

基于障碍 Lyapunov 函数的多智能体系统误差约束同步

吴慕兰

(中国科学技术大学 自动化系, 安徽 合肥 230026)

摘要: 带误差约束的多智能体同步除了要求多智能体的状态同步以外, 同时还要求同步误差受给定的界约束。针对期望实现误差约束的未知非线性领航-追随者多智能体系统, 提出了一种分布式神经自适应同步控制方法。首先利用神经网络近似智能体动力学方程中的未知非线性项, 提出了一种新的分布式障碍 Lyapunov 函数来限制同步误差, 然后根据所提出的障碍 Lyapunov 函数, 通过稳定性分析推导出分布式自适应控制律。最后给出了一个仿真实例, 验证了利用所提出的控制律可以实现同步误差约束。

关键词: 多智能体系统; 同步误差约束; 自适应控制; 神经网络; 障碍 Lyapunov 函数

中图分类号: TP273

文献标识码: A

DOI: 10.19358/j.issn.2096-5133.2020.06.014

引用格式: 吴慕兰. 基于障碍 Lyapunov 函数的多智能体系统误差约束同步[J]. 信息技术与网络安全, 2020, 39(6): 73-79.

Synchronization of multi-agent systems with error constraints based on barrier Lyapunov function

Wu Mulan

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: Synchronization of multi-agent systems with error constraints requires that the states of agents synchronize, meanwhile the synchronization error is required to be confined by a predefined bound. This paper proposes a distributed neuro-adaptive control for synchronization of the leader-follower multi-agent systems with error constraints, where both the leader and the followers are governed by unknown nonlinear dynamics. To solve the problem of synchronization error constraints, neural networks are employed to approximate the unknown nonlinearities of the system dynamics, and a novel distributed barrier Lyapunov function (DBLF) is developed to confine the synchronization errors. Then distributed neuro-adaptive control protocols are derived based on the Lyapunov stability analysis, in which the Lyapunov function is defined in terms of the proposed DBLF. A simulation example is finally provided to verify that the synchronization error constraints can be realized by employing the proposed control protocols.

Key words: multi-agent systems; synchronization error constraints; adaptive control; neural network; barrier Lyapunov function

0 引言

近年来,多智能体系统由于在编队控制、无线传感器、机器人协作装备等领域的广泛应用而受到越来越多的关注。作为多智能体系统研究中的基础问题,同步指所有智能体在某些变量例如位置或速度上达到一致的动态过程。目前存在的有关同步问题的主要工作分为两类:一类是无领航者的同步问题^[1],一类是领航-追随者同步问题^[2],并且其中大多数工作是关于线性系统的。但是在实际情况中系统不可避免地会出现各种非线性和不确定性项,因此未知非线性多

智能体系统的同步已成为一个研究的热点。

由于神经网络方法^[3-4]具有可以从样本集学习复杂映射的能力,其可以在线学习对未知非线性动力学系统的识别。基于神经网络固有的非线性逼近能力和内在的自适应学习特征,原始的控制问题常常可以转化为神经网络自适应控制问题^[5-6]。这类控制策略能保证系统的一致性误差最终可以稳定在一个较小的界内,其大小取决于模型中的一些显式参数和未知但有界的项,然而并没有系统的方法去计算这些上界,因此无法去准确地评估最终的稳

定状态性能。同时,不确定性使得控制过程中误差的收敛速度也难以准确地评估。实际控制过程中,希望系统在各项参数设计好后满足给定的稳态性能和瞬态性能,即系统的误差最终收敛到给定的较小的界内,同时收敛的速度不小于给定的值。KATSOUKIS T等通过使用预设性能控制的方法来实现这一同步误差约束^[7],其最终目标是使得每个智能体的同步误差严格地在预设区域内演化。关键思想是通过转换后的同步误差将每个智能体的约束误差放宽为不受约束的误差,但是转换后的误差会增加需要处理的变量的数量且控制效果不稳定。

本文采用障碍 Lyapunov 函数方法^[8]解决误差约束问题从而避免引入转换误差,设计了新的分布式障碍 Lyapunov 用以研究多智能体系统问题,实验结果表明同步误差能够被严格限制在预设范围内演化。

1 预备知识

1.1 图论

考虑一个带权重的有向图 $G=(V, E)$, 其中 $V=\{1, 2, \dots, N\}$ 为 N 个节点组成的集合, $E \subseteq V \times V$ 为边集。边 $(j, i) \in E$ 意味着节点 i 能从节点 j 接收信息。记邻接矩阵为 $A=[a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$, a_{ij} 表示连接权重。如果 $(j, i) \in E$ 则 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。并且假设图中无自连, 即 $a_{ij} = 0$ 。定义节点 i 的邻居集合为 $N_i = \{j: (j, i) \in E\}$ 。记入度矩阵为 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$, 其中 $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$ 为指向节点 i 的有向边的权重和。记拉普拉斯矩阵为 $L = D - A$, 易见其行和为 0。此外, 从节点 i_1 到 i_n 的一条有向路径由边序列 $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{n-1}, i_n) \subset E$ 表示, 它的存在表明信号可以从节点 i_1 流入 i_n 。如果一个有向图中存在一个节点, 从该节点到其他所有节点都存在有向路径, 则该有向图包含一棵生成树, 且称该节点为这棵树的根节点^[9]。

