

## 改进的 LMS 算法自适应滤波器的 DSP 实现\*

赵巧红, 曾照福

(湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭 411201)

**摘要:** 分析了变步长 LMS 算法自适应滤波器基本原理, 使用 MATLAB 对其进行仿真, 并应用 SZ-EPP5402 评估板进行了 DSP 实现, 结果表明, 变步长 LMS 算法能够克服固定步长 LMS 算法的矛盾, 具有较快收敛速度与较小稳态误差。

**关键词:** LMS 算法; 自适应滤波器; DSP

中图分类号: TP911.72

文献标识码: A

## DSP realization of improved LMS adaptive filter

ZHAO Qiao Hong, ZENG Zhao Fu

(College of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** This paper analyzed basic principles of variable step size LMS adaptive filter. Based on the simulation in MATLAB firstly, then an implement scheme founded on the hardware platform composed of advanced SZ-EPP5402EVM was presented, the variable step size LMS algorithm can overcome the contradictions of fixed step size LMS algorithm which be proved by simulation results and DSP realization. It has faster convergence rate and smaller steady state error.

**Key words:** LMS algorithm; adaptive filter; DSP

在数字信号处理中, 滤波技术占有极其重要的地位。自适应滤波器是利用前一时间已获得的滤波器参数, 自动地调节、更新现时刻的滤波器参数, 以适应信号和噪声未知的统计特性, 从而实现最优滤波<sup>[1]</sup>。当在未知统计特性的环境下处理观测信号时, 利用自适应滤波器可以获得令人满意的效果, 其性能远超过通用方法所设计的固定参数滤波器。在通信、雷达、声纳、控制工程及生物医学等领域应用广泛。

选择 DSP 完成自适应滤波器的设计, 具有稳定性好、精确度高、不受环境影响、灵活性好等优点。固定步长 LMS 算法滤波器在收敛速度与稳态误差之间存在矛盾, 加快收敛速度的同时也会增大稳态误差。本文使用变步长 LMS 算法对其进行改进, 在 TMS320C5402DSP 芯片上实现了基于固定步长与变步长 LMS 算法的自适应滤波器, 结果表明, 变步长 LMS 算法自适应滤波器性能得到明显改善, 在加大其收敛速度的同时也很好地减小了稳态误差。

## 1 自适应滤波器基本结构和 LMS 算法

## 1.1 自适应滤波器基本结构

自适应滤波器由 2 个分离的部分组成<sup>[2]</sup>: (1) 滤波器, 为完成期望的处理功能而设计; (2) 自适应算法, 调节滤波器系数, 以改进性能。自适应横向型滤波器的结构如图 1 所示。图 1 中  $x(n)$  为输入信号, 通过权系数可调的数字滤波器产生输出信号  $y(n)$ , 将  $y(n)$  与期望信号  $d(n)$  进行比较, 得到误差信号  $e(n)$ 。 $e(n)$  和  $x(n)$  通过自适应算法对滤波器参数进行调整, 按照某种算法准则判断误差信号  $e(n)$  是否达到最小。重复以上过程, 滤波器逐渐掌握了输入信号与噪声规律, 以此为依据调节自身参数, 达到最佳滤波效果。令  $W(n)$  为图 1 中滤波器系数矢量, 即  $W(n)=[W_0(n), W_1(n), \dots, W_N(n)]$ , 则自适应滤波器的输出为:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n)x(n-i) = W^T(n)X(n) \quad (1)$$

$$\text{误差信号为: } e(n) = d(n) - y(n) \quad (2)$$

\* 基金项目: 国家“十一五”科技支撑计划项目(2006BAA01A13)

