

具有直觉模糊信息的任务指派问题研究

孙晓雅

(辽宁师范大学 管理学院, 辽宁 大连 116029)

摘要: 建立了直觉模糊指派问题的 0-1 型多目标优化数学模型, 并将这一数学模型转化为以直觉模糊数得分值矩阵为收益矩阵的单目标最大化指派, 然后利用匈牙利法进行求解, 得到最优指派方案。通过对一个非标准的直觉模糊指派问题的实际算例的研究, 验证了方法的有效性、简便性和易操作性。

关键词: 指派问题; 直觉模糊; 效益矩阵; 得分值

中图分类号: C931

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2014)05-0084-03

Study on intuitionistic fuzzy assignment problem

Sun Xiaoya

(Management College, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: The 0-1 multi-objective optimal model is established for the intuitionistic fuzzy assignment problem. And it is transformed into a single-objective maximum assignment problem which efficiency matrix is the score matrix. Then the model can be solved by the Hungary method. The actual example is a nonstandard intuitionistic fuzzy assignment problem. The example computation shows that the method we give is valid, convenient and operable.

Key words: assignment problem; intuitionistic fuzzy; efficiency matrix; score

指派问题是运筹学中的一类经典问题, 属于特殊的 0-1 整数规划问题, 它在工作安排、车辆调度、机器配置等生产与经营活动中都有重要应用。标准的指派问题是指在效益矩阵精确已知的条件下, 确定 n 个人完成 n 项工作的最佳指派方案。在指派问题的求解方法中, 匈牙利法因其求解的精确性和高效性被广为采用。

在实际问题中, 指派问题的效益矩阵往往不能精确得到, 更多的时候效益矩阵具有模糊性和不确定性, 因此, 近年来这类模糊指派问题得到了国内外学者的关注。Lin 和 Wen^[1]提出了一种效益矩阵为区间模糊数的指派问题的标记算法。Yaakob 和 Watada^[2]针对模糊方法求解指派问题, 探讨了社会和心理因素的工人配置模型。张肃^[3]等人提出了一种区间数型的多因素指派模型的求解方法, 并应用于多传感器的优化分配中。樊治平等^[4]和王坚强等人^[5]将语言评价信息转换为模糊数, 求解了效益矩阵为语言评价信息的群指派问题。

19 世纪 80 年代 Atanassov^[6-7]对 Zadeh 的模糊集理论进行了拓展, 提出了直觉模糊集理论。直觉模糊集考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度三方面信息, 它比传统的

模糊集更细腻地描述和刻画了客观世界模糊的本质^[8]。关于具有直觉信息的指派问题的研究目前还不多见。在人员选拔和员工录用等指派情形下, 企业常会采用投票或表决的方式来对员工是否适合担任某项工作进行评价选拔。这种情况下, 指派问题的效益矩阵就需要用直觉模糊数矩阵的形式表达, 本文将对这类具有直觉模糊信息的指派问题进行探讨。

1 直觉模糊的概念和比较排序方法

1.1 直觉模糊的定义

定义 1^[6-7] 设 X 是一个非空集合, 则称 $A = \{ \langle x, u_A(x), v_A(x) \rangle | x \in X \}$ 为直觉模糊数, 其中 $u_A(x)$ 和 $v_A(x)$ 分别为 X 中, 元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度, 即

$$u_A: X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow u_A(x) \in [0, 1],$$

$v_A: X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow v_A(x) \in [0, 1]$, 且满足条件 $0 \leq u_A(x) + v_A(x) \leq 1, x \in X$ 。

此外 $\pi_A(x) = 1 - u_A(x) - v_A(x), x \in X$ 表示 X 中, 元素 x 属于 A 的犹豫度或不确定度。

定义 2^[9] X 中的元素 x 属于 A 的隶属度与非隶属度组成的有序数对 $\alpha = (u_\alpha(x), v_\alpha(x))$ 称为直觉模糊数。其中