1.2 投影算子

投影运算常被用于自适应控制中约束被估计的参数, 下面给出一类投影算子的定义。

对于 N 维实向量 $\theta, y \in \mathbf{R}^N$, 投影算子 Proj 的定义如下:

$$\text{Proj}(\theta, y) \triangleq \begin{cases} y - \frac{\varphi'(\theta)\varphi^T(\theta)y}{\varphi^T(\theta)\varphi(\theta)}\varphi(\theta), & \varphi(\theta) \geq 0, \varphi^T(\theta)y > 0 \\ y, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中标量函数 $\varphi: \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$ 是一个连续的凸函数, $\varphi'(\theta)$ 是 $\varphi(\theta)$ 关于 θ 的偏导数。

定义凸集合 $\Omega_0 \triangleq \{\theta \in \mathbf{R}^N | \varphi(\theta) \leq 0\}$ 以及 $\Omega_1 \triangleq \{\theta \in \mathbf{R}^N | \varphi(\theta) \leq 1\}$ 。由文献[10]可知, 在上文定义的投影算子 $\text{Proj}(\theta, y)$ 和初始值 $\theta(t=0) = \theta_0 \in \Omega_1$ 下, θ 永远不会超出集合 Ω_1 。同时对于任意的 $\theta^* \in \Omega_0$ 和任意的 $y \in \mathbf{R}^N$, 下面的不等式成立:

$$(\theta - \theta^*)^T [\text{Proj}(\theta, y) - y] \leq 0 \quad (2)$$

2 问题描述

给定一个由 N 个追随者和一个标记为 0 的领航者组成的多智能体系统。第 i 个追随者的动力学方程如下:

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + u_i + \delta_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

其中, $x_i \in \mathbf{R}$ 是追随者 i 的状态, $u_i \in \mathbf{R}$ 表示施加在追随者 i 上的控制输入, $\delta_i \in \mathbf{R}$ 是外界干扰因素, $f_i(x_i) \in \mathbf{R}$ 是满足局部 Lipschitz 条件的非线性函数。

领航者根据以下动力学方程演变:

$$\dot{x}_0 = f(x_0, t) \quad (4)$$

其中 $x_0 \in \mathbf{R}$ 是领航者的状态。

定义追随者之间的通信拓扑为有向图 $G=(V, E)$, 此外用 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ 表示领航者的邻接矩阵, b_i 代表连接权重。对于智能体 $i, i=1, 2, \dots, N$, 若追随者能获取领航者的信息则连接权重 $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$ 。追随者和领航者之间的增广图可以表示为 $\bar{G}=(\bar{V}, \bar{E})$, 其中 $\bar{V} = \{0\} \cup V, \bar{E} \subseteq \bar{V} \times \bar{V}$ 。在本文中, 假设追随者和领航者之间的通信图 \bar{G} 包含有向生成树, 其根节点为领航者节点。

本文的目的在于实现多智能体的同步, 同时同步误差限定在给定的范围内以满足预期的瞬态和稳态性能。为此, 定义了邻居同步误差:

$$e_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i - x_j) + b_i(x_i - x_0), i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

和与时间有关的性能函数:

$$\rho_i(t) = (\rho_{i0} - \rho_{i\infty}) \exp(-m_i t) + \rho_{i\infty}, i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

其中 $\rho_{i0}, \rho_{i\infty}, m_i$ 是根据初始条件和期望性能选择的合适参数, 期待达到的误差约束可以通过以下不等式说明:

$$|e_i(t)| < \rho_i(t), i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

即希望误差 e_i 的最大超调量不超过 ρ_{i0} , 最终收敛值小于 $\rho_{i\infty}$, 收敛的速率不小于 m_i 。

3 主要结果

3.1 人工神经网络

人工神经网络是一类模拟生物神经元功能搭建的数学模型,当被控对象具有非线性特性时,神经网络可以利用其固有的逼近能力对被控对象进行在线辨识,根据辨识结果实时调整权值^[4-5]。给定紧集 $\Omega_i \in \mathbf{R}$ 和任意一个正常数 ε_i , 存在神经网络 $W_i^T S_i(x_i)$ 近似智能体的非线性函数 $f_i(x_i)$, 其形式如下:

$$f_i(x_i) = W_i^T S_i(x_i) + \varepsilon_i, i=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

