一种基于 3D_DCT 变换的彩色图像压缩方法

伍柏秋
(南方广播影视传媒集团 江门广播电视台，广东 江门 529000)

摘 要：介绍了一种新的基于三维离散余弦变换的彩色图像压缩方法。该方法把彩色图像看作是一种三维信号，通过三维离散余弦变换，不仅去除了图像 R、G、B 分量内的相关性，同时能够去除 R、G、B 分量之间的相关性，因此，在保留图像质量的同时，能够达到更高的压缩率。另外，该方法还具有简单、速度快等优点。实验表明，这是一种好的压缩方法。

关键词：离散余弦变换；图像压缩；彩色图像；图像处理

中图分类号：TP301.6 **文献标识码**：A **文章编号**：1674-7720(2013)24-0043-03

A method of color image compression based on 3D_DCT

Wu Baiqiu
(Jiangmen Radio & TV Station，Southern Media Corporation，Jiangmen 529000，China)

Abstract：In this paper，a new method of color image compression base on 3D_DCT is proposed by analyzing the correlation of R，G，B components of a color image. It regards a color image as a 3D signal and with the 3D_DCT，the correlation of the R，G，B components and the correlation between the R，G，B components in the image is greatly reduced. As a result，this method has a higher compression ratio on the premise of remaining the image quality. Further more，some advantages such as simple，fast speed are achieved by this method. Experiments show that it is a good color image compression algorithm.

Key words：DCT；image compression；color image；image processing

随着科技的发展以及人们对物质精神文化的追求，信息已经成为时代的重要特征，而图像是人们传递信息的主要途径之一。由于一幅没有压缩的图像的数据原始量太大，给图像的传输和存储带来很大的不便。因此，图像压缩算法成为图像处理领域重要的课题，各种新颖、高效率的图像压缩算法层出不穷。

图像分为灰度图像和彩色图像。一个静止的灰度图像可以用一个二维函数 $f(x,y)$ 来表示，其中 x、y 表示像素点的坐标，$f(x,y)$ 表示该像素的灰度值。而彩色图像比灰度图像携带的信息量要多，因此彩色图像的表示要比灰度图像要复杂。图像的颜色可以分解为红(R)、绿(G)、蓝(B)3 种颜色，因此一幅彩色图像可以用 R、G、B 3 个分量来表示。这样，一个二维彩色图像的数学模型可以表示为：

$$f(x,y)=\{f_r(x,y),f_g(x,y),f_b(x,y)\} \tag{1}$$

其中，$f_r(x,y)$、$f_g(x,y)$、$f_b(x,y)$ 分别是 x、y 处像素点 R、G、B 三色所决定的灰度值[2]。

可见每一个像素点的不同分量灰度值是由坐标 x、y 和 R、G、B 所决定的，因此，可以把每一个灰度值表示为 $f(x,y,u)$，其中 x、y 表示像素点的位置坐标，u 表示的是 R 分量、G 分量还有 B 分量。可以约定，$u=1$ 时，表示的是 R 分量；$u=2$ 时，表示的是 G 分量；$u=2$ 时，表示的是 B 分量。这样，就可以把一幅彩色图像表示成为一个三维信号。

图像压缩是指在保证一定的图像质量的情况下，用尽可能少的数据来表示该图像。能够对图像进行压缩的原因是图像的原始数据当中存在着信息冗余，去除或者减少这些冗余信息，就能够用更少的数据来表示图像，起到压缩图像的目的。

1 DCT 变换和基于 DCT 变换的信号压缩原理

1.1 一维 DCT 变换和二维 DCT 变换

离散余弦变换(DCT)诞生于 1974 年，由 AHMED 和 RAO 首先给出了它的定义式。

一维和二维 DCT 变换及其逆变换的定义式可参看参考文献[1]和参考文献[2]。一维 DCT 和二维 DCT 变换都有正变换及其对应的逆变换。正变换把信号变换到频

域，然后由逆变换重构信号。把信号变换到频域，就可以利用频域的一些特点对信号进行处理，从而取得良好的效果。

1.2 DCT 系数的聚集性和基于 DCT 变换信号压缩原理

DCT 变换具有 K-L 变换近似的良好性质，信号经过 DCT 变换后，能量具有集中性，表现在 DCT 变换后，数值大的系数会集中在特定的区域，这个性质可以用来进行信号压缩。在进行信号存储或者信号传输时，仅仅存储或者传输数值大的数据，省略数值小的数据，从而起到压缩的作用。由于数值大的系数都会集中在特定的区域，因此处理起来就非常方便。