技术与方法 Technique and Method

$u_{\alpha} \in [0, 1], v_{\alpha} \in [0, 1], u_{\alpha} + v_{\alpha} \leq 1$, 且设 Θ 为全体直觉模糊数的集合。

1.2 直觉模糊的比较排序方法

定义 3^[9-10] 设 $\alpha_1 = (u_{\alpha_1}(x), v_{\alpha_1}(x))$ 和 $\alpha_2 = (u_{\alpha_2}(x), v_{\alpha_2}(x))$ 为直觉模糊数, $s(\alpha_1) = u_{\alpha_1}(x) - v_{\alpha_1}(x)$ 和 $s(\alpha_2) = u_{\alpha_2}(x) - v_{\alpha_2}(x)$ 分别为 α_1 和 α_2 的得分值, $h(\alpha_1) = u_{\alpha_1} + v_{\alpha_1}$ 和 $h(\alpha_2) = u_{\alpha_2} + v_{\alpha_2}$ 分别为 α_1 和 α_2 的精确度, 则

若 $s(\alpha_1) < s(\alpha_2)$, 则 α_1 小于 α_2 , 记为 $\alpha_1 < \alpha_2$;

若 $s(\alpha_1) = s(\alpha_2)$, 则

(1) 若 $h(\alpha_1) = h(\alpha_2)$, 则 α_1 和 α_2 相等, 即 $u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2}$ 和 $v_{\alpha_1} = v_{\alpha_2}$, 记为 $\alpha_1 = \alpha_2$;

(2) 若 $h(\alpha_1) < h(\alpha_2)$, 则 α_1 小于 α_2 , 记为 $\alpha_1 < \alpha_2$;

(3) 若 $h(\alpha_1) > h(\alpha_2)$, 则 α_1 大于 α_2 , 记为 $\alpha_1 > \alpha_2$ 。

2 直觉模糊指派问题建模与求解

2.1 标准指派问题的描述

指派问题的标准形式(以人和任务为例): 设有 n 个人和 n 项任务, 已知第 i 人完成第 j 任务的费用为 $C_{ij}(i, j=1, 2, \dots, n)$, 要求一个人和任务之间一一对应的指派方案, 使完成这 n 项任务的总费用最少。

一般称矩阵

$$C = (c_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

为指派问题的系数矩阵, 或效益矩阵。

为了建立标准指派问题的数学模型, 引入 n^2 个 0-1 变量

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当指派第 } i \text{ 人去做第 } j \text{ 事时} \\ 0 & \text{当不指派第 } i \text{ 人去做第 } j \text{ 事时} \end{cases}$$

($i, j=1, 2, \dots, n$)

这样, 问题的数学模型可写成 Model1 的形式。

Model1:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 & j=1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 & i=1, 2, \dots, n \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 & i, j=1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned}$$

对于非标准指派问题, 通常是先将非标准型转化为标准型, 然后就可以按标准指派问题进行求解。

2.2 直觉模糊指派问题

具有直觉模糊信息的指派问题是指效益矩阵为直觉模糊数矩阵。对于有 n 个人和 n 项任务的指派问题, 效益矩阵 $\tilde{C} = (\tilde{c}_{ij})_{n \times n}$, ($i, j=1, 2, \dots, n$)。 $\tilde{c}_{ij} = (u_{ij}, v_{ij})$ 表示第 i 人做第 j 任务的直觉模糊数, 其中 u_{ij} 代表第 i 人做第 j

项任务的赞成率, v_{ij} 代表第 i 人做第 j 项任务的反对率。如一个指派问题, 有 10 个人投票表决, 其中 $\tilde{c}_{23} = (0.6, 0.3)$, 则表示对于第 2 个人做第 3 项工作有 6 人赞成, 3 人反对, 1 人弃权。