其中神经元的个数为 v_i , $W_i \in \mathbf{R}^{v_i}$ 是一个未知的理想权重列向量, 其定义如下:

$$W_i = \arg \min_{W_i \in \mathbf{R}^{v_i}} \left\{ \sup_{x_i \in \Omega_i} |f_i(x_i) - W_i^T S_i(x_i)| \right\} \quad (9)$$

其中 $S_i(x_i) \in \mathbf{R}^{v_i}$ 是一组基函数向量, 多种类型的基函数如 sigmoid 函数、高斯函数都可以使用在神经网络中^[5]。

真实的权重向量 W_i 值常常难以获得, 采用估计值 \hat{W}_i 代替 W_i , $\hat{f}_i(x_i) = \hat{W}_i^T S_i(x_i)$ 代替 $f_i(x_i)$, 则有:

$$f_i(x_i) - \hat{f}_i(x_i) = \tilde{W}_i^T S_i(x_i) + \varepsilon_i, i=1, 2, \dots, N \quad (10)$$

其中真实值与估计值的误差向量 $\tilde{W}_i = W_i - \hat{W}_i$ 。

3.2 分布式障碍 Lyapunov 函数

障碍 Lyapunov 函数是自适应控制系统中常用来限制变量的工具。它是一类定义在包含原点的开区域上的标量函数, 一旦变量趋向于给定的边界, 障碍 Lyapunov 函数便会趋向于无穷大。若能够设计合理的控制器保证障碍 Lyapunov 函数是有界的, 那么变量就会永远限制在给定的区域。在介绍分布式障碍 Lyapunov 函数之前, 先给出一个相关的正定矩阵性质^[11]。

令 $(L+B)$ 是一个非奇异 M -矩阵。定义向量

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_N]^T = (L+B)^{-1} I_N$$

和矩阵

$$\begin{aligned} P &= \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_N\} \\ &= \text{diag}\{1/q_1, 1/q_2, \dots, 1/q_N\} \end{aligned}$$

那么矩阵 P 是正定的, 同时定义矩阵 Q 为

$$Q = P(L+B) + (L+B)^T P$$

可以得到矩阵 Q 也是正定的。

对于上文给定的邻居同步误差 e_i , 接下来给出相应的分布式障碍 Lyapunov 函数 $\phi(e) \in \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}_+$ 的表

达形式如下:

$$\phi(e) = \sum_{i=1}^N \phi_i(e_i) \quad (11)$$

其中 e 为邻居同步误差 e_i 组成的列向量, 即 $e = [e_1, e_2, \dots, e_N]^T$, 并且有:

$$\phi_i(e_i) = \frac{p_i e_i^2}{\rho_i(t) - |e_i|}, i=1, 2, \dots, N \quad (12)$$

$\phi(e)$ 对时间 t 求导可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(e)}{dt} &= \sum_{i=1}^N \frac{d\phi_i(e_i)}{dt} \\ &= 2 \sum_{i=1}^N \phi_{\dot{a}_i}(e_i) p_i e_i \dot{e}_i - 2 \sum_{i=1}^N Y_{\dot{a}_i}(e_i) p_i e_i^2 \\ &= 2e^T \Phi_d(e) P \dot{e} - 2e^T Y_d(e) P e \end{aligned} \quad (13)$$

其中矩阵

$$\Phi_d(e) = \text{diag}\{\phi_{\dot{a}_1}(e_1), \phi_{\dot{a}_2}(e_2), \dots, \phi_{\dot{a}_N}(e_N)\}$$

矩阵对角元素

$$\phi_{\dot{a}_i}(e_i) = \frac{\rho_i(t) - \frac{1}{2}|e_i|}{(\rho_i(t) - |e_i|)^2} > 0, i=1, 2, \dots, N$$

矩阵

$$Y_d(e) = \text{diag}\{Y_{d1}(e_1), Y_{d2}(e_2), \dots, Y_{dN}(e_N)\}$$

矩阵对角元素

$$Y_{d_i}(e_i) = \frac{\frac{1}{2} \dot{\rho}_i(t)}{(\rho_i(t) - |e_i|)^2} < 0, i=1, 2, \dots, N$$

3.3 基于 DBLF 的自适应控制律设计

基于前面提出的分布式障碍 Lyapunov 函数, 接下来给出第 i 个追随者的控制律如下:

$$u_i = -c e_i - \hat{W}_i^T S_i(x_i), i=1, 2, \dots, N \quad (14)$$

其中控制增益 $c > 0$ 。基于定理 1 的稳定性分析, 局部神经网络的权重更新律如下:

$$\dot{\hat{W}}_i = \text{Proj}(\hat{W}_i, R_i S_i(x_i) e_i \phi_{\dot{a}_i}(e_i) p_i (d_i + b_i)) \quad (15)$$

