

一个新超混沌系统的动力学分析及其电路实现*

徐家宝, 吴凤娇, 黄心笛, 赵嘉, 王坤, 宋芮

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院 电气系, 陕西 杨凌 712100)

摘要: 构造了一个新的超混沌系统, 通过 Matlab 绘制其相轨迹图, 初步判断该系统具有混沌吸引子。从平衡点、对称性和不变性、耗散性和混沌吸引子的存在性、Lyapunov 指数谱以及 Poincare 截面, 对该新超混沌系统从定性和定量方面进行了详细的动力学分析, 加深了对该超混沌系统的认识。最后, 搭建了 Multisim 电路对该超混沌系统进行电路仿真实验, 实验结果与 Matlab 数值模拟结果相一致, 验证了该系统的实际超混沌特性。

关键词: 超混沌系统; 动力学分析; Lyapunov 指数; 电路仿真

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2014)04-0067-04

Dynamic analysis and circuit experiment of a new hyperchaos system

Xu Jiabao, Wu Fengjiao, Huang Xindi, Zhao Jia, Wang Kun, Song Rui

(Department of Electrical Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

Abstract: A new hyperchaos system was constructed. The space trajectory indicates that the system contains chaotic attractor. The chaotic complex dynamic characteristics of the new hyperchaos system were analyzed, including the equilibrium point, the symmetry, the dissipativity, the Lyapunov exponents and the Poincare map. These characteristics enable us to know the system deeply. And then the hyperchaos circuit was built to verify the practical value of the hyperchaos system.

Key words: hyperchaos system; dynamic analysis; Lyapunov exponents; circuit experiment

人们对混沌现象的认识可以追溯到 19 世纪, 法国数学家 Poincare 在研究太阳系三体运动时不经意间发现了它, 1990 年, 美国海军实验室的学者 Pecora 和他的同伴 Carroll 在电子学线路的设计实验中观察到混沌同步的现象^[1]。在最近几十年中, 混沌更是受到了广大学者和专家的关注和青睐。从发现混沌现象到现在, 混沌被应用在人们生活的各个方面, 如机械系统、电子系统、生态系统、信息系统、应用数学和物理学中^[2-6]。

随着混沌系统维数的增加, 人们发现了超混沌现象, 其中人们熟知的超混沌系统有超混沌 Chen 系统、超混沌 Lü 系统等^[7-8]。超混沌的动力学行为比混沌动力学行为更加复杂, 相轨迹在更多的方向上分离, 超混沌现象利用信息加密使得对信息密码的破解更加困难, 因此, 超混沌系统在科技领域有着巨大的研究价值。

本文在前人所做工作的基础上, 先构造了一个新的超混沌系统, 并采用经典的动力学分析方法(包括相轨

迹、平衡点、耗散性、Lyapunov 指数和 Poincare 截面等方面)对新系统从定性和定量两方面做了详细的分析, 加深了对该超混沌系统的认识。并借助 Multisim 对新超混沌系统搭建了仿真电路, 实验结果与理论分析相一致, 验证了该超混沌系统的实际物理意义。

1 新超混沌系统数学模型

构造的新超混沌系统数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) \\ \dot{y} = -xz-w \\ \dot{z} = -b+xy+x^2 \\ \dot{w} = my \end{cases} \quad (1)$$

当系统初值取为 $[x_0, y_0, z_0, w_0] = [0.5, 0.8, 0.2, 0.4]$, $a=5$, $b=90$, $m=5$ 时, 计算机仿真的系统相轨迹如图 1 所示, 初步判断该系统具有超混沌吸引子。

2 新超混沌系统的动力学分析

2.1 平衡点分析

通过求解下面的方程可以得到系统的平衡点:

* 基金项目: 西北农林科技大学国家级“大学生创新创业训练计划”资助课题(1210712090)

