

基于 3D 反向动力学 IK 算法的研究*

李振龙, 彭亚雄

(贵州大学电子信息学院, 贵州 贵阳 550025)

摘要: 反向动力学中 CCD 算法具有局限性, 分析几何法应用于多自由度骨骼具有不可收敛性, 而微分求解主要运用于小幅度的变化, 因此利用雅可比矩阵使骨骼具有收敛性, 将分析几何法与微分求解法融合, 实验结果表明, IK 反向动力学算法的改进很有意义。

关键词: 3D 图形学; IK 反向动力学; 微分求解算法

中图分类号: TP311

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2013)24-0034-03

The research based on the 3D inverse dynamics of IK algorithm

Li Zhenlong, Peng Yaxiong

(Electronics and Information College, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: The CCD algorithm of the inverse dynamics has its inherent limitations, and the geometry analysis method is not convergence when it is applied to multi degree of freedom skeleton. As we known, differential method is mainly applied in small change of the freedom skeleton, and the jacobian matrix can make bones with convergence. Hence, this paper fuses the geometry analysis method and the differential method as a solution. Experiments show that the IK inverse dynamics algorithm improvement is very meaningful.

Key words: 3D graphics; IK inverse dynamics; differential method

肢体运动学的研究往往混略掉人们自身运动的特性或者引起运动的真正原因。参考文献[1]综述了随着计算机的发展, 虚拟人技术不断改进, 新兴的 3D 场景图建模是计算机图形学处理三维世界发展的多层次数据结构, 但由于机器人等运动学模型受外部约束以及内部节点的限制, 很难实现一些舒服的姿势和动作。参考文献[2]主要对虚拟人技术的运动算法实现进行了研究; 参考文献[3]也对虚拟人技术运动算法做了研究, 并提出反向动力学的思想, 但都未对反向动力学算法带来的问题进行解决。反向动力学是被开发来解决这些运动约束的图形处理方法的分支, 以模型叶节点为起点来计算根节点信息的方法^[4]。

简单地说, IK(Inverse Kinematics)算法就是首先确定末端骨骼的位置信息, 根据末端骨骼的位置信息反向推导出该骨骼继承链上 N 级父亲骨骼的位置信息。通过这种方法指定角色的“姿势”, 即首先把渲染的角色表示成骨骼关节结构, 所谓的姿势表示成由此构成的夹角, 包括状态向量 θ 以及节点的方向向量和位置。对于 IK 算法, 基本公式是:

$$\theta = f^{-1}(X) \quad (1)$$

其中, X 通常是最末端骨骼位置信息, 用此算法来计算

满足条件的 θ 。

参考文献 [5] 阐述了 IK 算法在计算机动画中的应用, 并重点研究了 7 个自由度骨骼的运动, 但对奇异点病态方程的问题没有提出有效的解决方法。

当前的计算机图形学中, 所有角色动画简单地由正向动力学算法计算已经不能满足动画逼真性的需求, 一些游戏中正向动力学遇到很多问题, 即使花大量时间也是很难去消除或协调的^[6]。针对时效的问题, 参考文献[6]对反向动力学算法应用在多处理器中进行了研究, 对速降法也提供了一些支持。近些年, 随着实时算法的发展, 反向动力学越来越显得不可缺少。本文主要通过几何分析法与微分求解法的融合, 使 IK 反向动力学算法有效摒弃 CCD 速降法带来的算法不收敛性。CCD 速降法对每个关节的限制会造成关节限制的约束的合并, 尤其是末端链仅仅产生移动, 使画面产生不自然的感觉。针对这一问题, 首先通过几何分析法来确定关节位置, 局部采用微分求解法, 并且在微分求解过程中引入稀疏矩阵来寻找并处理奇异点的问题。参考文献[7]、[8]提及的渲染技术, 利用 HLSL 语言进行画面的模拟。

1 几何分析法算法的研究

实现 IK 算法, 目前应用最多的是 CCD(Cyclic Coordinate Descent)。这是一个迭代算法, 通过多次迭代向目标解逐步接近, 通常 5~10 次就会得到很好的效果, 绝大

* 基金项目: 农村科技与应用动漫专题教材制播研究(Z103060); 贵州省科技厅农业攻关项目

多数情况下骨骼的目标位置都会收敛到理想位置。但通常 CCD 算法的每一步都需要启发式的构造,并且骨骼之间的关节不能任意角度旋转。另一个问题是,当所有骨骼在一条直线上时,每一个骨骼都会认为自身不再需要旋转,CCD 的迭代算法会失效。相对于 CCD 算法,常用到的几何分析法能够很快地得到骨骼的目标位置信息,可以一步算出目标位置,有效地摒弃了 CCD 算法迭代的效率问题。但是几何分析法也存在不足,即对于结构稍微比较复杂的框架骨骼,会得到无数多的解。