其中 d_i, b_i 和 p_i 定义分别如上文矩阵 D, B 和 P 所示, 矩阵 $R_i = \Pi_i I_{v_i} \in \mathbf{R}^{v_i \times v_i}$, 待设计的参数 $\Pi_i > 0$ 。1.2

小节投影算子 Proj 定义中的 θ 对应这里的 \hat{W}_i , y 对应这里的 $R_i S_i(x_i) e_i \phi_{\dot{a}_i}(e_i) p_i (d_i + b_i)$ 。

式(14)的紧凑形式可以写成:

$$u = -c e - \hat{W}^T S(x) \quad (16)$$

其中控制输入列向量 $u = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$, 状态列向量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$, 基函数列向量 $S(x) = [S_1^T(x_1),$

$S_2^T(x_2), \dots, S_N^T(x_N)]^T$, 神经网络权重估计值对应的矩阵 $\hat{W} = \text{diag}[\hat{W}_1^T, \hat{W}_2^T, \dots, \hat{W}_N^T]^T$ 。

式(3)的紧凑形式可以表示为:

$$\dot{x} = f(x) + u + \delta \quad (17)$$

其中未知非线性列向量 $f(x) = [f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_N(x_N)]^T$, 干扰列向量 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N]^T$ 。相对应地定义一个与领导者状态 x_0 有关的向量 $x_0 = x_0 \mathbf{I}_N \in \mathbf{R}^N$, 相关的微分方程:

$$\dot{x}_0 = \underline{f}(x_0, t) \quad (18)$$

其中 $\underline{f}(x_0, t) = f(x_0, t) \mathbf{I}_N \in \mathbf{R}^N$ 。因此式(5)的紧凑形式可以表示为:

$$e = (L+B)(x-x_0) \quad (19)$$

式(19)对时间 t 求导可以得到:

$$\dot{e} = (L+B)[f(x) - \underline{f}(x_0, t) + u + \delta] \quad (20)$$

将式(16)代入式(20)得到:

$$\dot{e} = (L+B)(-ce + \hat{W}^T S(x) + \varepsilon + \delta - \underline{f}(x_0, t)) \quad (21)$$

其中全局神经网络权重真实值与估计值的误差矩阵 $\tilde{W} = W - \hat{W}$ 。

在给出定理 1 之前, 对系统有如下假设:

(1) 与领航者有关的未知函数向量 $\underline{f}(x_0, t)$ 有界。

即 $\|\underline{f}(x_0, t)\| \leq F_M$ 。

(2) 各个多智能体干扰量组成的列向量 δ 有界, 即 $\|\delta\| \leq \delta_M$ 。

(3) 神经网络基函数向量满足 $\|S(x)\| \leq S_M$, 权重估计值矩阵满足 $\|W\|_F \leq W_M$, 神经网络近似误差满足 $\|\varepsilon\| \leq \varepsilon_M$ 。

定理 1: 考虑由式(3)、式(4)定义的多智能体系统, 其通信拓扑包含一棵以领航者为根节点的有向生成树。已知 $|e_i(0)| < \rho_{i0}, i=1, 2, \dots, N, \rho_i(t)$ 是如前文所提到的性能函数(6), 并且有:

$$\rho_i(t) \geq (\rho_{i0} - \rho_{i\infty}) \exp(-\gamma ct), i=1, 2, \dots, N \quad (22)$$

其中 $\gamma = \alpha \frac{\sigma(P(L+B))}{\bar{\sigma}(P)}$, 常值 α 满足 $0 < \alpha < 1$ 。采取

式(14)提出的自适应控制律以及神经网络权重更新规则(15)和相应的分布式障碍 Lyapunov 函数(11), 那么局部邻居同步误差 $|e_i(t)| < \rho_i(t), i=1, 2, \dots, N$, 并且所有的追随者状态和领航者状态 x_0 同步。

证明: 考虑一个在集合 $D_\rho \times \mathbf{R}^{n \times N}$ 上定义的 Lyapunov 函数 $V: D_\rho \times \mathbf{R}^{n \times N} \rightarrow \mathbf{R}_+$ 如下:

$$V = \frac{1}{2} \phi(e) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \tilde{W}_i^T R_i^{-1} \tilde{W}_i \quad (25)$$

其中, $D_\rho \triangleq \{e | e = [e_1, e_2, \dots, e_i], e_i \in (-\rho_i(t), \rho_i(t))\}, \phi(e)$ 是分布式障碍 Lyapunov 函数(11), \tilde{W}_i 是神经网络权重估计误差向量, R_i 是神经网络权重更新律(15)中的对角矩阵。利用 Frobenius 范数, 式(25)可以写成:

$$V = \frac{1}{2} \phi(e) + \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{W}^T R^{-1} \tilde{W}\} \quad (26)$$