重构信号时，把省略了的数值用 0 代换，然后进行逆变换，就能够得到原信号。在压缩和解压缩过程中，因为忽略了 DCT 系数中的一些很小的数值，所以重构出来的信号与原来的信号相比会有误差，这是一种有损压缩。DCT 系数矩阵系数保留得越多，重构的信号与原来的就越接近；系数保留得越少，重构信号质量就会下降得越多。

2 三维 DCT 变换和基于三维 DCT 的彩色图像压缩

前面提到的是 DCT 变换的信号压缩的一般原理。但对于彩色图像而言，不仅 3 个分量内部有大量的信息冗余，而且 3 个分量之间的信息冗余也很大。为了去除这些冗余信息，达到更大的压缩率，可以把彩色图像看作是一个三维的信号，然后通过三维的 DCT 变换去除 3 个彩色分量之间的相关性，从而达到更大的压缩率。

2.1 三维 DCT 变换

从 DCT 变换的可分离性出发，对比式(2)~式(6)一维 DCT 变换及其逆变换、二维 DCT 变换及其逆变换，则可以得到三维 DCT 变换，其表达式为：

$$X_c(k,l,h)=a(k)a(l)a(h)\sqrt{\frac{1}{MNI}}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{I-1}x(m,n,i)\cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2M}\right]\cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]\cos\left[\frac{(2i+1)h\pi}{2I}\right]$$

$$(k=0,1,\cdots,M-1;\ l=0,1,\cdots,N-1;\ h=0,1,\cdots I-1) \qquad (2)$$

三维 DCT 变换的逆变换为：

$$x(m,n,i)=a(m)a(n)a(i)\sqrt{\frac{1}{MNI}}\sum_{k=0}^{M-1}\sum_{l=0}^{N-1}\sum_{h=0}^{I-1}X_c(k,l,h)\cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2M}\right]\cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]\cos\left[\frac{(2i+1)h\pi}{2I}\right]$$

$$(m=0,1,\cdots,M-1;n=0,1,\cdots,N-1;\ i=0,1,\cdots I-1) \qquad (3)$$

其中，

$$a(u)=\begin{cases}1, & u=0\\ \sqrt{2}, & u\neq 0\end{cases} \qquad (4)$$

2.2 三维 DCT 变换用于彩色图像压缩的数学推导

根据前面的约定，把一幅彩色图像看作是一个三维的信号，其中，$f(m,n,0)$表示图像的 R 分量，$f(m,n,1)$表示图像的 G 分量，$f(m,n,2)$ 表示图像的 B 分量。因此，式(2)、式(3)中 $I=3$，从而可以分别计算出 $X_c(k,l,0)$、$X_c(k,l,1)$和 $X_c(k,l,2)$的表达式为：

$$X_c(k,l,0)=a(k)a(l)a(0)\sqrt{\frac{1}{3MN}}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{2}x(m,n,i)\cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2M}\right]\cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]\cos\left[\frac{(2i+1)0\pi}{6}\right]$$

把上式展开，得：

$$X_c(k,l,0)=\sqrt{\frac{1}{3}}a(k)a(l)\sqrt{\frac{1}{MN}}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}x(m,n,0)\cdot\cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2M}\right]\cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]+\sqrt{\frac{1}{3}}a(k)a(l)\sqrt{\frac{1}{MN}}\cdot\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}x(m,n,1)\cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2M}\right]\cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]+\sqrt{\frac{1}{3}}a(k)a(l)\sqrt{\frac{1}{MN}}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}x(m,n,2)\cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2M}\right]\cdot\cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]$$

由此可见，

$$X_c(k,l,0)=\sqrt{\frac{1}{3}}\mathrm{DCT2}(R)+\sqrt{\frac{1}{3}}\mathrm{DCT2}(G)+\sqrt{\frac{1}{3}}\mathrm{DCT2}(B) \qquad (5)$$

同理，

$$X_c(k,l,1)=\sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{DCT2}(R)+0\times\mathrm{DCT2}(G)-\sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{DCT2}(B) \qquad (6)$$

$$X_c(k,l,2)=\sqrt{\frac{1}{6}}\mathrm{DCT2}(R)-\sqrt{\frac{2}{3}}\mathrm{DCT2}(G)+\sqrt{\frac{1}{6}}\mathrm{DCT2}(B) \qquad (7)$$