在 IK 反向动力学算法中,对于一个 N 级骨骼链,其 N 级父亲骨骼信息 T 是相对于 $N-1$ 级子骨骼信息 T 相对运动,相对于末端骨骼信息,可简单表示为:

$${}^0_n T = {}^0_1 T {}^1_2 T {}^2_3 T \cdots {}^{n-1}_n T \quad (2)$$

举一个二链臂实例,这里运用骨骼链的特点,利用闭式解法可迅速得出 θ_2 和 θ_1 :

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{-l_2 \sin \theta_2 x + (l_1 + l_2 \cos \theta_2) y}{l_2 \sin \theta_2 y + (l_1 + l_2 \cos \theta_2) x} \right) \quad (3)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \right) \quad (4)$$

其中, l 为骨骼的长度。

可以看出,相对于 CCD 算法,第一步的几何分析法能够快速算出初始角 θ ,有效地摒弃了迭代的效率问题。

2 微分求解算法的研究

通常研究求解路径问题,首先会想到利用矩阵方程组求出一个或多个解取优。这里引入雅可比矩阵,构成一个关于 θ 的函数。可以简单地把引入雅可比矩阵的算法概括成一个循环过程的算法。首先,利用雅可比矩阵解决小幅度变化问题线性化,将 N 级父亲骨骼向目标位置移动单位 ΔX ,根据式(5)和式(6)计算出雅可比矩阵的逆矩阵:

$$\Delta \theta = J^{-1}(\Delta X) \quad (5)$$

$$X = f(\theta + \Delta \theta) \quad (6)$$

继续移动 ΔX ,直到 X 到达目标位置 X_g 。

这个原理必然引来迭代问题,必须保证引入的 Δx 是一个比较有效的迭代。参考文献[5]提出了对于 Δx 的误差问题,并采用了更复杂的启发性方法解决了上式在动画运动在奇异点及其附近出现自由度丢失的问题,利用 λ 衰减因子及状态空间速度来找到一个最优解,使式(7)的值最小:

$$\|(\Delta \theta) - \Delta X\|^2 + \lambda^2 \|\Delta \theta\|^2 \quad (7)$$

根据参考文献[5]的思想,构造一个更灵活的数学模拟表达式:

$$\Delta \theta = J^+ \Delta X + (I - J^+ J) \Delta H \quad (8)$$

其中, J^+ 表示方阵的逆矩阵,矩阵 I 表示关节空间维数的单位矩阵, ΔH 表示父骨骼相对目标位置运动的附加偏移量。然而,并非所有的矩阵 J 都是可逆的,这是因为骨骼的自由度小于到达目标位置所要求计算的自由度,

导致矩阵 J 不是正方形。因此引入限制条件:矩阵 J 的行大于列并且列等于矩阵的秩:

$$J^+ = (J^T J)^{-1} J^T \quad (9)$$

反之,秩等于行并且小于列:

$$J^+ = J^T (J J^T)^{-1} \quad (10)$$

骨骼要处理的自由度远比达到目标位置的自由度大,这就造成 X 与 θ 的维数不相等,并会造成雅可比矩阵不可逆,引入稀疏矩阵保证系统有意义。

3 微分求解详细过程解析

这部分主要是对上述构造完成的公式的附加任务的计算方法进行研究,达到改变关节姿势角度以及在不改变末端骨骼位置的前提下,改变骨架的姿势。

(1) 计算式(11):

$$\Delta \theta = J^+ \Delta X \quad (11)$$

通过构造的稀疏矩阵来计算 θ 角度的增量。

(2) 计算式(12):

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \Delta \theta \quad (12)$$

(3) 计算出附加任务 ΔH 。根据已经构造出的式(13),将结果计算到 θ_i 中。

$$\Delta H = J^+ \Delta X + (I - J^+ J) \Delta H \quad (13)$$

对于步骤(3)中的附加任务 ΔH ,以往的算法引入中值角思想,以此来确保可以获得一个较好的姿势的关节角度 θ ,即:

$$\Delta H = -2(\text{当前} \theta - \text{中值角度} \theta) \quad (14)$$

这里将改用小范围插值求解的方法。在此过程中,公式构造为:

$$\Delta H = \sum_{i=1}^n \alpha_i (\theta_i - \theta_i^m) \quad (15)$$

其中, θ_i 表示当前角, θ_i^m 表示中值角。对于以往的算法来讲,中值角 θ_i^m 由 $E(\theta)$ 求出,势必引入大量的计算,由于本文算法是几何分析法和微分求解法的结合,小范围内由微分求法来优化,故不必引入复杂的期望求解法,这里改为线性插值的解法:

$$\theta_i^m = (1 - \alpha) \theta_{i-1} + \alpha \theta_i \quad (16)$$

这里的 α 是斜率。对于关节权重的 α_i 取值为一定数值矩阵的一列,并且值 $\in (0, 1)$,确保 ΔH 的收敛性。然而,并非所有骨骼都可以旋转无限制角度,以三链臂为例, $\theta_1 \in [-90, 90]$, $\theta_2 \in [0, 110]$, $\theta_3 \in [-20, 20]$ 。对每个不同位置的关节控制在可允许的范围内,这样,计算出的位置幅度范围小,得出值的过程较快,并且同时确保了骨架姿势的逼真性。

