

二维直分指数交叉熵的印章图像阈值分割快速算法*

万水龙^{1,2}, 罗国成^{1,2}, 余彪^{1,2}

(1.中国人民解放军 91960 部队, 广东 汕头 515074;

2.南京航空航天大学 电子信息工程学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 提出了一种二维直分指数交叉熵的印章图像阈值分割快速算法。利用二维直方图对二维指数交叉熵进行阈值选取, 导出快速算法。实验结果表明, 提出的二维直分指数交叉熵的印章图像阈值分割快速算法相对于最大熵法和指数熵法, 不仅分割结果精确, 运行时间也相应缩短。

关键词: 印章图像; 阈值分割; 指数交叉熵; 快速算法

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2014)05-0056-03

Fast algorithm of exponential cross entropy thresholding for seal image based on 2-dimensional histogram vertical

Wan Shuilong^{1,2}, Luo Guocheng^{1,2}, Yu Biao^{1,2}

(1.No 91960 Force of PLA, Shantou 515074, China;

2.College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In this paper, exponential cross entropy thresholding for seal image based on 2-dimensional histogram vertical is proposed. Exponential cross entropy threshold selection based on 2-dimensional histogram vertical was derived, its fast algorithm is given. A large number of experimental results show that exponential cross entropy thresholding for seal image based on 2-dimensional histogram vertical can achieve superior segmented results and greatly reduce the running time, in contrast with the maximum entropy method and the exponential entropy method.

Key words: seal image; threshold segmentation; exponential cross entropy; fast algorithm

图像分割是图像预处理的过程, 阈值法是图像分割中的经典算法。KAPUR J N 等^[1]首先提出了 Shannon 熵阈值分割法; LI C H 和 LEE C K^[2]根据两个概率分布的差异性程度, 提出了最小交叉熵阈值算法; 为了加强对含噪图像的去噪效果, 雷博^[3]将交叉熵推广到二维, 提出了二维交叉熵阈值分割法。尽管在用对数定义的 Shannon 熵法对图像进行阈值分割非常有效, 但是存在定义无效和零值的问题^[4]。为此, PAL S K^[5]定义了指数熵, 并提出最大指数熵阈值分割方法, 有效克服了对数信息熵存在的不足。参考文献^[6]将指数熵阈值选取方法从一维拓展到二维, 将二维阈值转换为一维, 降低了搜索代价。但是上述的阈值选取均只考虑了二维直方图中沿对角线的两个区域, 由此得到的分割结果不够精确, 而且参考文献^[6]是以增加边界判断的复杂度为代价来

加速算法实现的, 对运算时间的进一步降低有影响。

基于此, 本文在参考文献^[7]的基础上, 提出一种二维直分指数交叉熵的印章图像阈值分割快速算法。利用二维直方图对指数交叉熵进行阈值选取, 导出快速算法。针对大量印章图像进行了实验, 文中给出图像分割结果和运行时间, 并与最大熵法和指数熵法进行了比较。结果表明, 本文提出的二维直分指数交叉熵的印章图像阈值分割快速算法不仅分割结果精确, 运行时间也相应缩短。

1 一维指数交叉熵阈值分割

1.1 指数交叉熵

设任意两个概率分布: $K=\{k_1, k_2, \dots, k_N\}$ 和 $P=\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$, 且 $k_i \geq 0, p_i \geq 0$, 则定义 K 和 P 之间的指数交叉熵为:

$$D(K:P) = 1 - \sum_{i=1}^N k_i e^{-\frac{k_i}{p_i}} \quad (1)$$

* 基金项目: 文件检验鉴定公安部重点实验室开放课题(10KFKT005)

其中, $\sum_{i=1}^N k_i=1, \sum_{i=1}^N p_i=1, D(K:P) \in [0, 1)$, 当且仅当 $k_i=p_i$ 时, 等号成立。

因为指数交叉熵是在指数熵意义下定义的, 它对每个概率分布所包含的信息作了进一步的对比, 所以可以对分割前后的图像的误差大小进行表征。当指数交叉熵取得最小值时, 所选取的阈值是最合适的, 即把背景和目标较好地区分开。