其中，DCT2 表示二维离散余弦变换。把式(5)、式(6)和式(7)写成矩阵形式，得：

$$\begin{bmatrix}X_c(k,l,0)\\X_c(k,l,1)\\X_c(k,l,2)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}}\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & 0 & -\sqrt{\frac{1}{2}}\\ \sqrt{\frac{1}{6}} & -\sqrt{\frac{2}{3}} & \sqrt{\frac{1}{6}}\end{bmatrix}\times\mathrm{DCT2}\left(\begin{bmatrix}R\\G\\B\end{bmatrix}\right) \qquad (8)$$

式(8)是三维 DCT 变换用于彩色图像压缩的矩阵表达形式。彩色图像的 R、G、B 分量经过变换之后，变成了频域的 DCT 系数，极大地去除了原始图像数据的相关性。根据 DCT 系数矩阵数值的特点，仅保留少数在左上角较大的系数，而忽略右下角近似为零的系数，从而把图像进行了压缩。然后用处理后的 DCT 系数逆变换，重构原始图像：

$$\begin{bmatrix}R\\G\\B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sqrt{\frac{1}{3}}&\sqrt{\frac{1}{3}}&\sqrt{\frac{1}{3}}\\ \sqrt{\frac{1}{2}}&0&-\sqrt{\frac{1}{2}}\\ \sqrt{\frac{1}{6}}&-\sqrt{\frac{2}{3}}&\sqrt{\frac{1}{6}}\end{bmatrix}^{-1}\times \mathrm{IDCT2}\begin{bmatrix}X_c(k,l,0)\\X_c(k,l,1)\\X_c(k,l,2)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\sqrt{\frac{1}{3}}&\sqrt{\frac{1}{2}}&\sqrt{\frac{1}{6}}\\ \sqrt{\frac{1}{3}}&0&-\sqrt{\frac{2}{3}}\\ \sqrt{\frac{1}{3}}&-\sqrt{\frac{1}{2}}&\sqrt{\frac{1}{6}}\end{bmatrix}\times \mathrm{IDCT2}\begin{bmatrix}X_c(k,l,0)\\X_c(k,l,1)\\X_c(k,l,2)\end{bmatrix} \qquad (9)$$

其中，IDCT2 表示二维离散余弦逆变换。

从式(8)和式(9)可以看出，无论是正变换还是逆变换，都转化为常用的二维 DCT 进行运算，这可以利用已有的算法，从而减少运算的复杂度和运算量。把一个陌生的问题转化为常见的问题，这是一种良好的思维方法。

2.3 三维 DCT 变换彩色图像压缩的步骤

有了式(8)和式(9)，就可以对彩色图像进行压缩和解压缩了，步骤如下。

(1)根据图像 DCT变换的一般做法把图像分块，每块大小为 8×8；

(2)对每一块的 R、G、B分量分别进行二维 DCT 变换；

(3)利用式(8)计算出三维 DCT 系数矩阵：$X_c(k,l,0)$、$X_c(k,l,1)$和 $X_c(k,l,2)$，而对于每一个 8×8 图像块，这些系数矩阵都是 8×8 矩阵；

(4)压缩，对于步骤(3)系数矩阵中数值比较小的系数可以直接舍去，仅保留数值较大的系数。

前面已经提到，DCT 变换系数有聚集性，因此系数的取舍比较方便。对于 $X_c(k,l,0)$、$X_c(k,l,1)$和 $X_c(k,l,2)$，每个矩阵大的系数都集中在左上角；而对于这 3 个矩阵，大的系数都集中在 $X_c(k,l,0)$。因此，每个系数矩阵仅保留左上角少数系数即可，同时 $X_c(k,l,0)$的系数保留多一些，$X_c(k,l,1)$的系数保留少一些，$X_c(k,l,2)$的系数保留最少。

通过以上 4 个步骤，就可以对彩色图像进行大压缩比的压缩。当原始的彩色图像需要进行存储和传输时，仅仅存储和传输经过取舍得到的上述 3 个矩阵的数值就可以了，数据量比原始图像大大地减少了。那么如何用这些数据重构原始图像呢？重构图像与图像压缩是逆过程，步骤如下。

