

# 基于超宽带技术的 TDOA 室内三维定位算法研究

王彪,傅忠谦

(中国科学技术大学 电子科学与技术系,安徽 合肥 230026)

**摘要:** 在室内环境下对目标进行无线定位时,由于障碍物的遮挡而造成的非视距(NLOS)误差对定位精度产生了很大的影响。针对此问题,对利用超宽带(UWB)技术测量得到的到达时间差(TDOA)数据进行残差分析,首先鉴别测得的数据中是否存在NLOS误差,然后针对存在NLOS误差的情况,提出将Fang算法得到的定位结果作为泰勒级数展开法的初始定位值,组成Fang-Taylor级数联合算法来计算NLOS情况下的定位结果。而对于视距(LOS)情况下测得的数据,仍采用单一的Fang算法进行计算。仿真对比实验表明,Fang-Taylor级数联合算法有效地提高了室内NLOS环境下目标的定位精度。

**关键词:** 非视距;三维定位;Fang算法;泰勒级数展开法

中图分类号: TN98

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2013)14-0083-04

## The research of TDOA indoor three-dimensional positioning algorithm based on ultra-wideband technology

Wang Biao, Fu Zhongqian

(Department of Electronic Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** When positioning the target in the indoor environment, the non-line-of-sight (NLOS) error caused by the occlusion of the obstacles had a great impact on positioning accuracy. In order to solve this problem, this paper used residual analysis to identify the time difference of arrival(TDOA) datas which measured by the ultra-wideband(UWB) technique. Then determine whether there are NLOS errors. For the NLOS case, to propose results of Fang algorithm positioning as the initial value of the Taylor series expansion method, to combine into the Fang-Taylor series algorithm to calculate the measurement datas. And for the LOS case, we still use the Fang algorithm to calculate. The indoor environment simulation shows that the Fang-Taylor series algorithm improved the accuracy of the positioning.

**Key words:** NLOS; three-dimensional positioning; Fang algorithm; Taylor series expansion algorithm

随着无线通信技术的高速发展,基于无线通信的定位技术得到了广泛的发展与应用。例如,众所周知的全球定位系统(GPS),在室外环境下为人们提供了许多便利。

相比于室外环境,室内环境下的无线定位面临着更多挑战<sup>[1]</sup>。目前室内定位常用的技术有超声波、红外线、蓝牙、Wi-Fi、ZigBee以及近些年新兴起来的技术——超宽带(UWB)技术。其中,超宽带技术因其诸多优势而广泛应用在室内定位中。超宽带技术是一种无载波的通信技术,它利用纳秒级或纳秒以下的极窄脉冲信号来传输数据,这使得超宽带信号有着很高的时间分辨率,进而能够实现很高的测距精度<sup>[2]</sup>。

用于无线定位的算法很多,包括根据电波到达角度的AOA(Angle of Arrival)算法和信号强度的RSSI(Received

Signal Strength Indication)算法,以及基于到达时间差的TDOA(Time Difference of Arrival)算法或到达时间的TOA(Time of Arrival)算法<sup>[3]</sup>。其中,到达时间差的定位算法应用较为广泛。主要因为它不要求传感器与被定位目标之间保持时钟同步。在无线定位技术中,传感器和目标时钟不同步是个不可消除的不利因素,而到达时间差的定位算法恰恰能克服此不利因素,只要求传感器之间保持时钟同步。因此,在室内环境下利用到达时间差算法进行定位计算,从一定程度上简化了定位系统的复杂性。

### 1 定位算法介绍

室内定位的过程中,在主传感器和从传感器时钟同步的情况下,利用到达时间差(TDOA)算法可以得到TDOA测量值,然后运用定位估计算法来处理得到的定位数

## 技术与方法 Technique and Method

据,进而计算出最终的定位结果。具体计算过程是:利用获得的 TDOA 测量值,可以计算定位目标和两个传感器之间的距离差,多个 TDOA 测量值便构成了一组关于目标位置的双曲面方程组,求解该双曲面方程组就可以得到目标的估计位置。对于目标位置估计的算法可以分为两大类:非迭代算法和迭代算法。非迭代算法即直接算法,比较有代表性的有 Chan 算法<sup>[4]</sup>、Fang 算法<sup>[5]</sup>;而迭代算法中比较有代表性的是泰勒级数展开法<sup>[6]</sup>。

### 1.1 Fang 算法

Fang 算法利用 4 个传感器所得到的 TDOA 测量值来直接估算标签的位置,这种算法计算量小,在视距(LOS)条件下有着很高的定位精度<sup>[3-4]</sup>。该算法具体过程如下:

在三维直角坐标系中,设定位目标的位置坐标为  $(x, y, z)$ ,主传感器的位置坐标为  $(x_1, y_1, z_1)$ ,从传感器的位置坐标为  $(x_i, y_i, z_i)$ ,定位目标与从传感器和主传感器的距离差为  $R_{i,1}$ ,其中  $i=2, 3, 4$ 。由此可以得到:

$$R_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (1)$$

$$R_i^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2 \\ = K_i - 2x_i x - 2y_i y - 2z_i z + x^2 + y^2 + z^2 \quad (2)$$

其中,  $K_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ 。

$$R_{i,1} = ct_{i,1} = R_i - R_1 \quad (3)$$

其中  $c$  为电磁波的传播速度,  $t_{i,1}$  为 TDOA 的测量值。由于:

$$R_i^2 = (R_{i,1} + R_1)^2 = R_{i,1}^2 + 2R_{i,1}R_1 + R_1^2 \\ = K_i - 2x_i x - 2y_i y - 2z_i z + x^2 + y^2 + z^2 \quad (4)$$

