改进的约束条件能量函数,及时唤醒位于全“0”行(列)中的神经元,从而避免了过多的“1”产生,弥补了 Hopfield/Tank 能量函数的不足。

$$E = \frac{A}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N v_{xi} v_{xj} + \frac{B}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{x=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N v_{xi} v_{yj} + \frac{C}{2} \left[ \sum_{x=1}^N \left( \sum_{i=1}^N v_{xi} - 1 \right)^2 + \sum_{i=1}^N \left( \sum_{x=1}^N v_{xi} - 1 \right)^2 \right] + \frac{D}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N \sum_{i=1}^N d_{xy} v_{xi} (v_{y, i+1} + v_{y, i-1}) \quad (7)$$

式中,  $A, B, C, D > 0$ ,第 3 项为“优化行(列)约束”,当且仅当换位矩阵每行或每列的“1”的个数为 1 时,此项才取得极小值 0,从而避免了全“0”行和全“0”列的解,保证了路径解的“合法性”,同时也缩小了解空间。由于神经网络求解过程是从一个初始点向附近的局部极小点逐步演化,因此,式(7)改进了能量函数缩小解的空间,同时也有利于获得最优解。

神经元间的连接权  $W_{xi, yj}$  为:

$$W_{xi, yj} = -A\delta_{xy}(1-\delta_{ij}) - B\delta_{ij}(1-\delta_{xy}) - C\delta_{xy} - C\delta_{ij} - Dd_{xy}(\delta_{y, i+1} + \delta_{y, i-1}) \quad (8)$$

$$\text{偏置电流为: } I_{xi} = 2C \quad (9)$$

$$\text{式中: } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i=j \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (10)$$

相应的网络状态方程为:

$$\frac{du_{xi}}{dt} = -A \sum_{j=1, j \neq i}^N v_{xj} - B \sum_{y=1, y \neq x}^N v_{xy} - C \left[ \sum_{y=1}^N v_{ji} + \sum_{j=1}^N v_{xj} - 2 \right] - D \sum_{y=1, y \neq x}^N d_{xy} (v_{y, i+1} + v_{y, i-1}) \quad (11)$$

$$v_{xi} = \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \frac{u_{xi}}{u_0} \right), \quad x, i = 1, 2, 3 \dots N \quad (12)$$

## 2 遗传 Hopfield 神经网络算法

应用 Hopfield 神经网络求解组合优化问题时,网络状态的初始设置对解的稳健性、收敛性、解的优化率和计算速度等方面有重要的影响<sup>[12-16]</sup>。本文在 1.2 节改进的能量函数模型基础上,引入具有良好全局搜索性能的遗传算法,对 Hopfield 神经网络的初态进行优选,既缩小了解的状态空间,又得到较好的网络初始状态的解,再应用 Hopfield 神经网络对 TSP 问题求解,使得本文的算法具有良好的整体性能。

### 2.1 Hopfield 网络初始状态的遗传优化

求解 TSP 问题,可以看成搜索 1 组满足约束条件的路径,使得式(7)取得最小值的函数优化。给定 1 组满足约束条件的可行解,对应着唯一的 Hopfield 网络置换矩阵。对于规模为  $N$  的 TSP 问题, Hopfield 网络初始状态优

化设置的遗传算法如下:

(1)采用整数编码方式<sup>[17]</sup>,1组有序整数排列表示 $N$ 个城市结点被访问的顺序。给定1个访问序列可以直接译码成Hopfield网络相应的置换矩阵。初始种群的每个染色体均为 $N$ 个不同正整数的一种排列方式。

(2)适应度函数采用式(7),染色体的适应度函数值越小,说明染色体的适应度越好。采用排序选择策略<sup>[18]</sup>,保证以较快的速度搜索到更优的Hopfield网络初始矩阵。对于式(7)的网络参数的选取,采用参考文献[14]实验研究推荐的1组参数: $A=500$ 、 $B=500$ 、 $C=200$ 、 $D=100$ ,以确保Hopfield网络有较高的全局收敛率。

(3)为了兼顾整数编码特殊性,减少交叉过程中访问回路的产生,采用PMX规则进行交叉操作,交杂概率设置在0.25~0.50之间<sup>[17]</sup>。采用随机交换结点被访问顺序方式变异,变异概率设置在0.05~0.1之间<sup>[17]</sup>。

## 2.2 算法构造

算法思想:应用2.1节的整数编码遗传算法,对TSP问题进行阶段寻优,得到包含全局最优解的状态集、缩小的Hopfield网络迭代搜索的解空间,同时优化得到Hopfield神经网络的初始矩阵,为Hopfield网络迭代搜索的稳健性和收敛性提供有利条件。避免了单独应用单一算法的局限性,使遗传算法与Hopfield神经网络算法取长补短,从而达到较好的整体寻优性能。

算法流程:

(1)生成整数编码的初始化种群,基因的位表示城市被访问的顺序。

(2)对种群的每个染色体译码成Hopfield网络的置换矩阵<sup>[18]</sup>,利用式(7)计算能量函数值 $E$ ,将 $100/E$ 作为该染色体的适应度值,最优染色体为 $P$ 。

(3)采用排序选择策略,应用PMX规则交叉和随机交换两城市结点被访问顺序进行变异。

(4)判断是否满足遗传操作结束条件,如果不满足,则转向步骤(2)。

(5)将最优染色体 $P$ ,译成Hopfield神经网络的置换矩阵,作为Hopfield神经网络的初始状态。

(6)由式(7)能量函数计算Hopfield网络的权值矩阵和偏置电流,组成Hopfield神经网络。

(7)运行Hopfield神经网络直到收敛稳定,输出TSP问题的最优解。

在算法中,本文采用最优染色体 $P$ 在50代内是否变化,作为步骤(4)的遗传结束判断条件。

## 2.3 实验结果与分析

本文算法通过Java语言编程实现,以参考文献[19]

