

基于偏移量近似的改进型 IRA 译码算法研究

张天瑜

(无锡市广播电视大学 机电工程系, 江苏 无锡 214011)

摘要: IRA 码的译码通常是利用 BP 译码算法来实现的, 但是 BP 译码算法的硬件电路复杂。为了让译码算法在复杂度和译码性能之间取得较好的折衷, 提出一种改进型 IRA 译码算法, 该算法采用偏移量近似的方法来逼近于 BP 译码算法, 能够简化 BP 译码算法的复杂度。仿真结果表明, 与 BP 译码算法相比, 改进型 IRA 译码算法能够在降低算法复杂度的同时保持良好的译码性能, 与最小和译码算法相比, 改进型 IRA 译码算法的复杂度几乎不变, 但译码性能得到了明显的提高。

关键词: 不规则重复累积码; 置信传播译码算法; 最小和译码算法; 偏移量近似; 改进型 IRA 译码算法

中图分类号: TN911

文献标识码: A

Research of modified IRA decoding algorithm based on offset approximation

ZHANG Tian Yu

(Department of Mechanical and Electrical Engineering, Wuxi Radio & Television University, Wuxi 214011, China)

Abstract: BP decoding algorithm is usually used to realize decoding of IRA codes, but the hardware circuit of BP decoding algorithm is complicated. A modified IRA decoding algorithm is proposed in order to have a good tradeoff between complexity and decoding performance. The proposed algorithm is approximate to BP decoding algorithm by the method of offset approximation, which can simplify the complexity of BP decoding algorithm. The simulation results show that, compared with BP decoding algorithm, the modified IRA decoding algorithm can decrease algorithm complexity and keep good decoding performance. Compared with minimum-sum decoding algorithm, the complexity of modified IRA decoding algorithm is almost unchanged, but the decoding performance improves significantly.

Key words: IRA codes; BP decoding algorithm; minimum-sum decoding algorithm; offset approximation; modified IRA decoding algorithm

在纠错码领域, Turbo 码的编码具有线性复杂度, 但是在加性高斯白噪声 AWGN (Additive White Gaussian Noise) 信道上, Turbo 码的译码性能离香农限还有一定的差距。LDPC 码的译码算法与码长呈线性关系, 比较简单, 性能接近香农限, 但是其编码算法与码长呈平方关系。由于 Turbo 码和 LDPC 码的固有缺陷, 寻求具有线性编译码复杂度和接近香农限性能的纠错码成为编码研究的热点。1998 年, DIVSALAR D、JIN H 和 MCELIECE R J 提出了重复累积 RA (Repeat Accumulate) 码^[1]。2000 年, JIN H、KHANDEKAR A 和 MCELIECE R J 受到不

规则 LDPC 码的启发, 提出了不规则重复累积 IRA (Irregular Repeat Accumulate) 码, 它的性能接近香农限, 不仅具有与 Turbo 码、LDPC 码相同的优越性能, 而且其编译码算法与码长呈线性关系^[2]。IRA 码可以看作是一种特殊的 LDPC 码, 它是 Turbo 码和 LDPC 码的合集, 同时 IRA 码也是一种特殊的线性分组码, 它采用超稀疏矩阵作为校验矩阵, 因此, LDPC 码的置信传播 BP (Belief Propagation) 译码算法也适合于 IRA 码的译码。但是 BP 译码算法的复杂度较高, 导致其硬件电路的实现比较困难, 制约了它在下一代移动通信中的应用。虽然最小和

译码算法能够简化BP译码算法,但它是以牺牲性能为代价的^[3-6]。本文提出一种改进型IRA译码算法,该算法采用偏移量近似的方法来逼近于BP译码算法,能够简化BP译码算法的复杂度,让译码算法在复杂度和译码性能之间取得较好的折衷。仿真结果表明,与BP译码算法相比,改进型IRA译码算法能够在降低算法复杂度的同时保持良好的译码性能,与最小和译码算法相比,改进型IRA译码算法的复杂度几乎不变,但译码性能得到了明显的提高。

