

# 基于三次均匀 B 样条的卡通形象设计技术\*

丁永胜<sup>1</sup>, 李朝红<sup>2</sup>, 祝微<sup>2</sup>

(1. 齐齐哈尔大学 理学院 数学系, 黑龙江 齐齐哈尔 161006;

2. 齐齐哈尔高等师范专科学校 数学系, 黑龙江 齐齐哈尔 161005)

**摘要:** 利用 B 样条基函数和 B 样条曲线的优良性质, 给出一类控制 B 样条曲线形态的技术, 如曲线内嵌直线、曲线和特征多边形相切、在某一顶点处形成尖点、构成曲线的拐点、利用重点绘制封闭的三次 B 样条曲线以及曲线过控制多边形端点等。最后给出卡通形象的设计实例。

**关键词:** B 样条; 卡通设计; 形态控制

中图分类号: TP391.72

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2014)01-0038-02

## Design techniques of cartoon image based on cubic uniform B-spline

Ding Yongsheng<sup>1</sup>, Li Zhaohong<sup>2</sup>, Zhu Wei<sup>2</sup>

(1. Department of Mathematics, School of Science, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China;

2. Department of Mathematics, Qiqihar Normal Technological Academy, Qiqihar 161005, China)

**Abstract:** Based on B-spline basis functions and B-spline curves excellent properties, a series of control the B-spline curve morphology technical methods are given. Such as a straight line is embedded in curve, curves tangent to characteristic polygons, form cuspidal point at a vertex, form knee point in curve, draw a closed cubic B-spline curve based on repeat point and curve through the control polygon endpoint and so on. Some cartoon image design examples are given in last.

**Key words:** B-spline; cartoon design; morphology control

### 1 基本知识

已知  $n+1$  个控制顶点  $P_i (i=0, 1, \dots, n)$ , 则  $p$  次 (即  $p+1$  阶) B 样条曲线的表达式为:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,p}(u) \quad (1)$$

其中,  $N_{i,p}(u)$  是调函数, 即为 B 样条基函数。Schoenberg<sup>[1]</sup> 给出定义: 给定参数轴  $U$  上的一个分割, 由下列递推关系定义的称为  $U$  的  $p$  次 (阶) B 样条基函数:

$$\begin{cases} N_{i,0} = \begin{cases} 1, & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ N_{i,p}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+p}-u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \\ \text{规定 } \frac{0}{0} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $p$  表示 B 样条的次数 (即  $p+1$  阶),  $U = \{u_0, u_1, \dots, u_{n+p+1}\}$  为节点矢量,  $u_i$  为节点。当节点沿参数轴均匀等距

分布, 即  $u_{i+1}-u_i$  为常数时, 则表示均匀 B 样条; 反之,  $u_{i+1}-u_i$  不为常数时, 则表示非均匀 B 样条。利用式 (1) 可以得到三次均匀 B 样条基函数:

$$\begin{cases} f_1 = \frac{1}{6} (1-t)^3 \\ f_2 = \frac{1}{6} (3t^2-6t+4)^3 \\ f_3 = \frac{1}{6} (-3t^3+3t^2+3t+1)^3 \\ f_4 = \frac{1}{6} t^3 \end{cases} \quad (3)$$

通过 B 样条基函数可以很容易得到 B 样条曲线的性质<sup>[1-3]</sup>。

(1) 严格的凸包性。曲线严格位于控制多边形的凸包内。

(2) 局部性。对于  $k$  (即  $p+1$ ) 阶 B 样条曲线上参数为  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  的点  $P(t)$ , 至多与  $k$  个控制顶点  $P_j (j=i-k+1, \dots, i)$  有关, 与其他控制顶点无关; 移动该曲线的第  $i$  个控制顶点  $P_i$  至多影响到定义在区间  $(t_i, t_{i+k})$  上那部分

\* 基金项目: 黑龙江省教育厅科学技术研究项目 (201102js)

曲线的形状,对曲线的其余部分不产生影响。

(3)可微与连续性。在定义域内重复度为 $k$ 的节点处则使 $p-k$ 次可微或具有 $p-k$ 阶参数连续性。

(4)分段参数多项式。 $C(u)$ 在每一区间 $u \in [u_i, u_{i+1})$ 上都是次数不高于 $p$ 的多项式。

(5)近似性。控制多边形是B样条曲线的线性近似,若进行节点插入或升阶会更加近似。次数越低,B样条曲线越逼近控制顶点。

(6)几何不变性。B样条曲线的形状和位置与坐标系的选择无关。

基于B样条的优良性质,其造型的功能也十分灵活,用B样条曲线可以构造直线段、尖点、拐点、节点以及切线等特殊情况。

## 2 控制三次均匀B样条曲线几何形态方法

在设计一般的卡通形象时,常常借助控制三次B样条曲线几何形态使构造的形象更生动,控制三次均匀B样条曲线几何形态主要考虑以下方法技术:

(1)为在曲线内嵌入一段直线,应用4个顶点共线,如图1所示。

(2)为使曲线和特征多边形相切,应用3个顶点共线或二重角点的技术。如果3个连续的控制点共线连成一段直线,则曲线将过直线上的一点,且在此点处,曲线直线化。可以用这样的点构成曲线的拐点,如图2~图4所示。

(3)为使曲线在某一顶点处形成尖点,可在该处使3个顶点相重合,如图5所示。

(4)改变一个顶点,将影响相邻4段曲线的形状,利用B样条曲线的局部性,可以对造型细节进行微调,而不影响全局形状,如图6所示。

(5)用三重顶点或二重顶点控制曲线的端点:用三重顶点时,曲线通过端点,但开始段B样条曲线是一小段直线;用二重顶点时,曲线不通过端点,而在多边形首边上靠近二重顶点的某一点开始。因此,利用控制多边形的多重顶点可以调节曲线的端点位置,以达到形象设计的各种要求。如起点和终点处3点相重合,曲线过控制多边形端点,从而具有Bezier曲线的性质,如图7所示;也可以利用重点绘制封闭的三次B样条曲线,如图8所示。

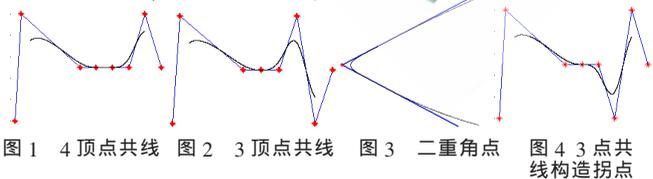


图1 4顶点共线 图2 3顶点共线 图3 二重角点 图4 3点共线构造拐点

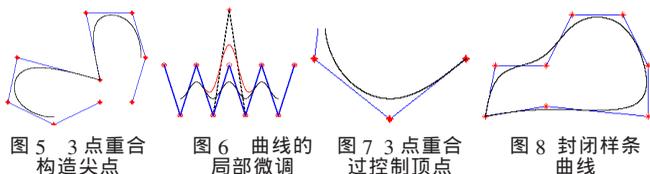


图5 3点重合构造尖点 图6 曲线的局部微调 图7 3点重合过控制顶点 图8 封闭样条曲线

## 3 基于三次均匀B样条的卡通形象设计

在充分掌握控制三次均匀B样条曲线几何形态之后,可以对二维卡通形象进行设计。首先绘制卡通形象;然后在其上选择采样点构造控制多边形;利用所构造的控制多边形绘制三次均匀B样条曲线;观察卡通的轮廓特点,利用控制三次均匀B样条曲线几何形态方法技术绘制特殊的轮廓曲线特征;最后反复修改,调节形状使其更逼真形象。

如绘制图9中两个企鹅的卡通形象,其采样点如图10所示,其采样点分别设计为以下几类控制多边形矩阵(如图11所示):大小企鹅翅膀①、大小企鹅外形轮廓线②、大小企鹅眼睛线③、大小企鹅嘴空隙线④、大小企鹅脖颈线⑤和地面修饰线⑥等。

在构造各类曲线形状时分别用到了曲线内嵌入一段直线、曲线和特征多边形相切、在某一顶点处形成尖点、构成曲线的拐点、利用重点绘制封闭的三次B样条曲线以及曲线过控制多边形端点等各类技巧。

图12给出了海豚卡通形象的采样点数据,图13为海豚的控制多边形,图14为绘制的海豚形象。

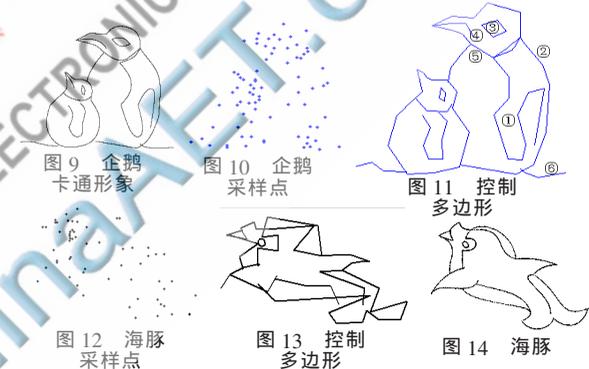


图9 企鹅卡通形象

图10 企鹅采样点

图11 控制多边形

图12 海豚采样点

图13 控制多边形

图14 海豚

在设计平面卡通形象时,借助B样条曲线的优良性质控制几何形态,使构造的卡通更形象生动且易修改。因此,只要充分理解、掌握和控制B样条曲线的方法技术,就可以根据不同的需求设计出各类卡通形象;通过进一步修改某处控制顶点,可以使卡通形象发生局部变化,从而达到动态的效果。

### 参考文献

- [1] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理B样条[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [2] 张义宽. 计算机图形学[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2005.
- [3] 张彩明. 计算机图形学[M]. 北京: 科学出版社, 2005.

(收稿日期: 2013-10-11)

### 作者简介:

丁永胜,男,1974年生,硕士,副教授,主要研究方向:计算机图形学,数字图像处理。