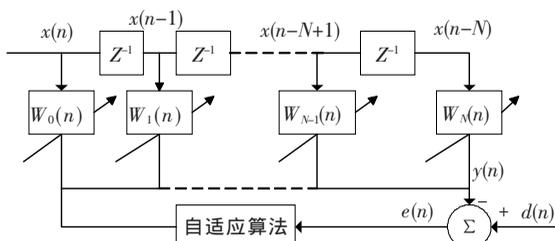


图1 自适应横向型滤波器结构框图

## 1.2 LMS 算法

最常用的判断  $e(n)$  的准则为最小均方算法, 即 LMS 算法。算法的目标是通过调整系数, 使输出误差序列  $e(n)=d(n)-y(n)$  的均方值最小化, 并且根据这个判据来修改权系数<sup>[3]</sup>。其中误差序列的均方值又叫“均方误差” MSE (Mean Square Error), 即:

$$\varepsilon = \text{MSE} = E[e^2(n)] = E[(d(n) - y(n))^2] \quad (3)$$

代入(1)式有:

$$\varepsilon = E[d^2(n)] + W^T(n)RW(n) - 2W^T(n)P \quad (4)$$

式中,  $R = E[x(n)x^T(n)]$  为  $N \times N$  阶输入信号的自相关矩阵;  $P = E[d(n)x(n)]$  为  $N \times 1$  阶期望信号与输入信号的相关矢量。

由式(4)对  $W$  求导, 令  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial W(n)} \Big|_{W(n)=W^*} = 0$ , 假设  $R$  为非奇异矩阵, 得到最佳目标函数的最佳滤波系数为:

$$W^* = R^{-1}P \quad (5)$$

用完整矩阵表示为:

$$\begin{bmatrix} w_0^* \\ w_1^* \\ \dots \\ w_{(N-1)}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_x(0) & \varphi_x(1) & \dots & \varphi_x(N-1) \\ \varphi_x(1) & \varphi_x(0) & \dots & \varphi_x(N-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_x(N-1) & \varphi_x(N-2) & \dots & \varphi_x(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \varphi_{xd}(0) \\ \varphi_{xd}(1) \\ \dots \\ \varphi_{xd}(N-1) \end{bmatrix}$$

其中  $\varphi_x(m) = E[x(n)x(n-m)]$  为  $x(n)$  的自相关值,  $\varphi_{xd}(k) = E[x(n)d(n-k)]$  为  $x(n)$  与  $d(n)$  互相关值。

目标函数  $\varepsilon$  是  $W$  的二次函数, 形成一个碗状抛物面(性能曲面), 此曲面有唯一最低点即为碗底最小点, 自适应滤波系数的起始值位于曲面的某一点, 经过自适应调节, 滤波系数变化, 向碗底最小点移动, 最终到达最小点<sup>[4]</sup>。系数变化按照梯度负方向移动达到最小点的速度最快, 令  $\nabla(n)$  表示  $n$  时刻的  $N \times 1$  维梯度矢量,  $N$  是滤波器系数个数, 自适应滤波器系数矢量的变化与梯度的关系为:

$$W(n+1) = W(n) + \frac{1}{2}\mu[-\nabla(n)] \quad (6)$$

其中,  $\mu$  为正的实常数, 称为自适应步长。对于 LMS 算法,  $\nabla(n)$  为  $E[e^2(n)]$  的斜率。

$$\nabla(n) = \frac{\partial [e^2(n)]}{\partial W(n)} = -2e(n)X(n) \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)得到:

《信息化纵横》2009 年第 9 期

$$W(n+1) = W(n) + \mu e(n)X(n) \quad (8)$$

式(1)、式(2)、式(8)联立即构成 LMS 算法的迭代公式。欲使算法收敛, 步长  $\mu$  必须满足:

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (\lambda_{\max} \text{ 是相关矩阵 } R \text{ 的最大特征值})。$$

初始收敛速度与稳态误差是衡量自适应滤波算法优劣的 2 个重要技术指标<sup>[5]</sup>。减小步长  $\mu$  可减小自适应算法的稳态误差, 但却减慢了算法初始收敛速度; 增大步长  $\mu$  可加快算法收敛速度, 但却增大了稳态误差。因此, 固定步长 LMS 算法在加快算法初始收敛速度与减小稳态误差之间存在矛盾。

## 2 变步长 LMS 算法

为了克服固定步长 LMS 算法收敛速度与稳态误差之间的矛盾, 提出变步长 LMS 自适应算法。即在初始阶段选用较大步长, 使算法有较快初始收敛速度, 随着收敛加深之后采用较小步长来减小稳态误差。本文中变步长  $\mu$  公式为:

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_1 & 0 \leq n < \frac{N}{3} \\ \mu_2 & n \geq \frac{N}{3} \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $N$  为所取采样点数,  $0 < \mu_2 < \mu_1 < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ 。

在变步长 LMS 算法中, 由于  $0 < \mu_2 < \mu_1 < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ , 在此范围内, 变步长 LMS 算法得以收敛, 而由于  $\mu(n)$  是变化的, 在初始阶段选用较大步长  $\mu_1$ , 使得变步长 LMS 算法比固定步长 LMS 算法具有更快的收敛速度。当算法逐渐进入收敛稳定时, 选用较小步长  $\mu_2$ , 使稳态误差随步长减小而减小, 因此, 变步长 LMS 算法具有比固定步长 LMS 算法更小的稳态误差。

## 3 自适应滤波器的 MATLAB 仿真

实验中, 设计一个简单二阶加权自适应横向滤波器, 用单频正弦信号与一个随机噪声进行叠加作为系统输入信号  $x(n)$ , 选取 1 000 个采样点, 根据自适应滤波器迭代方程设计自适应滤波器, 对输入信号  $x(n)$  进行滤波。固定步长 LMS 算法选用步长  $\mu$  为 0.002 6, 变步长 LMS 算法在算法初始 300 个采样点时选取  $\mu_1$  为 0.004 2, 在算法初始收敛逐渐加深后, 后面 700 个采样点选取  $\mu_2$  为 0.002 1。仿真结果如图 2 所示。

从图 2(b)中可以看出, 固定步长 LMS 算法滤波结果在开始阶段收敛速度比较慢, 有较大稳态误差, 算法有待改善。图 2(c)中变步长 LMS 算法滤波结果比固定步长 LMS 算法具有更快初始收敛速度与较小稳态误差, 滤波效果得到明显改善, 滤波性能优于固定步长 LMS 算法。从仿真角度证明了变步长 LMS 算法的优越性与可行性。

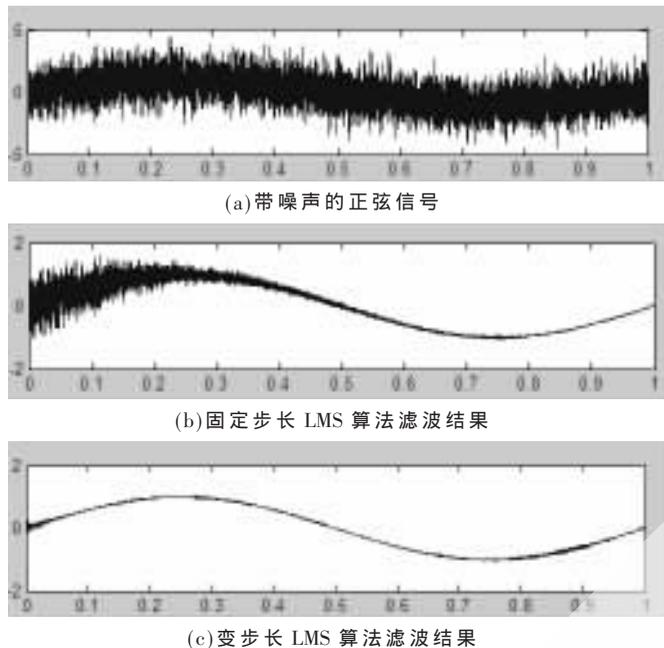


图2 MATLAB 仿真结果

#### 4 自适应滤波器的 DSP 实现

为了提高 LMS 算法的处理速度且减小系统硬件规模, 采用 TI 公司的 TMS320C5402 芯片作为核心芯片实现该算法。该处理器采用程序与数据分开的哈佛体系结构, 片上有 16 KB 存储器, 外部扩展 32 KB 的数据存储器, 64 KB 的程序存储器; 具有高度并行性。用 C 语言实现变步长 LMS 算法子程序流程图如图 3 所示。其中,  $N$  为迭代次数;  $order$  为阶数;  $\mu_1, \mu_2$  为步长;  $count$  为当前采样点;  $NS$  为采样点数。