1 IRA码的BP译码算法

IRA码与不规则LDPC码相对应,指信息节点的度数或者校验节点的度数不相等的RA码。在一般情况下指信息节点的度数不相等,而校验节点的度数相等。IRA的参数为 $(f_1, \dots, f_i, \dots, f_j; a)$,其中 $f_i \geq 0$ 并且满足 $\sum_{i=1}^j f_i = 1$,通常 $f_1 = 0$, a 是正整数。IRA码具有两种节点,即变量节点和校验节点。变量节点又分为信息节点和奇偶节点。 f_i 为连接 i 个校验节点的信息节点的比例系数, a 是校验节点连接信息节点的个数。信息节点与校验节点之间为随机交织,校验节点和奇偶节点之间通过Z形连接。IRA码可以用图1所示的Tanner图来表示^[1]。

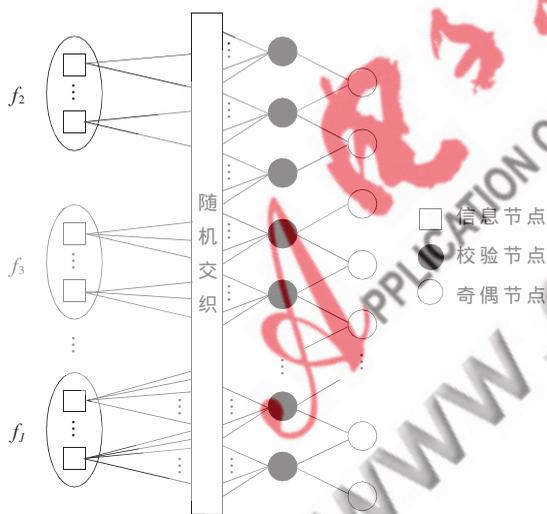


图1 IRA码的Tanner图

IRA码的译码通常采用的是BP译码算法^[7]。若定义奇偶节点 x 到校验节点 c 的信息传递为 $m[x, c]$;信息节点 u 到校验节点 c 的信息传递为 $m[u, c]$;校验节点 c 到奇偶节点 x 的信息传递为 $m[c, x]$;校验节点 c 到信息节点 u 的信息传递为 $m[c, u]$,则BP译码算法的步骤如下:

步骤1:初始化

$$F(u) = \ln \frac{P(u=0)}{P(u=1)} \quad (1)$$

$$m[x, c] = m[u, c] = m[c, x] = m[c, u] = 0 \quad (2)$$

步骤2:更新 $m[u, c]$

$$m[u, c_i] = F(u) + \sum_{c' \in N(u) \setminus c_i} m[c', u] \quad (3)$$

步骤3:更新 $m[x, c]$

$$m[x, c_i] = F(u) + m[c', x], c' \in N(x) \setminus c_i \quad (4)$$

步骤4:更新 $m[c, x]$

$$m[c, x_i] = 2 \arctanh$$

$$\left[\prod_{j=1}^a \tanh \left(\frac{m[u_j, c]}{2} \right) \tanh \left(\frac{m[x', c]}{2} \right) \right], x' \neq x, i=1, 2 \quad (5)$$

步骤5:更新 $m[c, u]$

$$m[c, u_i] = 2 \arctanh \left[\prod_{u' \in N(c) \setminus u_i} \tanh \left(\frac{m[u', c]}{2} \right) \prod_{j=1}^2 \tanh \left(\frac{m[x_j, c]}{2} \right) \right],$$

$$i=1, 2, 3, \dots, a \quad (6)$$

步骤6:重复步骤2至步骤5,直到最大迭代次数

步骤7:译码判决

$$s(u) = F(u) + \sum_{c' \in N(u)} m[c', u] \quad (7)$$

$$u = \begin{cases} 0, & s(u) \geq 0 \\ 1, & s(u) < 0 \end{cases} \quad (8)$$

从式(5)和式(6)可以看出,BP译码算法涉及到了复杂的双曲正切函数 \tanh 及其反函数 \arctanh ,因此其复杂度较高,硬件电路的实现比较困难。

2 IRA码的最小和译码算法

LDPC码的译码算法利用最小和译码算法来简化复杂的双曲正切函数 \tanh 及其反函数 \arctanh 。由于IRA码可以看作是一种特殊的LDPC码,它的译码与LDPC码类似,因此最小和译码算法也适用于IRA码^[8-9]。参照最小和译码算法的思路, $m[c, x]$ 和 $m[c, u]$ 可以分别近似为:

$$m[c, x] \approx \prod_{j=1}^a \text{sign}(m[u_j, c]) \text{sign}(m[x', c])$$

$$\min_{u, x \in N(c) \setminus x} (|m[u, c]|, |m[x', c]|) \quad (9)$$

$$m[c, u] \approx \prod_{u' \neq u} \text{sign}(m[u', c]) \prod_{j=1}^2 \text{sign}(m[x_j, c])$$

$$\min_{\substack{u', x_j \in N(c) \setminus u \\ j=1, 2}} (|m[u', c]|, |m[x_j, c]|) \quad (10)$$