其中 $R = \text{diag}\{R_1, R_2, \dots, R_N\}$ 。式(26)关于时间 t 的导数为:

$$\dot{V} = e^T \Phi_d(e) P \dot{e} - e^T Y_d(e) P e + \text{tr}\{\tilde{W}^T R^{-1} \dot{\tilde{W}}\} \quad (27)$$

将式(21)代入式(25)得到:

$$\dot{V} = e^T \Phi_d(e) P (L+B) [-ce + \tilde{W}^T S(x) + \varepsilon + \delta - \underline{f}(x_0, t)] -$$

$$e^T Y_d(e) P e + \text{tr}\{\tilde{W}^T R^{-1} \dot{\tilde{W}}\}$$

$$= -ce^T \Phi_d(e) P (L+B) e - e^T Y_d(e) P e$$

$$+ e^T \Phi_d(e) P (L+B) [\varepsilon + \delta - \underline{f}(x_0, t)]$$

$$+ \text{tr}\{\tilde{W}^T R^{-1} (\dot{\tilde{W}} + RS(x) e^T \Phi_d(e) P (L+B))\}$$

$$- \text{tr}\{\tilde{W}^T S(x) e^T \Phi_d(e) P A\} \quad (28)$$

应用神经网络权重更新规则(15)以及相关性(2), 可以得到:

$$(W_i - \hat{W}_i)^T R_i^{-1} [-\dot{\hat{W}}_i + R_i S_i(x_i) e_i \phi_{d_i}(e_i) p_i (d_i + b_i)] \leq 0$$

因此由式(28)得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -ce^T \Phi_d(e) P (L+B) e - e^T Y_d(e) P e \\ & + e^T \Phi_d(e) P (L+B) [\varepsilon + \delta - \underline{f}(x_0, t)] \\ & - \text{tr}\{\tilde{W}^T S(x) e^T \Phi_d(e) P A\} \end{aligned} \quad (29)$$

令 $\alpha + \beta = 1, 0 < \alpha < 1$, 那么不等式(29)可以写成:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -(\alpha + \beta) ce^T \Phi_d(e) P (L+B) e - e^T Y_d(e) P e \\ & + e^T \Phi_d(e) P (L+B) [\varepsilon + \delta - \underline{f}(x_0, t)] \\ & - \text{tr}\{\tilde{W}^T S(x) e^T \Phi_d(e) P A\} \\ \leq & -\alpha ce^T \Phi_d(e) P (L+B) e - e^T Y_d(e) P e \\ & - \beta ce^T \Phi_d(e) P (L+B) e + e^T \Phi_d(e) P (L+B) [\varepsilon + \delta - \\ & \underline{f}(x_0, t)] - \text{tr}\{\tilde{W}^T S(x) e^T \Phi_d(e) P A\} \end{aligned} \quad (30)$$

取 $\gamma = \alpha \frac{\sigma(P(L+B))}{\bar{\sigma}(P)}$ 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\gamma c e^T \Phi_d(e) P e - e^T Y_d(e) P e \\ & -\beta c e^T \Phi_d(e) P(L+B) e + e^T \Phi_d(e) P(L+B) [\varepsilon + \delta - \\ & \underline{f}(x_0, t)] - \text{tr}\{\tilde{W}^T S(x) e^T \Phi_d(e) P A\} \\ = & -e^T [\gamma c \Phi_d(e) + Y_d(e)] P e - \beta c \Phi_d(e) P(L+B) e \\ & + e^T \Phi_d(e) P(L+B) [\varepsilon + \delta - \underline{f}(x_0, t)] \\ & - \text{tr}\{\tilde{W}^T S(x) e^T \Phi_d(e) P A\} \end{aligned} \quad (31)$$

利用式(13), 式(31)中的 $\gamma c \Phi_d(e) + Y_d(e)$ 可以写成对角阵的形式:

$$\begin{aligned} \gamma c \Phi_d(e) + Y_d(e) = & \text{diag}\{\gamma c \phi_{\bar{a}_i}(e_i) + Y_{\bar{a}_i}(e_i)\}, \\ & i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (32)$$

其中对角元素:

$$\gamma c \phi_{\bar{a}_i}(e_i) + Y_{\bar{a}_i}(e_i) = \frac{\gamma c \rho_i(t) - \frac{1}{2} \gamma c |e_i| + \frac{1}{2} \dot{\rho}_i(t)}{(\rho_i(t) - |e_i|)^2} \quad (33)$$