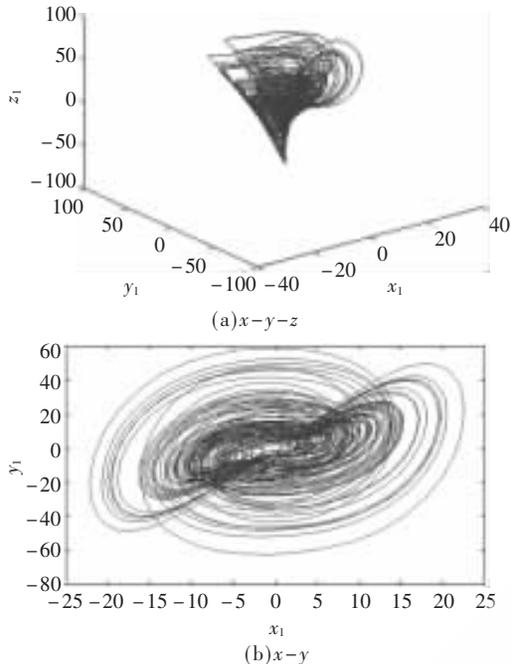


图1 超混沌系统(1)的相轨迹图

$$\begin{cases} a(y-x)=0 \\ -xz-w=0 \\ -b+xy+x^2=0 \\ my=0 \end{cases} \quad (2)$$

经过计算发现该系统没有平衡点。

2.2 对称性和不变性

经过演算可以得出,系统(1)在变换 $(x, y, z, w) \rightarrow (-x, -y, z, -w)$ 时具有不变性,即可以说明系统(1)关于Z轴具有对称性,并且这种特性对于 x, y, w 都成立。

2.3 耗散性和混沌吸引子的存在性

判断系统是否是耗散的,可以利用梯度公式进行判断,计算系统(1)的梯度为:

$$\nabla \dot{V} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} = -a = -5 < 0 \quad (3)$$

所以系统(1)是耗散的,所有系统的轨迹最终会被限制在一个体积为0的极限点集上,即它的渐近动力学行为会被固定在一个吸引子上,这就证明了混沌吸引子的存在性。

2.4 Lyapunov 指数谱分析

系统(1)在参数 $a=5, b=90, -20 \leq m \leq 40$ 时的 Lyapunov 指数谱如图2所示。当 $m > 0$ 时,从图2的 Lyapunov 指数谱中可以看出此时有两个 Lyapunov 指数大于零,所以系统处于超混沌状态,与图1得到的结论相一致。

2.5 Poincare 截面分析

当 Poincare 截面上只有一个不动点或者是少数离散点时运动是周期的;当 Poincare 截面上是一条闭合曲线时,运动是准周期的;当 Poincare 截面上是沿着一条线段或者是一条线弧分布点集,并且离散点分布稠密不一样

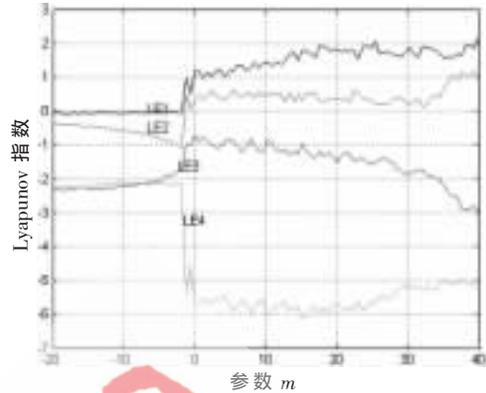


图2 系统的 Lyapunov 指数谱

时,运动便是混沌的。 $m=-9, m=-5, m=5, m=19$ 时的 Poincare 截面如图3所示。

从图3可以看出, $m=-9, m=-5$ 时, Poincare 截面上有少数离散点,系统处于稳定的周期状态; $m=5, m=19$ 时, Poincare 截面上是一些线弧分布点集,并且离散点分布稠密不一样,系统处于混沌状态, Poincare 截面的分析结果与 Lyapunov 指数谱的分析结果相一致。