(1)把经过系数取舍的系数矩阵 $X_c(k,l,0)$、$X_c(k,l,1)$和 $X_c(k,l,2)$，对省略了的系数以0 代替，每个矩阵恢复到大小为 8×8 的矩阵，然后分别进行二维 DCT 逆变换；

(2)利用式(9)计算出每一小块 R、G、B 分量的值；

(3)将每一小块按原来的位置合并成一幅完整的图像。

由于系数矩阵 $X_c(k,l,0)$、$X_c(k,l,1)$和 $X_c(k,l,2)$的系数经过取舍舍去了一些值很小的系数，因此重构的图像与原来的图像是有所区别的。但适当控制压缩比，得到的图像质量还是相当好，与原来图像差别不大。

3 实验结果

对图像压缩算法的好坏评价标准主要有两方面：一是压缩比，在满足一定的图像质量前提下，压缩比越大越好；二是图像质量，压缩后的图像应该是人眼可以接受的，压缩后的图像的质量不能退化得太厉害，如压缩后的图像与原来图像相比已经面目全非，那么这个图像压缩就没有意义了。

压缩比是一个很客观的指标，就是原来图像的数据量与压缩后图像数据量的比值，即压缩比=原图像数值大小/压缩后的图像数值大小。对于图像质量好坏的评价，目前并没有通行的标准，可以说是一项很主观的工作。当然，图像质量也有一些客观的指标，例如均方误差(MSE)、峰值信噪比(PSNR)，但这些客观的指标并不完美，有一定的局限性，并不能完全反映人的感受，与人对图像的主观感受并不完全一致。因此，观察者仍然是图像质量优劣的最终判断者。

本文采用 512×512 的彩色图像作为测试图像，以验证本算法的有效性，结果如图 1 所示。压缩后图像质量主要是采用主观评价方法，以人眼看不出与原始图像有差别的前提下，能够达到的最大压缩比。

其中，图 1(a)是原始图像，图 1(b)保留了 DCT 系数矩阵 $X_c(k,l,0)$中左上角 5×5 个系数，$X_c(k,l,1)$中左上角 4×4 个系数，$X_c(k,l,2)$中左上角 3×3 个系数，压缩比为 4:1；图 1(c)保留了 DCT 系数矩阵 $X_c(k,l,0)$中左上角 3×3 个系数，$X_c(k,l,1)$中左上角 2×2 个系数，$X_c(k,l,2)$中左上角 1×1 个系数，压缩比 14:1；图 1(d)保留了 DCT 系数矩阵 $X_c(k,l,0)$中左上角 2×2 个系数，$X_c(k,l,1)$中左上角 1×

(a) 原始图像 (b) 压缩比为 4:1 (c) 压缩比为 14:1 (d) 压缩比为 32:1

图 1 Lena 实验结果

1 个系数，$X_c(k,l,2)$中左上角 1×1 个系数，压缩比为 32:1。

从实验结果可以看出，当压缩比为 4:1 时，压缩后的图像很好地保留了原来图像的色彩和细节，从肉眼看，与原来图像差别不大；当压缩比为 14:1 时，图像质量没有明显改变，色彩与细节方面没有明显变差，肉眼看依然可以接受；当压缩比为 32:1 时，从图像边缘上可以看到一些锯齿状的痕迹，有些模糊，细节有所缺失，但颜色依然与原图像保持一致。因此，本文算法在压缩比达到 14:1 时，能够保持很好的图像质量，做到压缩比与图像质量的平衡。

本文在传统的二维 DCT 变换的基础上提出了三维 DCT 变换，并将其用于彩色图像压缩。而在压缩算法中，将其转化为二维 DCT 变换，减少了算法的复杂度和运算量。通过一系列实验，表明该算法具有压缩比大、算法简单和速度快的特点。

参考文献

[1] 章毓晋. 图像处理和分析[M].北京：清华大学出版社，1999.

[2] 胡广书. 数字信号处理理论、算法与实现[M]. 北京：清华大学出版社，2012.

[3] 苏志武，林定祥，章文辉.数字电视系统测量与监测[M].北京：电子工业出版社，2009.

[4] OPPENHEIM A V.信号与系统[M].刘树堂，译.北京：电子工业出版社，2013.

[5] SKLAR B.数字通信(第 2 版)[M].徐平平，等，译.北京：电子工业出版社，2010.

（收稿日期：2013-09-20）

作者简介：

伍柏秋，男，1978 年生，本科，主要研究方向：系统集成，图像，视频，音频。