从式(9)和式(10)可以看出,最小和译码算法虽然能够简化BP译码算法,但它是以牺牲性能为代价的。 $m[c, x]$ 和 $m[c, u]$ 在BP译码算法中对应的是式(5)和式(6),在最小和译码算法中对应的是式(9)和式(10)。以 $m[c, x]$ 为例,在BP译码算法和最小和译码算法中, $m[c, x]$ 对应的曲面分别如图2和图3所示。通过对图2和图3的对比可以看出,在这两种译码算法中 $m[c, x]$ 的符号是相同的,只是在最小和译码算法中 $m[c, x]$ 的幅度有所增加。 $m[c, u]$ 在最小和译码算法中也存在幅度增加的情况。这就是导致最小和译码算法性能损失的直接原因。

3 改进型IRA译码算法

由上述的分析可知,最小和译码算法虽然简单,但

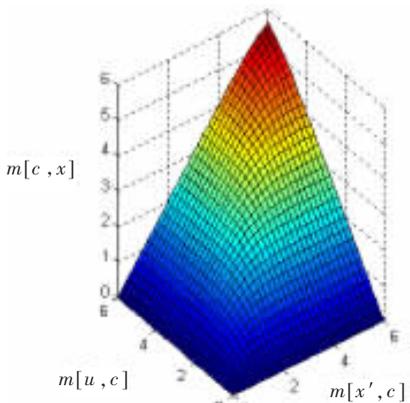


图2 BP译码算法中 $m[c, x]$ 对应的曲面

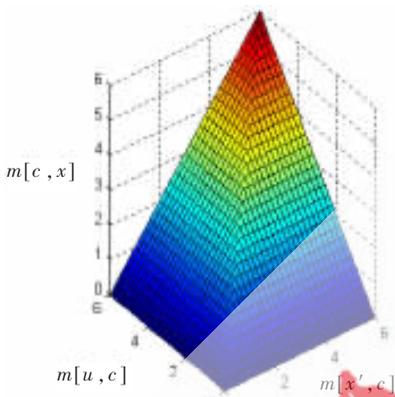


图3 最小和译码算法中 $m[c, x]$ 对应的曲面

是与BP译码算法相比, $m[c, x]$ 和 $m[c, u]$ 的幅度分别有所增加, 从而导致最小和译码算法的性能有所损失。虽然可以利用类似LDPC码的偏移量译码算法和归一化译码算法使最小和译码算法逼近于BP译码算法, 但是由于偏移量译码算法中的偏移量是固定的, 归一化译码算法中的归一化因子也是固定的, 因此, 这两种译码算法所提升的译码性能也有限。本文提出的改进型IRA译码算法, 根据相应变量的不同值选择不同的偏移量^[10], 在低复杂度下, 能比最小和译码算法更逼近于BP译码算法。

在改进型IRA译码算法中, $m[c, x]$ 的表达式为:

$$m[c, x] \approx \prod_{j=1}^a \text{sign}(m[u_j, c]) \text{sign}(m[x', c]) \min_{u, x' \in N(c) \setminus u} (|m[u, c]|, |m[x', c]|) + \alpha \quad (11)$$

式中, 偏移量 α 为:

$$\alpha = \lg(1 + e^{-|m[u, c] + m[x', c]|}) - \lg(1 + e^{-|m[u, c] - m[x', c]|}) \begin{cases} p_1, & |m[u, c] + m[x', c]| > 2|m[u, c] - m[x', c]| \text{ 且} \\ & |m[u, c] - m[x', c]| < 2 \\ q_1, & |m[u, c] + m[x', c]| < 2|m[u, c] - m[x', c]| \text{ 且} \\ & |m[u, c] - m[x', c]| < 2 \\ r_1, & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