4 实验结果

利用 C# 代码、Direct9.0 和 HLSL 渲染技术,在 Visual Studio 2010 环境下进行实验,部分代码如下(包括位置信息、骨骼权重和法线位置等)。

```
VS_OUTPUT Transform(
```

《微型机与应用》2013年 第32卷 第24期

```

float4 inputPosition : POSITION,
float3 inputNormal : NORMAL,
float2 inputTexCoord :TEXCOORD0,
float4 weights : TEXCOORD1,
float4 bones : TEXCOORD2
)
{
VS_OUTPUT Out = (VS_OUTPUT)0;
float4 pos=mul(inputPosition, Local);
pos=mul(pos,BoneMatrices[(int)bones.x])*weights.x+
mul(pos,BoneMatrices[(int)bones.y])*weights.y+
mul(pos, BoneMatrices[(int)bones.z])*weights.z+
mul(pos,BoneMatrices[(int)bones.w])*weights.w;
Out.Pos = mul(pos, WorldViewProjection);
Out.Normal =mul(inputNormal, World);
Out.Texcoord = inputTexCoord;
Out.EyeDir = EyePosition - Out.Pos;
Out.Direction = LightPosition -Out.Pos;
return Out;
}

```

实验结果如图 1 所示。



图 1 实验结果

表 1 为算法改进前后的实验结果的对比。

由表 1 可以看出,本文算法具有很大的改进。然而,这些数据不是每次实验都是这样的,在实际操作中会有许多其他客观因素加入,但只要能够得出更好的实验结果,证明改进还是正确的。由实验分析可知,CCD 速降法会得出更多错误位置,这是由于计算角度位置的幅度范围太大造成的,而几何分析法和微分求解法完美地融合就可以大幅度减小这些错误。此外,对中值期望角的改进求法在摒弃了复杂计算过程的同时,在小范围内的求

表 1 实验不同算法的比较

	CCD 算法	几何分析微分求解融合	融合算法后改进插值解法	
关节限制	实际时间/s	0.5	0.007	0.000 024
关闭	相对时间/s	20 833	292	1
关节限制	实际时间/s	0.77	0.009	0.000 23
打开	相对时间/s	3347	39	1
平均	计算错误	0.000 000 0	0.000 000 0	0.000 000 0
位置	个数	56	33	025
	相对错误/%	1.02	0.5	0

解计算并没有增加过多的错误位置信息,还减少了计算时间,因此,改进算法很有意义。

在很多应用中,IK 算法只是算取骨架的部分骨骼,主骨架位置还是由正向动力学算法求出。随着 3D 图像学的不断进步以及实时算法的发展和改进,IK 反向动力学会得到越来越广的方面应用,也极大地推进了虚拟场景的动画研究。分析几何法可以快速地确定关节角度的大致位置,微分求解法可以小范围内确保关节角度的最优,二者的结合可以达到扬长避短的效果,也使反向动力学算法更优化。

参考文献

- [1] 王兆其. 虚拟人合成研究综述[J]. 中国科学院研究生院报, 2000, 17(2): 89-98.
- [2] 洪炳熔, 贺怀清. 虚拟人的步行和跑步运动方法的实现[J]. 计算机应用研究, 2000(11): 15-19.
- [3] 徐孟, 孙守迁, 潘云鹤. 虚拟人运动控制技术的研究[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(3): 338-342.
- [4] TOLANI D, GOSWANMI A, BALDER N I. Real-time inverse kinematics techniques for anthropomorphic limbs[J]. Graphical Models, 2000, 62(5): 353-88.
- [5] MACIEJEWSKI A A. Dealing with the ill-conditioned equations of motion for articulated figures[J]. Computer Graphics and Applications, 2002, 10(3): 63-71.
- [6] Chen Chun. Efficient scheduling algorithms for robot inverse dynamics computation on a multiprocessor system[J]. Systems, Man and Cybernetics, 2002, 18(5): 729-743.
- [7] DRIEMYER T, RAY M. 渲染技术超级手册[M]. 费广正, 译. 北京: 人民邮电出版社, 2007.
- [8] 向世明. Visual C++ 数字图像与图形处理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.

(收稿日期: 2013-09-23)

作者简介:

李振龙, 男, 1988 年生, 硕士, 主要研究方向: 数字通信技术。

彭亚雄, 男, 1963 年生, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向: 多媒体信号与信息处理。