具有直觉模糊信息的指派优化目标是完成各项工作支持票越多越好, 反对票越少越好。基于这一思想可以得到一个多目标优化问题的数学模型, 如 Model2 所示。

Model2:

$$\begin{aligned} \max \quad & z_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u_{ij} x_{ij} \\ \min \quad & z_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 & j=1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 & i=1, 2, \dots, n \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 & i, j=1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned}$$

将上面多目标数学模型中将赞成和反对按相等的权重进行考虑, 则转化为单目标 0-1 优化问题, 如 Model3 所示。

Model3:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (u_{ij} - v_{ij}) x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 & j=1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 & i=1, 2, \dots, n \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 & i, j=1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned}$$

可以看出, Model3 已经转化为效益矩阵为直觉模糊数的得分矩阵的最大化指派问题。

2.3 具有直觉模糊信息的指派问题求解步骤

具有直觉模糊信息的指派问题求解分为如下步骤:

(1) 确定指派问题的直觉模糊数矩阵 $\tilde{C} = (\tilde{c}_{ij})$;

(2) 求得直觉模糊数矩阵的得分矩阵 S , 其中 $\tilde{c}_{ij} = (u_{ij}, v_{ij})$ 的得分值为 $s(\tilde{c}_{ij}) = u_{ij} - v_{ij}$, 则得分值矩阵为 $S = (s(\tilde{c}_{ij}))$;

(3) 如果将矩阵分为非标准指派矩阵, 并将非标准问题转化为标准指派问题, 利用匈牙利方法求解效益矩阵为直觉模糊数的得分矩阵的指派问题 Model3。Model3 的最优解即最优指派方案。

3 实例研究

某一员工选拔的问题中, 有 6 项重要任务, 需要在 10 名员工中选拔 6 人分别完成其中一项任务。员工选拔通过专家投赞同和反对票的形式来决定, 得到直觉模糊矩阵如表 1 所示。

由表 1 直觉模糊矩阵, 求得得分值矩阵如表 2 所示。

技术与方法 Technique and Method

表1 员工完成各项任务的直觉模糊数矩阵

| | 任务1 | 任务2 | 任务3 | 任务4 | 任务5 | 任务6 |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 员工1 | (0.3 0.4) | (0.9 0.1) | (0.5 0.5) | (0.3 0.7) | (0.5 0.1) | (0.6 0.2) |
| 员工2 | (0.8 0.1) | (0.4 0.5) | (0.4 0.6) | (0.3 0.7) | (0.6 0.2) | (0.7 0.2) |
| 员工3 | (0.5 0.4) | (0.3 0.6) | (0.5 0.5) | (0.3 0.3) | (0.7 0.2) | (0.3 0.5) |
| 员工4 | (0.6 0.3) | (0.6 0.4) | (0.4 0.1) | (0.9 0.1) | (0.4 0.5) | (0.5 0.3) |
| 员工5 | (0.5 0.1) | (0.7 0.1) | (0.7 0.3) | (0.3 0.7) | (0.8 0.1) | (0.5 0.1) |
| 员工6 | (0.8 0.2) | (0.5 0.2) | (0.6 0.1) | (0.3 0.1) | (0.3 0.4) | (0.7 0.2) |
| 员工7 | (0.5 0.3) | (0.3 0.5) | (0.7 0.2) | (0.3 0.6) | (0.8 0.2) | (0.7 0.2) |
| 员工8 | (0.3 0.4) | (0.4 0.2) | (0.4 0.2) | (0.6 0.2) | (0.3 0.2) | (0.3 0.5) |
| 员工9 | (0.4 0.6) | (0.3 0.5) | (0.3 0.3) | (0.6 0.2) | (0.4 0.1) | (0.3 0.1) |
| 员工10 | (0.9 0.1) | (0.7 0.1) | (0.3 0.2) | (0.3 0.7) | (0.5 0.1) | (0.7 0.2) |