在改进型IRA译码算法中, $m[c, u]$ 的表达式为:

$$m[c, u] \approx \prod_{u' \neq u} \text{sign}(m[u', c]) \prod_{j=1}^2 \text{sign}(m[x_j, c]) \min_{u', x_j \in N(c) \setminus u} (|m[u', c]|, |m[x_j, c]|) + \beta \quad (13)$$

式中, 偏移量 β 为:

$$\beta = \lg(1 + e^{-|m[x, c] + m[x', c]|}) - \lg(1 + e^{-|m[x, c] - m[x', c]|}) \begin{cases} p_2, & |m[x, c] + m[x', c]| > 2|m[x, c] - m[x', c]| \text{ 且} \\ & |m[x, c] - m[x', c]| < 2 \\ q_2, & |m[x, c] + m[x', c]| < 2|m[x, c] - m[x', c]| \text{ 且} \\ & |m[x, c] - m[x', c]| < 2 \\ r_2, & \text{else} \end{cases} \quad (14)$$

在式(12)和式(14)中, 参数 $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2$ 可以通过蒙特卡罗仿真计算得到。

根据BP译码算法、最小和译码算法以及改进型IRA译码算法的译码流程, 3种译码算法的硬件复杂度对比如表1所示。

表1 3种译码算法的硬件复杂度对比

算法种类	tanh/次	arctanh/次	乘法/次	加法/次
BP译码算法	$a+2$	$a+2$	$3(a+2)$	0
最小和译码算法	0	0	0	$a + \log_2(a+2)$
改进型IRA译码算法	0	0	0	$a + \log_2(a+2) + 2$

从表1可以看出, BP译码算法涉及到了复杂的双曲正切函数 \tanh 及其反函数 arctanh 的运算, 这些函数在硬件实现时需要用到查找表, 因此会占用大量的硬件资源, 从而导致其硬件电路的实现比较困难。最小和译码算法对BP译码算法进行了简化, 虽然没有了这些复杂函数的运算, 但它是牺牲性能为代价的。改进型IRA译码算法也是对BP译码算法进行了简化, 其硬件复杂度与最小和译码算法相比几乎不变, 但其译码性能得到明显的提高。

4 仿真实验与结果分析

在Matlab软件中, 对 $f_2=0.25, f_{12}=0.35, f_{48}=0.40, a=10$, 码率为0.5, 码长为2000的IRA码进行仿真, 采用二相移相键控BPSK(Binary Phase Shift Keying)调制, 经过AWGN信道, 设定译码算法中最大迭代次数为60。参数 $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2$ 的仿真结果如图4所示。从图4可以看出这些参数随信噪比SNR的变化比较平稳, 为了使改进型IRA译码算法的实现过程简单, 可以取这些参数的平均值, 即参数 $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2$ 依次取-0.48、0.2、0.45、-0.42、0.3、0.55。根据这些平均值得到不同信噪比下各参数的相对误差, 如图5所示。从图5可以看出, 这些参数的相对误差均比较小, 大多数在10%以内, 因此, 将不同信噪比下的参数值都设置为其平均值是切实可

