

Alamouti 编码方案在联合天线选择下的 BER 精确解

罗培东

(中南民族大学 工商学院电信系,湖北 武汉 430070)

摘要: 提出了一种基于最大瞬时信噪比在瑞利衰落信道中的多发多收(MIMO)天线系统的简单联合收发天线算法。在选定两个发送天线和一个接收天线情况下,利用 Alamouti 编码可以获得二进制相移键控(BPSK)的误码率(BER)精确解,该分析结果通过仿真得到确切验证。

关键词: 天线选择; MIMO; Alamouti; BER

中图分类号: TN911

文献标识码: A

Exact BER expression for Alamouti scheme with joint transmit and receive antenna selection

LUO Pei Dong

(Department of Electronic & Information Engineering, South-central University for Nationalities Business College, Wuhan 430070, China)

Abstract: The paper proposed a simple joint transmit and receive antenna selection algorithm based on maximizing the instantaneous signal to noise ratio (SNR) over uncorrelated Rayleigh fading channels in multi-input multi-output (MIMO) systems. In a special case that two transmit antennas and one receive antenna are selected, Alamouti scheme is employed. The exact bit error rate (BER) expression for binary phase shift keying (BPSK) is derived. The analytical results are exactly verified by simulations.

Key words: antenna selection; MIMO; Alamouti; BER

多发多收 MIMO (multi-input multi-output) 天线系统与单入单出 SISO (single-input, single-output) 系统相比,其系统容量和频谱利用率得到了显著的提高^[1-3]。参考文献[4]和[5]中提到了一种简单高效的技术,称之为空时码 STBC (Space Time Block Coding)。通过使用 STBC 编码,可以得到 MIMO 系统全分集,同时其接收机可以通过线性解码而得到简化。

尽管如此,由于在发送和接收方都配置多路天线的 MIMO 系统也需要多行 RF 链路, MIMO 系统的实现复杂,成本较高。为了降低成本和复杂度,一种叫做天线选择 AS (Antenna Selection) 的技术,近期得到了广泛的关注。这种技术可以在减少 RF 链的同时保持 MIMO 系统的优点。因此,天线选择性和 STBC 的结合 (AS/STBC) 对于 MIMO 系统的实现就是一个不错的选择。文献 [6] 和 [7] 中,对于 AS/STBC 的天线选择性算法和性能分析做了很好的研究。文献[6]中指出,当接收机知道精确的信道信息时,可使信道 Frobenius 范数基于最大化选择一个

接收天线子集,得出了平均信噪比增益的精确解;当发射接收端均知道信道的特性时,文献[6]中也给出了一种联合收发天线选择性算法,同时给出了该算法的成对差错概率 PEP (Pair Error Probability) 上限值。文献[8]作者假定系统只有两根发射天线时,在接收端实现天线选择,并假设接收端获得精确的信道信息。在这些假设下,文献[8]给出了 BER 解析式的上界。对于只选择一根接收天线的情况,文献[8]得出了 BER 精确解。在文献[9]在假设发射机上信道信息 (CSI) 已知的情况下研究了发射端天线选择 (TAS/STBC) 方案。当从可用的发送天线中选择两根并使用 STBC 时,文章给出了 BPSK 调制的误码率的闭合解。文献[7]也研究了同样的方案,并且给出了 BPSK 及 Mary 信号误码率 (SER) 的精确解。目前为止,大部分论文中在一端 (发送机或接收机) 采用天线选择仅仅给出了错误性能分析,少数论文给出联合收发 AS/STBC (JT&RAS/STBC) 方案的上限值。由于一些数学问题尚未解决,在接收两端选择多个天线 (至少 2 个) 时,

网络与通信 Network and Communication

很难给出确切的错误性能分析。这是因为当收发两端的天线都超过两个时,选择的信道矩阵分布是不易计算的,也许这是一个公开性的问题。

本文分析了发射接收天线联合选择(JT & RAS/STBC)方案的精确的错误性能,并将重点放在选择两个发送天线和一个接收天线的方案上,因为这个方案实施更为实际。但是到现今为止,没有论文给出了联合天线选择性方案下误码率的精确解。

本文提出了一种简单的联合收发天线选择性算法。使用了众所周知的矩生成函数^[10-11],并且得到了JT&RAS/STBC方案的相移键控的误码率精确解。该解用 β 函数和高斯超几何函数的函数表达,并用Monte-Carlon仿真进行了验证。