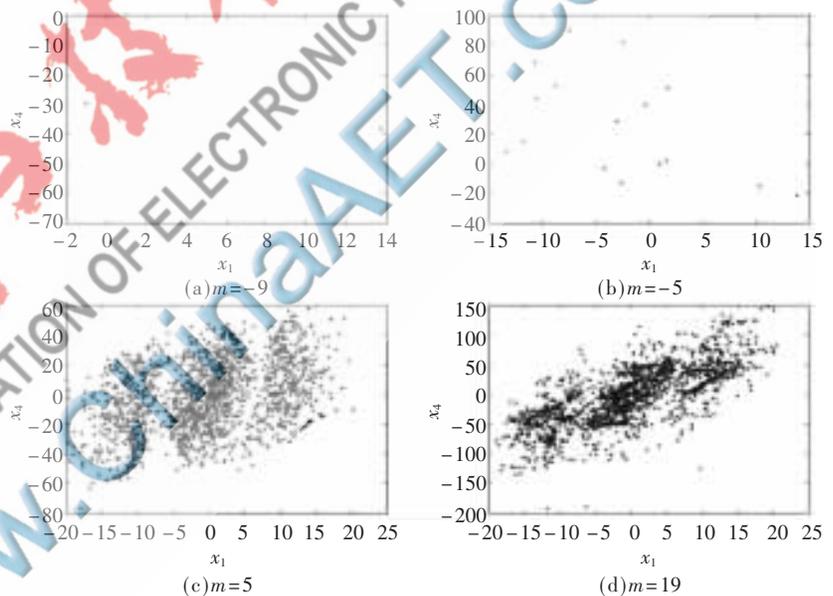


图3 系统(1)的 Poincare 截面图

3 Multisim 电路仿真

Multisim 软件能够提供各种电子元件,是目前电力学科专业最常用的软件。利用 Multisim 软件搭建仿真电路非常方便,且搭建出来的电路具有可实施性,超混沌系统能够产生复杂的、随机的信号,这种信号可以用于混沌保密通信等各个行业。

搭建的模拟电路包括反相比值电路、除法电路、集成乘法电路、反相积分电路、反相求和电路。其中反相比值电路用于信号反相,例如把 x 反相变成 $-x$;除法电路用于产生整数项;集成乘法电路用于两个信号的相乘;反相积分电路用于积分;反相求和电路用于多个信号的求和。这样就构成了模拟电路。为了便于观察信号的轨

技术与方法 Technique and Method

迹,在电路中还有示波器,本设计中选用的集成放大模块是 3554SM,电源电压采用+14 V。

在设计电路之前,首先要确定电路中原件的参数,超混沌系统的模型如式(1)所示,对系统两边进行积分得:

$$\begin{cases} x = \int a(y-x)dt \\ y = \int (-xz-w)dt \\ z = \int (-b+xy+x^2)dt \\ w = \int (my)dt \end{cases} \quad (4)$$

采用积分形式,从式(4)中可以看出,其中包含了乘积项、求和项、整数项、比例项等,对照积分器计算式:

$$u = -\frac{1}{RC} \int u_1 dt \quad (5)$$

可以把式(4)写成:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{RC} \int R_x \left(\frac{y}{R_{12}} - \frac{x}{R_{11}} \right) dt \\ y = \frac{1}{RC} \int R_y \left(-\frac{xz}{R_{21}} - \frac{w}{R_{22}} \right) dt \\ z = \frac{1}{RC} \int R_z \left(-\frac{1}{R_{31}} + \frac{xy}{R_{32}} + \frac{x^2}{R_{33}} \right) dt \\ w = \frac{1}{RC} \int R_w \left(\frac{y}{R_{41}} \right) dt \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中, $\tau = RC$ 只是积分时间常数,对信号的混沌特性没有影响,只影响时间常数。式中的 R_x, R_y, R_z, R_w 是用来调节参数的,在模拟电路中, $R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}, R_{31}, R_{32}, R_{33}, R_{41}$ 可以通过下式来确定,比较式(6)以及式(4),可以得出:

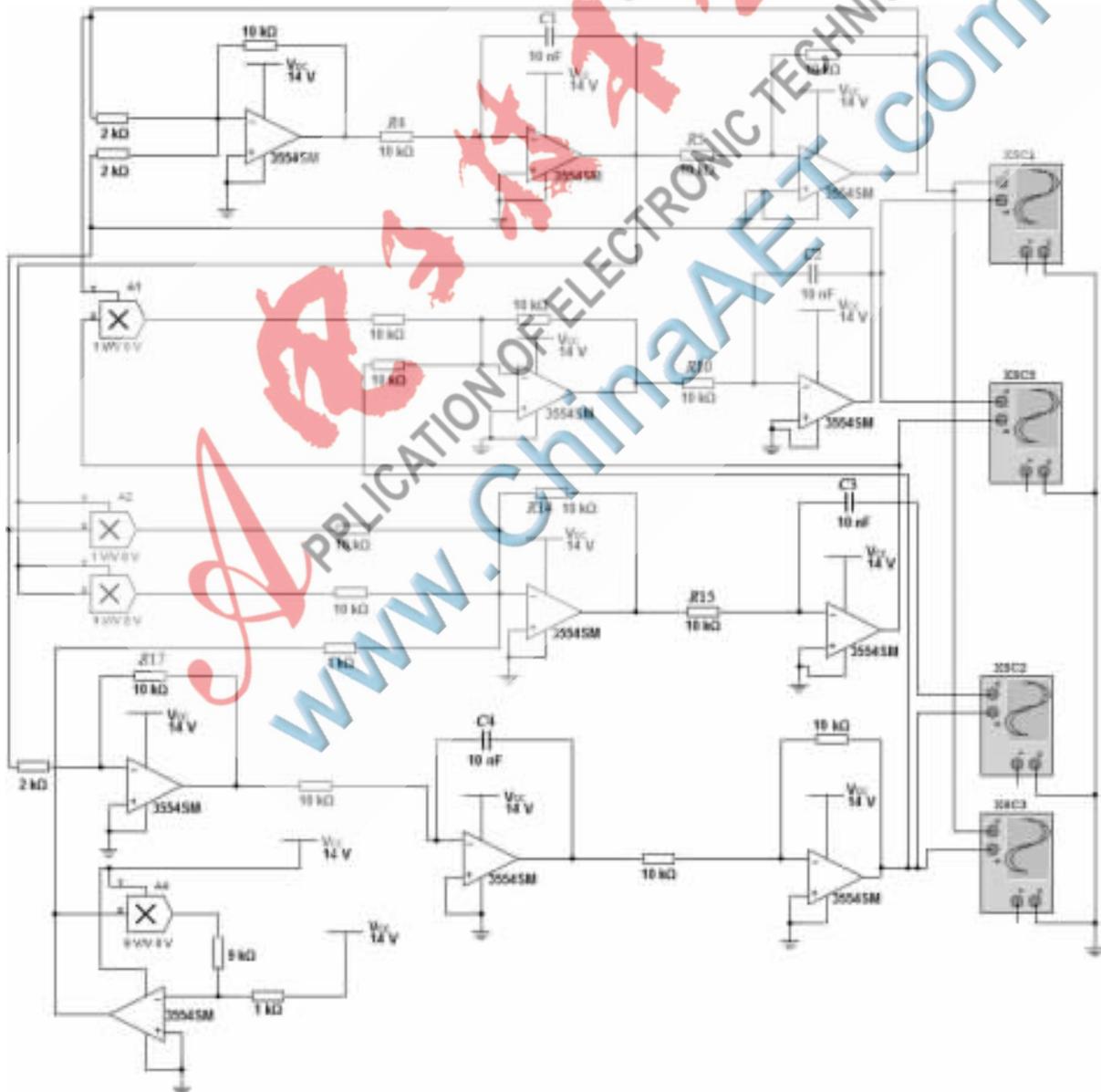


图4 系统(1)的 Multisim 实验电路

技术与方法 Technique and Method

$$\frac{R_x}{R_{12}} = \frac{R_x}{R_{11}} = a, \frac{R_y}{R_{21}} = \frac{R_y}{R_{22}} = 1, \frac{R_z}{R_{31}} = \frac{b}{9}, \frac{R_z}{R_{32}} = \frac{R_z}{R_{33}} = 1, \frac{R_w}{R_{41}} = m \quad (7)$$

为了便于计算,取 $R_x=10\text{ k}\Omega$, $R_y=10\text{ k}\Omega$, $R_z=10\text{ k}\Omega$, $R_w=10\text{ k}\Omega$, $R=10\text{ k}\Omega$, $C=10\text{ nF}$, 当超混沌系统中参数 $a=5$, $b=90$, $m=5$ 时,可以计算出电路中的参数如下:

$$R_{11}=2\text{ k}\Omega, R_{12}=2\text{ k}\Omega, R_{21}=10\text{ k}\Omega, R_{22}=10\text{ k}\Omega, R_{31}=1\text{ k}\Omega, R_{32}=10\text{ k}\Omega, R_{33}=10\text{ k}\Omega, R_{41}=2\text{ k}\Omega。$$