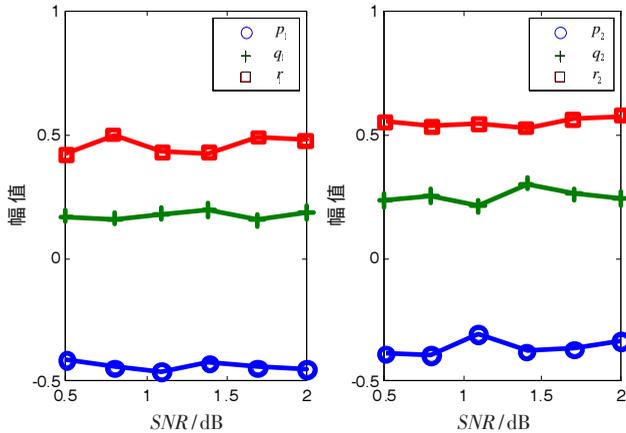


图4 各参数幅值的仿真结果

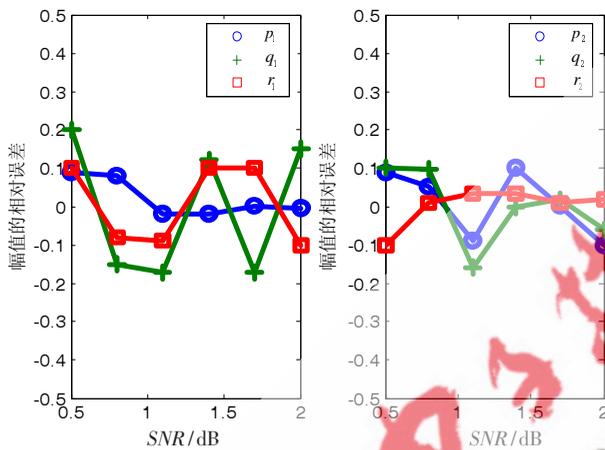


图5 各参数幅值相对误差的仿真结果

行的。

根据 $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2$ 这些参数的平均值, 可以进一步得到改进型 IRA 译码算法的性能曲线。BP 译码算法、最小和译码算法及改进型 IRA 译码算法的性能曲线如图 6 所示。从图 6 可以看出, 在误码率 BER(Bit Error Rate) = 10^{-5} 时, 改进型 IRA 译码算法的信噪比比最小和译码算法的信噪比节省 0.15 dB, 与 BP 译码算法的信噪

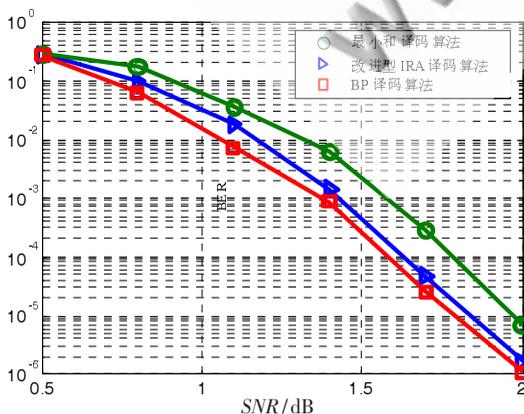


图6 3种译码算法的性能曲线

比只相差 0.05 dB。由此说明, 与最小和译码算法相比, 改进型 IRA 译码算法的译码性能得到了明显的提高, 其译码性能更逼近于 BP 译码算法。

IRA 码的 BP 译码算法能使译码性能接近香农限, 但是由于该译码算法的复杂度较高, 导致其硬件电路的实现比较困难。本文提出一种改进型 IRA 译码算法, 该算法的创新之处在于采用偏移量近似的方法来逼近于 BP 译码算法, 能够简化 BP 译码算法的复杂度, 让译码算法在复杂度和译码性能之间取得较好的折衷。这对于 IRA 码在下一代移动通信中的应用具有一定的实用价值。

参考文献

- [1] DIVSALAR D, JIN H, MCELIECE R J. Coding theorems for "Turbo like" codes [C]. Proceedings of the 36th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. Allerton House, Monticello, Illinois, 1998:201-210.
- [2] JIN H, KHANDEKAR A, MCELIECE R J. Irregular repeat-accumulate codes[C]. The Second International Conference on Turbo Codes, Brest and Related Topics, France, 2000:1-8.
- [3] ZHANG Y, RYAN W E. Structured IRA codes: performance analysis and construction [J]. IEEE Transactions on Communications, 2007,55(5):837-844.
- [4] YUE C S, WANG X D, MADHIHAN M. Design of rate-compatible irregular repeat accumulate codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2007,55(6):1153-1163.
- [5] ROUMY A, GUEMGHAR S, CAIRE G, et al. Design methods for irregular repeat-accumulate codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004,50(8):1711-1727.
- [6] PARK S I, YANG K. Extended Hamming accumulate codes and modified irregular repeat accumulate codes [J]. Electronics Letters, 2002,38(10):467-468.
- [7] 高宏峰. 重复累积码及其在通信系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 20-23.
- [8] CHUNG S Y, RICHARDSON T J, URBANKE R L. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001,47(2):657-670.
- [9] FOSSORIER M P C, MIHALJEVIC M, IMAI H. Reduced complexity iterative decoding of low-density parity check codes based on belief propagation [J]. IEEE Transactions on Communications, 1999,47(5):673-680.
- [10] WIBERG N. Codes and decoding on general graphs [D]. Linköping University, S-581 83 Linköping, Sweden, 1996.

(收稿日期: 2009-06-04)