1.2 阈值选取方法

设一幅图像 $f(m, n)$, 大小为 $M \times N$, 灰度级为 L 。 $h(i)$ 为图像中灰度级为 $i(i=0, 1, \dots, L-1)$ 的像素点出现的数目, 频率 $p(i)=\frac{h(i)}{M \times N}$, 其中 $p(i)$ 满足 $\sum_{i=1}^{L-1} p(i)=1$ 。 现图像被阈值 T 按灰度级划分成目标类 $C_o=\{(m, n)|f(m, n)=0, 1, \dots, T\}$ 和背景类 $C_b=\{(m, n)|f(m, n)=T+1, T+2, \dots, L-1\}$, 且先验概率分别为 $w_o(T)=\sum_{i=1}^T p(i)$ 和 $w_b(T)=\sum_{i=T+1}^{L-1} p(i)$, 相应的灰度均值为 $u_o(T)=\sum_{i=1}^T ip(i)/w_o(T)$ 和 $u_b(T)=\sum_{i=T+1}^{L-1} ip(i)/w_b(T)$, 图像中像素点的灰度值总和为

$F=\sum_{(x,y) \in C} f(x, y)$, 其中 $C=\{(m, n)|f(m, n)=0, 1, \dots, L-1\}$ 为图像像素。

现已知 $K_{m,n} \geq 0, P_{m,n} \geq 0, \sum_{(m,n) \in C} K_{m,n}=1, \sum_{(m,n) \in C} P_{m,n}=1$, 则令:

$$K_{m,n} = \frac{f(m, n)}{\sum_{(x,y) \in C} f(x, y)} = \frac{f(m, n)}{F} \quad (2)$$

$$P_{m,n} = \begin{cases} \frac{u_o(T)}{\sum_{(x,y) \in C} f(x, y)} = \frac{u_o(T)}{F}, (m, n) \in C_o \\ \frac{u_b(T)}{\sum_{(x,y) \in C} f(x, y)} = \frac{u_b(T)}{F}, (m, n) \in C_b \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)和(3)代入(1)中, 可知:

$$D(K:P) = 1 - \sum_{(m,n) \in C} k_{m,n} e^{-\frac{k_{m,n}}{p_{m,n}}} \\ = 1 - \left(\sum_{(m,n) \in C_o} \frac{f(m,n)}{F} e^{-\frac{f(m,n)}{u_o(T)}} + \sum_{(m,n) \in C_b} \frac{f(m,n)}{F} e^{-\frac{f(m,n)}{u_b(T)}} \right) \quad (4) \\ = 1 - \frac{1}{F} \left(\sum_{i=0}^T ih(i) e^{-\frac{i}{u_o(T)}} + \sum_{i=T+1}^{L-1} ih(i) e^{-\frac{i}{u_b(T)}} \right)$$

其中, F 为常数。令:

$$\partial(T) = \sum_{i=0}^T ih(i) e^{-\frac{i}{u_o(T)}} + \sum_{i=T+1}^{L-1} ih(i) e^{-\frac{i}{u_b(T)}} \quad (5)$$

当式(5)中 $\partial(T)$ 取最大值时, 所分割图像的指数交叉熵 $D(K:P)$ 最小, 图像分割结果最佳。可进一步表示为:

$$T^* = \underset{0 \leq T < L-1}{\text{Argmax}} \{ \partial(T) \} \quad (6)$$

其中, T^* 即为一维指数交叉熵的最佳阈值。

2 二维直分的指数交叉熵阈值选取及快速递推

对含噪图像用一维阈值分割方法分割的效果普遍较差, 因此人们提出在二维灰度直方图的基础上进行阈值选取。一幅大小为 $M \times N$ 的图像, 横坐标是坐标为 (x, y) 的像素点的灰度值 $f(x, y)$, 纵坐标是坐标为 (x, y) 的像素点 $K \times K$ 邻域的平均灰度值 $g(x, y)$ 。 $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 组成二元组 (i, j) , 二维直方图定义在 $(L-1) \times (L-1)$ 大小的正方形区域, 其中任意一点的值定义为 $p(i, j)$, 表示二元组 (i, j) 出现的频率, 即 $(i, j) = \frac{h(i, j)}{M \times N}$, $h(i, j)$ 是

(i, j) 发生的频数, $0 \leq i, j \leq L-1$, 且 $\sum_{i=1}^{L-1} \sum_{j=1}^{L-1} p(i, j)=1$ 。

二维直方图区域直分如图1所示, 利用任意阈值向量 (s, t) 对图像的二维直方图进行分割, 可将图像分成目标和背景两类区域, 分别记为 C_o 和 C_b , 对应图中的区域1和区域2。而区域3和区域4表示噪声点和边界点。一般认为在区域3和区域4上所有 $p(i, j) \approx 0$ 。