1 系统和信道模型

假设发射天线数为 N_t ,接收天线数为 N_r 的MIMO系统。信道为非相关准静态平稳瑞利衰落,发射端和接收端均获得精确的信道信息。基于接收端信噪比最大化的原则,系统中两根反射天线被选出用于发送Alamouti码块,一根接收天线被选出用于接收。

假设 H 表示 $N_t \times N_r$ 多输入输出信道矩阵。其中参数 $h_{j,i}$ 是发送天线 j 和接收天线 i 间的衰减系数, $i=1,2,\dots,N_r, j=1,2,\dots,N_t$,它们为零均值,每维方差为0.5的复高斯随机变量,且互相独立。一个 1×2 矩阵 \tilde{H} 是矩阵 H 的子集,用来表示两个选定的发送天线和一个接收天线之间的信道。在Alamouti方案中接收端信噪比已由文献[4]中给出如下表达式:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{2} \|\tilde{H}\|_F^2 \quad (1)$$

式(1)中 $\|\cdot\|_F$ 代表Frobenius范数且 $\gamma_0 = \frac{E_s}{N_0}$,其中 E_s 是发射端bit平均能量, N_0 是高斯白噪声单边功率谱密度。

本文采用相移键控调制,并且在文献[12]中给出了连续二进制信号的瞬时误码率:

$$P = Q(\sqrt{2\gamma}) \quad (2)$$

其中 γ 是接收机的信噪比, $Q(x)$ 是 Q 的函数。

式(1)和(2)中可以看出,选择最大Frobenius范数矩阵 \tilde{H} 的目的是尽量减少瞬时误码率。两个发送天线用 U 和 V 标记,一个接收天线用 P 标记,关系为:

$$\{U, V, P\} = \arg \max_{\substack{1 \leq U, V \leq N_t, \\ 1 \leq P \leq N_r}} \{|h_{P,U}|^2 + |h_{P,V}|^2\} \quad (3)$$

2 JT&RAS/STBC方案的错误性能分析

假设 $x_{j,i} = \|h_{j,i}\|^2$,表示发送天线和接收天线 j 之间的瞬时信道功率增益,很明显 $x_{j,i}$ 是 $i.i.d$ 二自由度卡方变量,在文献[12]给出了概率密度函数:

$$f(x) = e^{-x} \quad x \geq 0 \quad (4)$$

累积分布函数如下:

《信息化纵横》2009年第13期

$$F(x) = 1 - e^{-x} \quad x \geq 0 \quad (5)$$

按降序重新排列随机变量 $x_{j,i}$,且用 $x_{j,(i)}$ 来表示,其中 $0 < x_{j,(N)} \leq x_{j,(N-1)} \leq \dots \leq x_{j,(2)} \leq x_{j,(1)} < \infty$,文献[9]中给出最大和次大顺序统计的联合PDF函数。函数表示为:

$$f_{x_{j,(1)}, x_{j,(2)}}(x_{j,(1)}, x_{j,(2)}) = N_t(N_t - 1) f(x_{j,(1)}) f(x_{j,(2)})^{N_t - 2} \quad (6)$$

记 $\rho_j = x_{j,(1)} + x_{j,(2)}$,则 ρ_j 的PDF函数表示为:

$$f_\rho(\rho) = \int_0^{\rho/2} f_{x_{j,(1)}, x_{j,(2)}}(\rho - x_{j,(1)}, x_{j,(2)}) dx_{j,(2)} \quad (7)$$

将式(4)、(5)和(6)代入方程式(7)中,可以得到 ρ_j 的PDF函数的表达式如下:

$$f_\rho(\rho) = N_t(N_t - 1) e^{-\rho} \left[\frac{\rho}{2} + \sum_{i=1}^{N_t-2} \frac{(N_t-2)!}{i! (N_t-2-i)!} (-1)^i \frac{1 - e^{-\frac{\rho}{2}}}{i} \right] \quad (8)$$

ρ_j 的CDF表达式:

$$F_\rho(\rho) = N_t(N_t - 1) \left\{ \frac{1}{2} (1 - e^{-\rho} - \rho e^{-\rho}) + \sum_{i=1}^{N_t-2} \frac{(N_t-2)!}{i! (N_t-2-i)!} \times \left[(-1)^i \left(1 - e^{-\rho} - \frac{1 - e^{-\frac{\rho}{2}}}{1 + \frac{i}{2}} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