由 $\rho_i(t) \geq (\rho_{i0} - \rho_{i\infty}) \exp(-\gamma c t)$ 可以得知,

$$\gamma c \rho_i(t) - \frac{1}{2} \gamma c |e_i| + \frac{1}{2} \dot{\rho}_i(t) \geq 0$$

这确保了

$$\gamma c \rho_i(t) - \frac{1}{2} \gamma c |e_i| + \frac{1}{2} \dot{\rho}_i(t) > 0$$

那么立即能够得到 $\gamma c \phi_{\bar{a}_i}(e_i) + Y_{\bar{a}_i}(e_i) > 0, i=1, 2, \dots, N$ 。因此 $\gamma c \Phi_d(e) + Y_d(e) > 0$, 不等式(31)可以放缩为:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\beta c e^T \Phi_d(e) P(L+B) e - e^T \Phi_d(e) P(L+B) [\varepsilon + \delta - \\ & \underline{f}(x_0, t)] + \text{tr}\{\tilde{W}^T S(x) e^T \Phi_d(e) P A\} \end{aligned} \quad (34)$$

则由函数向量 $\underline{f}(x_0, t)$ 、干扰量向量 δ 以及神经网络中各项有界可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \frac{1}{2} \beta c \|\Phi_d\|_F \underline{\sigma}(Q) \|e\|^2 + \\ & \|e\| \|\Phi_d\|_F \bar{\sigma}(P) \bar{\sigma}(L+B) B_M \\ & + \tilde{W}_M \|e\| S_M \|\Phi_d\|_F \bar{\sigma}(P) \bar{\sigma}(A) \\ \leq & -\frac{1}{2} \beta c \|\Phi_d\|_F \underline{\sigma}(Q) \|e\|^2 \\ & + \|\Phi_d\|_F [\bar{\sigma}(P) \bar{\sigma}(L+B) B_M \\ & + \tilde{W}_M S_M \bar{\sigma}(P) \bar{\sigma}(A)] \|e\| \end{aligned} \quad (35)$$

其中 $\tilde{W}_M = \hat{W}_M + W_M, B_M = \varepsilon_M + \delta_M + F_M$ 。

因此, $\dot{V} \leq 0$ 的充分条件为:

$$\|e\| \geq \frac{2[\bar{\sigma}(P) \bar{\sigma}(L+B) B_M + \tilde{W}_M S_M \bar{\sigma}(P) \bar{\sigma}(A)]}{\beta c \underline{\sigma}(Q)} \quad (36)$$

利用初始条件 $|e_i(0)| < \rho_{i0}, |e_i(t)| < \rho_i(t) \forall t \geq 0$ 可

以由文献[8]中引理 1 得到。

证毕。

4 仿真研究

为了验证所提出的的分布式自适应控制律的有效性, 本文考虑图 1 所示的通信拓扑, 其包含 5 个跟随者和一个领航者, 通信拓扑包含一棵以领航节点为根节点的有向生成树, 边的权重都设为 1。

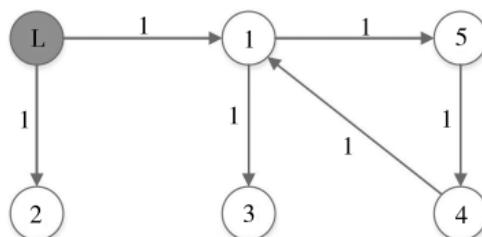


图 1 多智能体系统的通信拓扑

跟随者节点的动力学由 $\dot{x}_1 = x_1^3 + u_1 + \delta_1, \dot{x}_2 = x_2^2 + u_2 + \delta_2, \dot{x}_3 = x_3 + u_3 + \delta_3, \dot{x}_4 = x_4 + u_4 + \delta_4, \dot{x}_5 = x_5^5 + u_5 + \delta_5$ 控制, 所有节点的扰动量 δ_i 满足相同的分布 $0.2 \times \text{randn}(1) \times \sin(t)$ 。在仿真中, 跟随节点的初始状态设为 $x_i(0) = 0$, 领航者的状态值 x_0 恒等于 2。

首先, 考虑文献[4]中提出的分布式自适应控制律:

$$u_i = -c e_i - \hat{W}_i^T S_i(x_i), i=1, 2, \dots, 5 \quad (37)$$

其神经网络权重更新律为:

$$\dot{\hat{W}}_i = F_i S_i(x_i) e_i^T p_i(d_i + b_i) - \kappa F_i \hat{W}_i, i=1, 2, \dots, 5 \quad (38)$$

其中, 参数 $F_i = 1500, c = 225, \kappa = 0.01$, 此外第 i 个节点的神经元的个数选择为 $v_i = 3$ 。系统状态和局部邻域同步误差如图 2、图 3 所示。