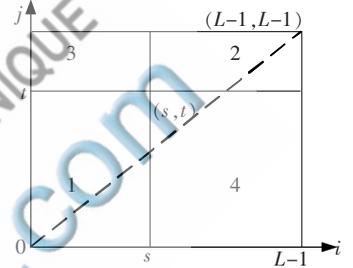


图1 二维直方图区域直分

图1中 C_o 和 C_b 的先验概率分别为 $w_o(s, t) = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t p(i, j)$ 。

对应的灰度均值为:

$$u_{o_x}(s, t) = \frac{\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t ip(i, j)}{w_o(s, t)} \quad (7)$$

$$u_{o_y}(s, t) = \frac{\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t jp(i, j)}{w_o(s, t)}$$

$$u_{b_x}(s, t) = \frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} ip(i, j)}{w_b(s, t)} \quad (8)$$

$$u_{b_y}(s, t) = \frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} jp(i, j)}{w_b(s, t)}$$

将式(1)进行二维推广, 可得二维指数交叉熵的公式为:

$$D_2(K:P) = 1 - \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{j=1}^{L-1} k_{i,j} e^{-\frac{k_{i,j}}{p_{i,j}}} \\ = 1 - \frac{1}{F} \left\{ \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t h(i, j) \left[ie^{-\frac{i}{u_{o_x}(s,t)}} + je^{-\frac{j}{u_{o_y}(s,t)}} \right] + \sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} h(i, j) \left[ie^{-\frac{i}{u_{b_x}(s,t)}} + je^{-\frac{j}{u_{b_y}(s,t)}} \right] \right\} \quad (9)$$

并令

$$\partial(s, t) = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t h(i, j) \left[ie^{-\frac{i}{u_{o_x}(s,t)}} + je^{-\frac{j}{u_{o_y}(s,t)}} \right] + \sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} h(i, j) \left[ie^{-\frac{i}{u_{b_x}(s,t)}} + je^{-\frac{j}{u_{b_y}(s,t)}} \right]$$

$$h(i, j) \left[i e^{-\frac{i}{u_0(s, t)}} + j e^{-\frac{j}{u_0(s, t)}} \right] \quad (10)$$

式(10)中, $\partial(s, t)$ 取最大, 也就是 $D_2(K; P)$ 取得最小值, 即图像分割效果最好。因此, 通过式(11)可求得二维指数交叉熵阈值法的最佳阈值向量 (s^*, t^*) 。

$$(s^*, t^*) = \underset{0 \leq s, t < L-1}{\text{Argmax}} \{ \partial(s, t) \} \quad (11)$$

当判断函数 $\partial(s, t)$ 达到最大时获得最佳阈值, $\partial(s, t)$ 的快速递推算法如下:

$$\begin{cases} w_0(s, t) = w_0(s, t-1) + w_0(s-1, t) - w_0(s-1, t-1) + p(s, t) \\ w_b(s, t) = w_b(s, t-1) + w_b(s-1, t) - w_b(s-1, t-1) + p(s, t) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} u_{\alpha}(s, t) = u_{\alpha}(s, t-1) + u_{\alpha}(s-1, t) - u_{\alpha}(s-1, t-1) + \frac{sp(s, t)}{w_0(s, t)} \\ u_{\beta}(s, t) = u_{\beta}(s, t-1) + u_{\beta}(s-1, t) - u_{\beta}(s-1, t-1) + \frac{tp(s, t)}{w_b(s, t)} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} u_{ix}(s, t) = u_{ix}(s, t-1) + u_{ix}(s-1, t) - u_{ix}(s-1, t-1) + \frac{sp(s, t)}{w_b(s, t)} \\ u_{iy}(s, t) = u_{iy}(s, t-1) + u_{iy}(s-1, t) - u_{iy}(s-1, t-1) + \frac{tp(s, t)}{w_b(s, t)} \end{cases} \quad (14)$$