为化简(9)式,记:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{N_t-2} \frac{(N_t-2)!}{i! (N_t-2-i)!} \frac{(-1)^i}{(2+i)} \\ a_1 &= 0 \\ a_2 &= \frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{N_t-2} \frac{(N_t-2)!}{i! (N_t-2-i)!} \frac{(-1)^i}{i} \\ a_k &= \frac{2(N_t-2)!}{(k-2)! (N_t-k)!} \frac{(-1)^k}{(k-2)k} \quad 3 \leq k \leq N_t \end{aligned} \quad (10)$$

则(9)式整理如下:

$$F_\rho(\rho) = N_t(N_t - 1) \left[\sum_{k=0}^{N_t} a_k e^{-\frac{\rho k}{2}} - \frac{1}{2} \rho e^{-\rho} \right] \quad (11)$$

所有 ρ_j 的最大值 ρ_{\max} 的PDF在文献[13]中已给出:

$$f_{\rho_{\max}}(\rho) = N_r F_\rho(\rho)^{N_r - 1} f_\rho(\rho) \quad (12)$$

所以(1)式可以写成:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{2} \rho_{\max} \quad (13)$$

从式(12)和(13)中,可以得到的矩生成函数的表达式:

$$\begin{aligned} \phi_\gamma(s) &= E(e^{-s\gamma}) = \int_0^{\infty} e^{-s \frac{\gamma_0 \rho_{\max}}{2}} f_{\rho_{\max}}(\rho) d\rho \\ &= \frac{s \gamma_0}{2} \int_0^{\infty} e^{-s \frac{\gamma_0 \rho}{2}} F_\rho(\rho)^{N_r} d\rho \end{aligned} \quad (14)$$

将(11)代入(14)式中,MGF可以写为:

$$\phi_\gamma(s) = [N_t(N_t - 1)]^{N_r} \sum_{j=0}^{N_t} \frac{N_t!}{j!} (-1)^{N_t - j}$$

欢迎网上投稿 www.pcachina.com

$$\times \sum_{m=0}^{jN_i} \beta_m(j, N_i) \frac{s\gamma_0}{(2N_r - 2j + s\gamma_0 + m)^{N_r - j + 1}} \quad (15)$$

其中 $\beta_m(j, N_i)$ 是 $\left[\sum_{k=0}^{N_i} a_k z^k \right]^j$ 扩展的 z^m 的系数。

连续二进制信号的 BER 在文献[9]中已给出：

$$P(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \phi_y \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (16)$$

将(15)式代入(16)式中, 然后可以得到 BER 如下：

$$P(e) = \frac{1}{\pi} [N_i(N_i - 1)]^{N_i} \sum_{j=0}^{N_i} \frac{N_i!}{j!} (-1)^{N_i - j} \sum_{m=0}^{jN_i} \beta_m(j, N_i) \times \frac{1}{\sin^2 \theta} \gamma_0 \frac{d\theta}{(2N_r - 2j + \frac{\gamma_0}{\sin^2 \theta} - \gamma_0 + m)^{N_r - j + 1}} \quad (17)$$

记 $z = \cos^2 \theta$, 再使用积分式^[14], 可以得到：

$$\int_0^1 x^{\lambda-1} (1-x)^{\mu-1} (1-\beta)^{-\nu} dx =$$

$$B(\lambda, \mu) {}_2F_1(\nu, \lambda; \lambda + \mu; \beta) [\operatorname{Re} \lambda > 0, \operatorname{Re} \mu > 0, |\beta| < 1] \quad (18)$$

其中 $B(x, y)$ 定义为 beta 函数^[14]：

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)} = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt \quad (19)$$

且 ${}_2F_1(\alpha, \beta; \delta; z)$ 在中定义为高斯超几何函数^[14]：

$${}_2F_1(\alpha, \beta; \delta; z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\alpha)_k (\beta)_k}{(\delta)_k} z^k \quad (20)$$

其中 $(\alpha)_k = \Gamma(\alpha + k) / \Gamma(\alpha)$ 是 Pochhammer 符号且 $(\alpha)_0 = 1$, 然后可以得到 BER 的精确解如下：

$$P(e) = \frac{\gamma_0}{2\pi} [N_i(N_i - 1)]^{N_i} \sum_{j=0}^{N_i} \frac{N_i!}{j!} (-1)^{N_i - j} \times \sum_{m=0}^{jN_i} \beta_m(j, N_i) (2N_r - 2j + m + \gamma_0)^{-(N_r - j + 1)} B\left(\frac{1}{2}, N_r - j + \frac{1}{2}\right) \times {}_2F_1\left(N_r - j + 1, \frac{1}{2}; N_r - j + 1; \frac{2N_r - 2j + m}{2N_r - 2j + m + \gamma_0}\right) \quad (21)$$