中10个城市的TSP问题为例,验证遗传Hopfield神经网络算法的良好整体求解性能。这10个城市的TSP中坐标信息如表1所示。

当遗传算法杂交概率 $P_c=0.4$ ,变异概率 $P_m=0.08$ ,Hopfield网络参数 $A=500$ 、 $B=500$ 、 $C=200$ 、 $D=100$ 时,运行本文算法,得到的最优解路径为:9→10→2→3→1→4→5→6→7→8,路径长度为2.6907。而参考文献[19]中网络求解到最优路径是:2→10→9→8→7→6→5→4→1→3,路径长度为2.71。可见,本文的算法具有更好的全局寻优性能,其中在遗传算法寻优阶段得到最好访问路径是:9→10→6→3→1→4→5→8→7→2,对应的置换矩阵即为Hopfield神经网络的初始状态,从而大大缩小了Hopfield网络运行的求解空间。随机抽取本文算法求解50次的实验结果,可行解命中率为100%,最优解命中率为86%。因为本文算法采用改进的约束能量函数,避免了非法解的空间“无效”搜索;另一方面是利用遗传算法优化Hopfield神经网络初始矩阵,大大降低了Hopfield网络陷入局部极小值点的概率。

本文分析了Hopfield/Tank能量函数未能充分反映TSP问题约束条件的不足,给出了一种改进的优化约束能量函数,及时唤醒位于全“0”行(列)中的神经元,从而避免了过多的“1”产生,缩小了解空间,大大降低了出现无效解的概率。应用具有良好全局搜索性能的遗传算法进行阶段寻优,得到Hopfield神经网络的较好初始状态,为Hopfield网络迭代搜索的稳健性和收敛性提供有利条件。在此基础上,构造了一种基于遗传Hopfield神经网络的TSP问题算法,与经典Hopfield神经网络求解方法进行对比实验分析,结果表明,本文的算法具有更好的整体求解效果。

参考文献

- [1] HOPFIELD J J, TANK D W. Neural computation of decisions in optimization problems[J]. Biological Cybernetics, 1985, 52: 141-152.
- [2] PROTZEL P W, ARRAS M K. Performance and fault-tolerance of neural networks for optimization[J]. IEEE Trans on the Neural Networks, 1993, 4(4): 600-614.
- [3] LUIS G. A result on projection for the vehicle routing problem[J]. European Journal of Operational Research, 1995, 85: 610-624.
- [4] 干能强,杜宏明.一种用于解决TSP问题的新的Hopfield神经网络[J].重庆工学院学报(自然科学版),2008,22(3): 32-34.
- [5] AIYER S V B, NIRANJAN M, FALLSIDE F. A theo-

表1 城市坐标信息

城市编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X值	0.400 0	0.243 9	0.170 7	0.229 3	0.517 1	0.873 2	0.687 8	0.848 8	0.668 3	0.619 5
Y值	0.443 9	0.146 3	0.229 3	0.761 0	0.941 4	0.653 6	0.521 9	0.360 9	0.253 6	0.262 3

- retical investigation into the performance of the Hopfield model[J].IEEE Trans Neural Networks, 1990, 1(2): 204-215.
- [6] 姜国均. Hopfield 网络解 TSP 的改进算法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2001, 28(2): 160-163.
- [7] WILSON V, PAWLAY G S. On the stability of the TSP problem algorithm of Hopfield and tank[J]. Biological Cybernetics, 1988, 58: 63-70.
- [8] 蒋宗礼. 人工神经网络导论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [9] 陆生勋. Hopfield 网络解旅行商问题的动态消元算法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2005, 32(5): 287-291.
- [10] TANK C, GESS T H. On parameter settings of Hopfield networks applied to traveling salesman problems [J]. Circuit and Systems: Fundamental Theory and Applications, 2005, 52(5): 994-1002.
- [11] JOPPE A, CARDON H R A, BIOCH J C. A neural network for solving the traveling sales man problem on the basies of city adjacency in the tour[C]. International Neural Network Conference, 1990, 1: 254-257.
- [12] 王凌, 郑大钟. TSP 及其基于 Hopfield 网络优化的研究[J]. 控制与决策, 1999, 14(6): 659-674.
- [14] 陈萍, 郭金锋. 对 Hopfield 神经网络求解 TSP 的研究[J]. 北京邮电大学学报, 1999, 22(2): 58-61.
- [13] 王潮, 宣国荣. 人工神经网络求解 TSP 问题的新方法[J]. 计算机应用与软件, 2001, 18(4): 59-66.
- [15] 郭鹏, 韩璞, 周黎辉. 基于 Hopfield 网络求解 TSP 问题的研究及改时[A]. 2002 年中国控制与决策学术年会论文集[C], 2002.
- [16] 杨秀梅, 陈洪亮, 董得义. 利用 Hopfield 神经网络求解旅行商问题研究[J]. 微型电脑应用, 2006, 22(11): 1-3.
- [17] 帅训波. 基于遗传算法的分布式数据库查询优化研究[D]. 东营: 中国石油大学, 2006.
- [18] 马书南, 帅训波, 曹凤雪. 一种基于逆序算子的优化组合遗传算法[J]. 电子技术应用, 2006, 32(6): 19-21.
- [19] 庄镇泉, 王煦法, 王东生. 神经网络与神经计算机[M]. 北京: 中国科出版社, 1992.

(收稿日期: 2009-07-03)

电子技术应用  
APPLICATION OF ELECTRONIC TECHNOLOGY  
www.chinaAET.com