在图 3 中, 首先输入滤波器迭代次数  $N$ , 步长  $\mu_1, \mu_2$ , 采样点数  $NS$  的值, 初始化滤波器系数矢量  $W(0)$  为零, 定义 2 个指针  $i, j$ , 分别指向滤波器系数阶数  $order$  与当前采样点数  $count$ , 当阶数小于迭代次数  $N$ , 且采样点数小于总采样点数的 1/3 时, 进行迭代运算 1, 此时步长为  $\mu_1$ ; 大于 1/3 时, 进行迭代运算 2, 步长为  $\mu_2$ 。

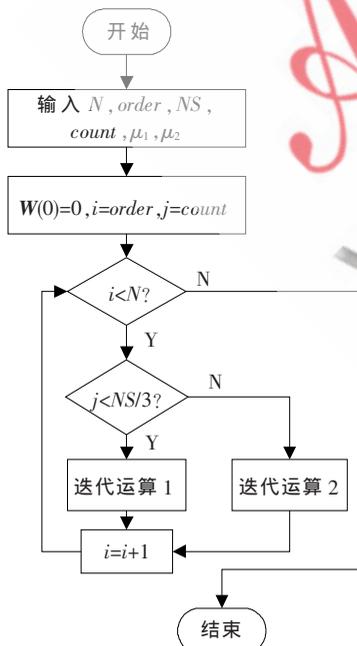


图3 变步长 LMS 算法子程序流程图

声信号叠加作为 30 个系数的自适应滤波器的一个输入信号, 对于每一个时刻  $n$ , 计算自适应滤波器的输出, 误差信号是输出信号与期望信号的差值。固定步长 LMS 算法与变步长 LMS 算法在 SZ-EPP5402 评估板上实现的结果如图 4 所示。



图4 DSP 实现结果

从图 4(b) 中可以看出, 在滤波初始阶段, 滤波结果不明显, 输入的叠加信号经过自适应滤波器后, 在初始阶段噪声没有得到明显抑制, 存在较大稳态误差, 收敛速度比较慢, 收敛速度和稳态误差都有待改善。从图 4(c) 中可以看出, 在滤波初始阶段, 稳态误差已得到明显改善, 有较小稳态误差, 初始收敛速度也有所加快, 输入的叠加信号经过自适应滤波器后, 噪声得到明显抑制, 滤波性能明显优于固定步长 LMS 算法, 具有较快收敛速度与较小稳态误差, 很好地克服了固定步长存在的矛盾。

初始收敛速度与稳态误差是衡量自适应滤波算法性能优劣的 2 个重要技术指标。本文通过对固定步长和变步长 LMS 算法自适应滤波器进行 MATLAB 仿真与 DSP 实现, 比较二者结果, 证明了变步长 LMS 算法能够保证较快的收敛速度与较小的稳态误差, 并能有效去除不相关的独立噪声干扰, 克服固定步长在增大初始收敛速度与减小稳态误差之间存在的矛盾, 优化了自适应滤波器的性能, 滤波效果明显。

参考文献

- [1] SHIREEN W, TAO L I.A DSP-based active power filter for low voltage distribution systems[J].Electric Power Systems Research, 2008, 78: 1561-1567.
- [2] 吕振肃,熊景松.一种改进的变步长 LMS 自适应算法[J].信号处理, 2008, 24(1): 144-146.
- [3] KUKRER O, HOCANIN A.Frequency -response -shaped LMS adaptive filter[J].Digital Signal Processing, 2006, 16: 855-869.
- [4] 叶永生,余容桂,吴霄.一种新的自适应最小均方算法及其应用研究[J].电测与仪表, 2008, 45(7): 19-22.
- [5] 张会生,闫学斌,秦勇,等.LMS 算法自适应滤波器的 DSP 实现[J].通信技术, 2006(10): 72-73.

(收稿日期: 2009-02-07)