使用快速递推公式, 不必每次计算都从头开始, 大大节省了计算时间, 也减少了计算过程中所需的存储空间, 提高了算法的效率。

3 实验结果及分析

为了验证本文提出的二维直分指数交叉熵快速算法的分割效果和运行速度上的优越性, 本文针对大量不同类型的印章图像做了阈值分割的实验, 并与参考文献[8]中的最大熵法和参考文献[7]中的指数熵法进行了比较, 发现本文方法优势较明显。现以其中的4幅印章图像为例加以说明, 分别为印章图像1(250×220)、印章图像2(249×255)、印章图像3(643×643)、印章图像4(335×335), 如图2所示, 对应选取的最佳阈值及运行时间汇总如表1所示。实验是在 Intel(R)Core i3 CPU 2.4 GHz/1.92 GB 内存/MATLAB2009a 环境中运行的。

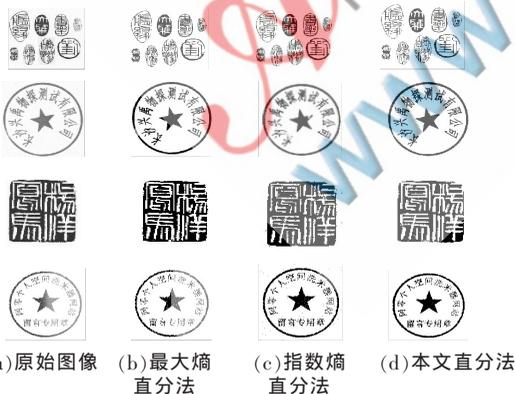


图2 3种方法的分割效果(从上到下分别为印章图像1、印章图像2、印章图像3、印章图像4)

由图2可以看出, 本文方法的分割图像要明显优于二维最大熵直分法的分割图像及二维指数熵直分法的分割图像能更好地反映图像的细节及边缘信息。这是因为

为指数交叉熵相对于指数熵来说, 对每个概率分布所包含的信息作了进一步对比, 能更好地区分目标和背景。而最大 Shannon 熵法的阈值选取仅依靠图像直方图的概率信息, 未涉及类内灰度级的均匀性, 所以会遗漏部分有用信息, 导致分割效果不佳。

表1 3种分割算法比较

图像及分割结果	指数熵		最大熵		指数交叉熵	
	阈值	时间/s	阈值	时间/s	阈值	时间/s
印章图像1 (103,196)	0.42	(181,158)	0.35	(143,180)	0.03	
印章图像2 (160,219)	0.31	(206,200)	0.41	(193,199)	0.07	
印章图像3 (96,196)	2.12	(230,211)	2.18	(136,142)	1.16	
印章图像4 (113,191)	0.82	(230,203)	0.64	(167,187)	0.09	

分析表1可以看出, 由于本文直分法采用了快速算法, 所以其运行时间明显少于二维直分指数熵法。而指数交叉熵是在指数熵的意义下对每个概率分布所包含的信息作了进一步的对比, 所以本文的分割图像效果具有明显的优势。

本文利用二维直方图对二维指数交叉熵进行阈值选取, 导出快速算法。针对实际印章图像进行的实验结果表明, 与参考文献[8]中最大熵法和参考文献[7]中的指数熵法相比, 本文提出的二维直分指数交叉熵的印章图像阈值分割快速算法的分割效果更佳。

参考文献

- [1] KAPUR J N, SAHOO P K, WONG A K C. A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985, 29(3): 273-285.
- [2] LI C H, LEE C K. Minimum cross entropy thresholding[J]. Pattern Recognition, 1993, 26(4): 617-625.
- [3] 雷博, 范九伦. 灰度图像的二维交叉熵阈值分割法[J]. 光子学报, 2009, 38(6): 1572-1576.
- [4] 潘喆, 吴一全. 二维指数熵图像阈值选取方法及其快速算法[J]. 计算机应用, 2007, 27(4): 982-985.
- [5] PAI S K, PAI N R. Entropic thresholding [J]. Signal Processing, 1989, 16(2): 97-108.
- [6] 张金矿, 吴一全. 基于 Tent 映射 CPSO 的二维斜分指数熵阈值分割[J]. 信号处理, 2010, 26(5): 703-708.
- [7] 张晓杰, 吴一全, 吴诗姘. 基于分解的二维指数交叉熵图像阈值分割[J]. 信号处理, 2011, 27(4): 545-551.
- [8] 吴一全, 潘喆, 吴文怡. 二维直方图区域斜分的最大熵阈值分割算法 [J]. 模式识别与人工智能, 2009, 22(1): 162-168.

(收稿日期: 2013-10-14)

作者简介:

万水龙, 男, 1986 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 图像处理与模式识别。

罗国成, 男, 1985 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 图像处理及应用。

余彪, 男, 1985 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 网络信息安全。