接下来, 采用本文提出的基于 DBLF 的自适应控

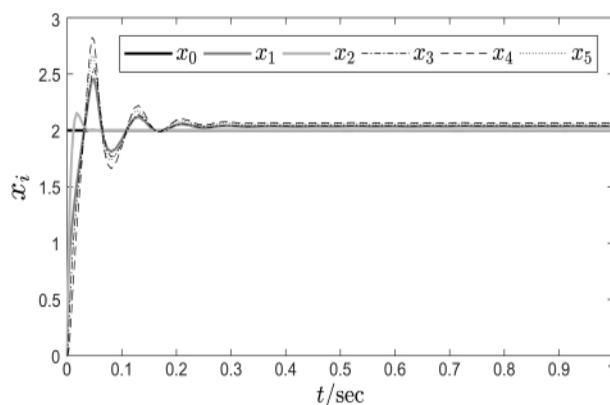


图 2 采用控制律(23)和神经网络权重更新律(24)时的状态值

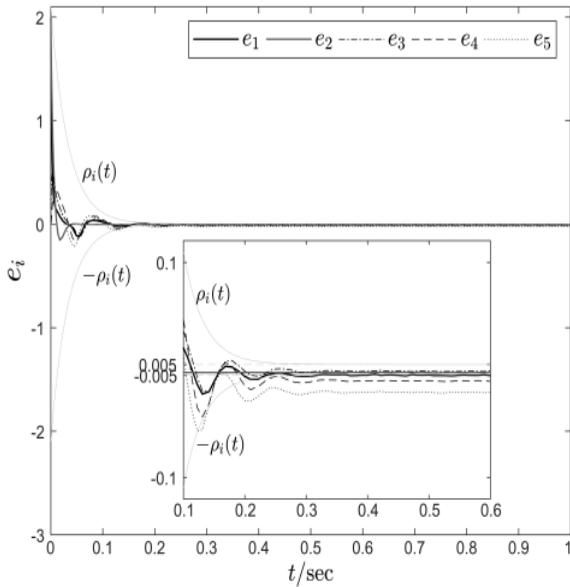


图 3 采用控制律(14)和神经网络权重更新律(15)时的状态值制律。参数 $\Pi_i=150$, $c=225$, DBLF 的参数为 $\rho_{i0}=2.1$, $\rho_{i\infty}=0.005$ 和 $m_i=30$, 即:

$$\rho_i(t) = (2.1 - 0.005) \times \exp(-30t) + 0.005, i = 1, 2, \dots, 5$$

使用本文的自适应控制律的系统状态和局部邻居同步误差如图 4 和图 5 所示。

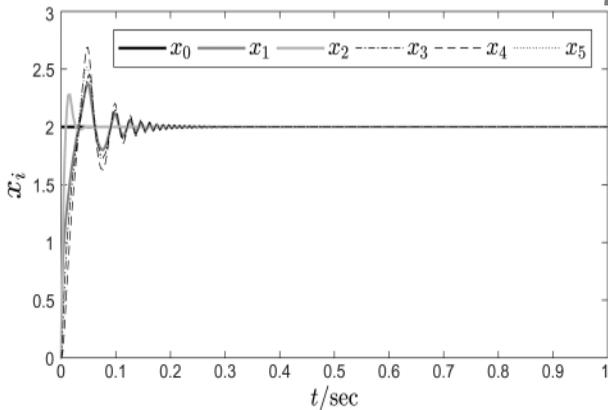


图 4 采用控制律(23)和神经网络权重更新律(24)时的误差值

图 2 和图 3 表明最终跟随者们能够跟随领导者的状态值。但是在图 5 中, $|e_i(t)| < \rho_i(t)$ 表明系统实现了误差约束。相比之下, 控制协议(23)只能确保误差是一致有界的, 上界的大小却无法确定。如图 4 所示, 其同步误差 $e_i(t)$ 可能会超出规定性能函数 $\rho_i(t)$ 或 $-\rho_i(t)$ 。

5 结论

本文研究了领航-追随者多智能体的同步误差限制问题, 其中智能体动力学具有未知的非线性和

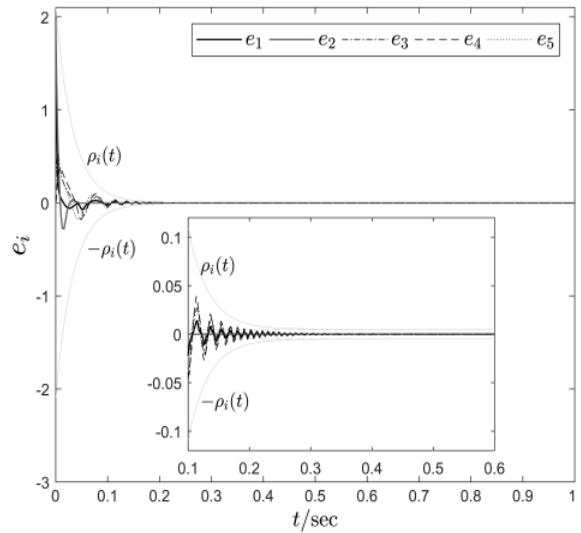


图 5 采用控制律(14)和神经网络权重更新律(15)时的状态值不确定的干扰。为了实现同步误差约束, 本文开发了一种新颖的分布式障碍 Lyapunov 函数, 然后提出了基于分布式障碍 Lyapunov 函数的神经自适应控制律。最后用仿真实例证明了所提出协议的有效性。