本问题是一个人多任务、目标函数最大化的非标准指派问题,将得分矩阵做为效益矩阵,求解该非标准指派问题得到的最优指派方案如表3所示。

结合模糊直觉数矩阵,可以看出通过表3的指派方案选拔出的6名员工,分别去执行各自的任务将会是大家赞同率最高,反对率最低的最优化指派结果。另外,员工3、7、8、9由于支持率不高,反对率较大,不安排执行任务。

具有直觉模糊信息的指派问题是一类常见的真实指派问题,本文建立了的直觉模糊指派问题的数学模型,并探讨了数学模型的求解方法。得到以下两点结论:(1)在人员选拔,任务安排和机器资源等配置的指派问题中,采用直觉模糊数的进行决策的方法更具客观性,它反映了隶属度,非隶属度和犹豫度三方面的信息,使得指派方案的评价更细致、更科学。(2)实例计算表明,本文将直觉模糊的指派问题转化为以得分值矩阵为效益矩阵的最大化指派问题进行求解,该方法简单、有效、易于操作。综上,本文所提出的直觉模糊指派问题符合实际需求且简便易行,适合在指派决策中推广应用。

参考文献

- [1] LIN C J, WEN U P. A labeling algorithm for the fuzzy assignment problem[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 142:373-391.
- [2] YAAKOB S B, WATADA J. Fuzzy approach for assignment problem[C]. IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2009.
- [3] 张肃,程启月,申卯兴.基于区间数型多因素指派模型

表2 员工完成各项任务的直觉模糊数得分值矩阵

| | 任务1 | 任务2 | 任务3 | 任务4 | 任务5 | 任务6 |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 员工1 | -0.1 | 0.8 | 0 | -0.4 | 0.4 | 0.4 |
| 员工2 | 0.7 | -0.1 | -0.2 | -0.4 | 0.4 | 0.5 |
| 员工3 | 0.1 | -0.3 | 0 | 0 | 0.5 | -0.2 |
| 员工4 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.8 | -0.1 | 0.2 |
| 员工5 | 0.4 | 0.6 | 0.4 | -0.4 | 0.7 | 0.4 |
| 员工6 | 0.6 | 0.3 | 0.5 | 0.2 | -0.1 | 0.5 |
| 员工7 | 0.2 | -0.2 | 0.5 | -0.3 | 0.6 | 0.5 |
| 员工8 | -0.1 | 0.2 | 0.2 | 0.4 | 0.1 | -0.2 |
| 员工9 | -0.2 | -0.2 | 0 | 0.4 | 0.3 | 0.2 |
| 员工10 | 0.8 | 0.6 | 0.1 | -0.4 | 0.4 | 0.5 |

表3 最优指派方案

| 指派方案 | 任务1 | 任务2 | 任务3 | 任务4 | 任务5 | 任务6 |
|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 员工10 | 员工1 | 员工6 | 员工4 | 员工5 | 员工2 |

的多传感器优化分配方法[J].自动化学报,2008,34(2):240-245.

- [4] 樊治平,王欣荣.具有语言评价信息的指派问题求解方法[J].系统工程学报,2004,19(1):14-19.
- [5] 王坚强,孙超.不完全确定信息的群体语言指派问题的求解方法[J].中国管理科学,2007,15(1):74-79.
- [6] ATANASSOV K. Intuitionistic fuzzy sets [C]. In: Sgurev V ed. VII ITKR's Session, Sofia, 1983.
- [7] ATANASSOV K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986(20): 87-96.
- [8] BUSTINCE H, BURILLO P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79: 403-405.
- [9] XU Z S, YAGER R R. Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets [J]. International Journal of General Systems, 2006, 35(4): 417-433.
- [10] XU Z S. Intuitionistic fuzzy aggregation operators [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2007,15(6):1179-1187.

(收稿日期:2013-12-19)

作者简介:

孙晓雅,女,1972年生,副教授,主要研究方向:优化理论与优化算法。