除法电路中的乘法器采用的乘法增益为 9, 比例电阻分别为 $9\text{ k}\Omega$ 、 $1\text{ k}\Omega$, 其余的乘法增益均为 1。

从式(6)可以看出,模拟电路中,当电阻 R_{11} 、 R_{12} 、 R_{21} 、 R_{22} 、 R_{31} 、 R_{32} 、 R_{33} 、 R_{41} 取固定值时,通过调节特征电阻 R_x 、 R_y 、 R_z 、 R_w ,可以改变超混沌系统的参数。当参数 $a=5$, $b=90$, $m=5$ 时,系统(1)的 Multisim 实验电路如图 4 所示,仿真结果如图 5 所示。

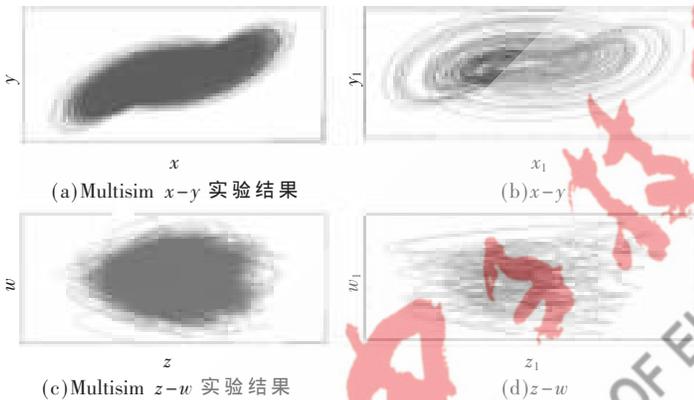


图 5 基于 Multisim 电路实验结果以及 Matlab 仿真比较

图 5 中(a)和(c)是 Multisim 实验结果,(b)和(d)是对应的 Matlab 仿真结果。可以看出,通过 Multisim 软件搭建的电路仿真,其实验结果与 Matlab 软件模拟的结果是一致的,说明了该超混沌系统具有工程实践意义。特别说明, Multisim 实验结果与 Matlab 仿真线条的疏密程度不一样,是由于仿真时间长短不同引起的。

本文在前人所做工作的基础上,构造了一个新的超

混沌系统,通过对其在平衡点、对称性和不变性、耗散性和混沌吸引子的存在性、Lyapunov 指数谱以及 Poincare 截面等方面进行非线性动力学分析,加深了对该超混沌系统的认识。并对该新超混沌系统采用 Multisim 搭建了仿真电路,电路实验结果与 Matlab 数值模拟结果相一致,证实了该超混沌系统的工程实践意义。

参考文献

- [1] POINCARÉ L, CARROLL T. Synchronization in chaotic systems[J]. Phys. Rev. Lett, 1990(64): 821-824.
- [2] CHU Y D, ZHANG J G, LI X F. Chaos and chaos synchronization for a non-autonomous rotational machine systems [J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2008, 9(4): 1378-1393.
- [3] 邓伟,夏光琼,吴正茂.基于双光反馈垂直腔面发射激光器的双信道混沌同步通信[J].物理学报,2013,62(16): 202-209.
- [4] 陈关荣.控制非线性动力系统的混沌现象[J].控制理论与应用,1997,14(1): 1-5.
- [5] 俞斌,贾雅琼.一种新的混沌扩频序列及其性能分析 [J].电子技术应用,2013,39(1): 136-138.
- [6] GAO M, SHI H H, LI Z Z. Chaos in a seasonally and periodically forced phytoplankton-zooplankton system [J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2009, 10 (3): 1643-1650.
- [7] 武相军,王兴元.基于非线性控制的超混沌 Chen 系统混沌同步[J].物理学报,2006,55(12): 6261-6266.
- [8] 刘扬正.超混沌 Lü 系统的电路实现[J].物理学报, 2008, 57(3): 1439-1442.

(收稿日期:2013-10-17)

作者简介:

徐家宝,男,1992年生,本科在读,主要研究方向:非线性系统的分析与控制。

吴凤娇,女,1984年生,硕士,讲师,主要研究方向:测控技术及其自动化,电力系统及其自动化。