参考文献

- [1] 王芳, 陈鑫, 何勇, 等. 联合连通条件下的二阶多智能体系统有限时间一致性控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(7): 981-986.
- [2] 杨洪勇, 田生文, 张嗣瀛. 具有领航者的时延多智能体系统的一致性[J]. 电子学报, 2011(4): 146-150.
- [3] 张健欣, 郭宁. 基于神经网络的非线性系统自适应控制综述[J]. 内蒙古电大学刊, 2007(12): 49-50.
- [4] 冯莉颖, 任怀庆. 基于 Lyapunov 稳定性的自适应神经网络控制方案[J]. 吉林师范大学学报(自然科学版), 2017, 38(2): 130-133.
- [5] DAS A, LEWIS F L. Distributed adaptive control for synchronization of unknown nonlinear networked systems[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2014-2021.
- [6] LIU Z, SU L, JI Z. Neural network observer-based leader-following consensus of heterogeneous nonlinear uncertain systems[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2018, 9(18): 1435-1443.
- [7] KATSOUKIS I, ROVITHAKIS G A. Leader-follower tracking with prescribed transient and steady state performance guarantees for a class of unknown nonlinear multi-agent systems[C]. Processing of 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation. Torre molinos, Spain, 2015: 1027-1032.

- [8] TEE K P, GE S S, TAY F E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. Automatica, 2009, 45(4): 918-927.
- [9] REN W, BEARD R W. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control[M]. London: Springer, 2008.
- [10] LAVRETSKY E, GIBSON T E. Projection operator in adaptive systems[J]. arXiv: 1112.4232v5, 2012.
- [11] QU Z. Cooperative control of dynamical systems: Applications to autonomous vehicles[M]. New York: Springer, 2009.

(收稿日期: 2020-03-31)

作者简介:

吴慕兰(1996-), 通信作者, 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 非线性多智能体系统一致性、自适应控制。
E-mail: wml048@mail.ustc.edu.cn。

电子技术应用“射频微波主题宣传季”帷幕即将拉开

为了全面系统地介绍微波射频领域的最新研究成果, 展示射频微波领域的最新技术与产品, 促进射频微波领域产学研用各界的交流, 《电子技术应用》杂志、《信息技术与网络安全》杂志、ChinaAET 网站拟于 2020 年 7 月~9 月共同举办“射频微波主题宣传季”活动。

作为国内射频微波领域重要的媒体平台, 《电子技术应用》杂志及网站聚集了一大批优秀的射频与微波技术工程师及研发人员, 影响力贯穿整个射频微波产业链。本次活动, 旨在搭建射频微波电路、模块与通信系统的企业及科研院所的研究人员探讨新技术的交流平台。

活动期间, 围绕“5G 通信”“低小慢飞行器设计与防御”、“高精度室内定位”等射频与微波领域的热点方向, 主办方将推出形式多样、内容丰富的系列活动, 全面介绍射频微波领域的学术研究成果、最新技术及产业动向、新产品及应用。活动内容包括期刊“射频与微波”特约技术专栏、ChinaAET.com 网站“射频微波”专题、“RFMW 论坛”系列线上直播等, 并将于 8 月在成都举办“2020 中国西部射频微波技术研讨会”。

活动主站: <http://ec.chinaaet.com/show/rf2020/>, 期待射频微波领域的从业人员大力关注与参与!

活动联系人: 王伟(电话 010-62311179; Email: wangw@chinaaet.com)。

版权声明

经作者授权，本论文版权和信息网络传播权归属于《信息技术与网络安全》杂志，凡未经本刊书面同意任何机构、组织和个人不得擅自复印、汇编、翻译和进行信息网络传播。未经本刊书面同意，禁止一切互联网论文资源平台非法上传、收录本论文。

截至目前，本论文已经授权被中国期刊全文数据库（CNKI）、万方数据知识服务平台、中文科技期刊数据库（维普网）、JST日本科技技术振兴机构数据库等数据库全文收录。

对于违反上述禁止行为并违法使用本论文的机构、组织和个人，本刊将采取一切必要法律行动来维护正当权益。

特此声明！

《信息技术与网络安全》编辑部
中国电子信息产业集团有限公司第六研究所