特别指出贝塔函数和高斯超几何函数 ${}_2F_1(\alpha, \beta; \delta; z)$ 在普通的数学软件如 Matlab 中已提供。

3 仿真结果

在本节中, 给出瑞利衰落信道 JT&RAS/STBC 方案的仿真性能。

使用文献[4]中一个 Alamouti 代码率：

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

和实星座图的 BPSK 调制。

图 1 比较了(21)式中的精确解和不同收发天线的仿真结果, 从发送天线 N_t 中选定两个和从接收天线 N_r 中选定一个, 当 $N_t=3, 4, N_r=2$ 和 $N_t=4, N_r=2$ 时, 本文给出的 BER 精确解完全符合仿真结果。

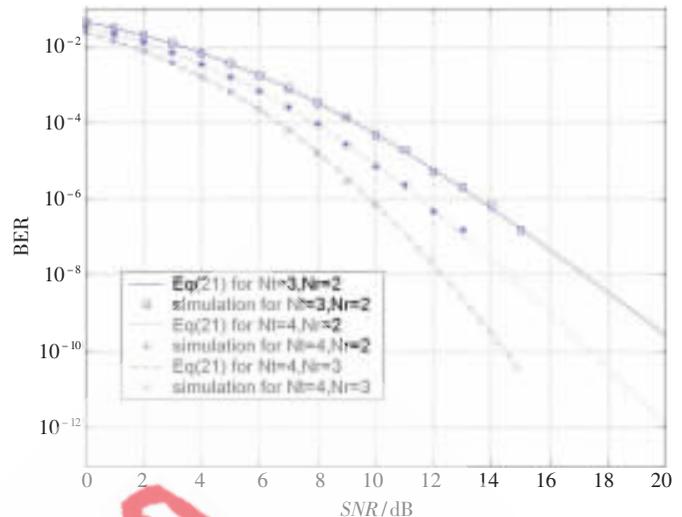


图 1 JT&RAS/STBC, BPSK 精确解和仿真的比较

本文提出了一个简单的联合收发天线选择性算法。在此算法中, 从 N_t 发射天线中选择两根用于发射 Alamouti 码块, 从 N_r 接收天线中选出 1 根最大化接收端信噪比。本文同时给出了此方案在 BPSK 调制下的精确解, 并通过了仿真验证。

参考文献

- [1] MARZETTA T L, HOCHWALD B M. Capacity of a mobile multiple antenna communication link in Rayleigh flat fading. IEEE Trans. Inform. Theory, 1999, 45: 139-157.
- [2] FOSCHINI G J, GANS M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. Wire. Personal Commun., 1998, 6: 311-335.
- [3] TELATAR E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. Eur. Trans. Telecommun., 1999, 10: 585-595.
- [4] ALAMOUTI S M. A simple transmitter diversity scheme for wireless communications. IEEE J. Select. Areas Commun., 1998, 16(8): 1451-1458.
- [5] TAROKH V, JAFARKHANI H, CALDERBANK A R. Space-time block codes from orthogonal designs. IEEE Trans. Inform. Theory, 1999, 45(5): 1456-1467.
- [6] GORE D A, PAULRAJ A J. MIMO antenna subset selection with space time coding. IEEE Trans. on Signal Processing, 2002, 50(10).
- [7] YANG L, QIN J Y. Performance of Alamouti scheme with transmit antenna selection for M-ary signals. IEEE Trans. on Wire. Commun., 2006, 5(12).
- [8] ZENG X N, GHAYEB A. Receive antenna selection for space-time block codes. CCGEI, Niagara Falls, May 2004.
- [9] CHEN Z, YUAN J H, VUCETIC B, et al. Performance of Alamouti Scheme with Transmit Antenna Selection. Electronics Letters, 2003, 39(23).
- [10] SIMON M K, ALOUINI M S. Digital Communication Over

- Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis. New York: Wiley, 2000.
- [11] SHIN H, LEE J H. On the error probability of binary and Mary signals in Nakagami-m fading channels. IEEE Trans. Commun., 2001,52:536-539.
- [12] PROAKIS J G. Digital Communications, 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2000.
- [13] DAVID H A. Order Statistics. New York: Wiley, 1970.
- [14] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of Integrals, Series and Products, 6th ed. San Diego, CA: Academic, 2000.

(收稿日期: 2009-03-05)