令  $i=1$  可得:

$$R_1^2 = K_1 - 2x_1 x - 2y_1 y - 2z_1 z + x^2 + y^2 + z^2 \quad (5)$$

式(4)-式(5),可以得到:

$$R_{i,1}^2 + 2R_{i,1}R_1 = K_i - 2x_{i,1}x - 2y_{i,1}y - 2z_{i,1}z - K_1 \quad (6)$$

上式,  $x_{i,1} = x_i - x_1$ ,  $y_{i,1} = y_i - y_1$ ,  $z_{i,1} = z_i - z_1$ 。把  $x, y, z$  看成未知数,则式(6)就变成了线性方程组,当求出线性方程组中  $x, y, z$  的值便可以得到目标的位置坐标。设定主传感器的位置为  $(0, 0, 0)$ ,从传感器的位置分别为  $(x_2, 0, 0)$ 、 $(x_3, y_3, 0)$ 、 $(x_4, y_4, z_4)$ 。此时可以由式(6)得到:

$$\begin{cases} -2R_{2,1}R_1 = R_{2,1}^2 - x_2^2 + 2x_2x \\ -2R_{3,1}R_1 = R_{3,1}^2 - (x_3^2 + y_3^2) + 2(x_3x + y_3y) \\ -2R_{4,1}R_1 = R_{4,1}^2 - (x_4^2 + y_4^2 + z_4^2) + 2(x_4x + y_4y + z_4z) \end{cases} \quad (7)$$

上式消去  $R_1$  后可表示为:

$$y = gx + h \quad (8)$$

$$z = kx + l \quad (9)$$

上式中:

$$g = ((R_{3,1}x_2)/R_{2,1} - x_2)/y_3$$

$$h = (x_3^2 + y_3^2 - R_{3,1}^2 + R_{3,1}R_{2,1}(1 - (x_2/R_{2,1})^2))/2y_3$$

$$k = (R_{4,1}x_2y_3 - R_{2,1}x_4y_3 - R_{3,1}x_2y_4 + R_{3,1}x_4y_3)/(R_{2,1}y_3z_4)$$

$$l = R_{4,1}R_{3,1}y_3 - R_{4,1}R_{3,1}y_3 - R_{4,1}x_2^2y_3 + R_{2,1}(x_4^2 + y_4^2 + z_4^2)y_3$$

将式(8)、式(9)带入式(7),可得:

$$dx^2 + ex + f = 0 \quad (10)$$

上式中:

$$d = 4R_{2,1}^2 + 4R_{2,1}g^2 + 4R_{2,1}k^2 - 4x_2^2$$

$$e = 8R_{2,1}gh + 8R_{2,1}lk - 4x_2(R_{2,1} - x_2^2)$$

$$f = 4R_{2,1}h^2 + 4R_{2,1}l^2 - (R_{2,1} - x_2^2)^2$$

由式(10)便可以得到  $x$  的值,进而可以求得  $y, z$  的值,最终得到目标的位置坐标。

### 1.2 泰勒级数展开法

泰勒级数展开法是一种迭代算法,它需要先对目标的初始位置进行估计,然后通过最小平方误差的准则不断地对初始值进行修正,最终达到符合设定门限值的结果。这种迭代能够适用于各种信道环境,但是它要求定位目标初始位置的坐标估计值与实际位置坐标值很接近,以此来保证算法的收敛性和结果的准确性。算法具体过程如下:

首先,定义函数  $f_i(x, y, z)$  为:

$$f_i(x, y, z) = \sqrt{(x_{i+1} - x)^2 + (y_{i+1} - y)^2 + (z_{i+1} - z)^2} - \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (11)$$

$$f_i(x, y, z) = \hat{R}_{i+1,1} + \varepsilon_{i+1,1} \quad (12)$$

其中  $\hat{R}_{i,1}$  为估计到达距离差,  $\varepsilon_{i,1}$  对应为估计到达距离误差的协方差矩阵。如果  $x_v, y_v, z_v$  为定位目标坐标位置的初始估计值,则:

$$x = x_v + \delta_x, y = y_v + \delta_y, z = z_v + \delta_z \quad (13)$$

其中,  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$  为对应位置坐标的误差。对函数  $f_i$  进行泰勒级数展开,取其前两项得到:

$$f_{i,v} + \alpha_{i,1}\delta_x + \alpha_{i,2}\delta_y + \alpha_{i,3}\delta_z \approx \hat{R}_{i+1,1} + \varepsilon_{i+1,1} \quad (14)$$

此处,

$$\begin{cases} f_{i,v} = f_i(x_v, y_v, z_v) \\ \alpha_{i,1} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x} \right|_{x_v, y_v, z_v} = \frac{x_1 - x_v}{\hat{R}_1} - \frac{x_{i+1} - x_v}{\hat{R}_{i+1}} \\ \alpha_{i,2} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial y} \right|_{x_v, y_v, z_v} = \frac{y_1 - y_v}{\hat{R}_1} - \frac{y_{i+1} - y_v}{\hat{R}_{i+1}} \\ \alpha_{i,3} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial z} \right|_{x_v, y_v, z_v} = \frac{z_1 - z_v}{\hat{R}_1} - \frac{z_{i+1} - z_v}{\hat{R}_{i+1}} \\ \hat{R}_i = \sqrt{(x_v - x_i)^2 + (y_v - y_i)^2 + (z_v - z_i)^2} \end{cases} \quad (15)$$

将式(14)写成矩阵形式得:

$$A\delta = D + e \quad (16)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \alpha_{1,3} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} & \alpha_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{N-1,1} & \alpha_{N-1,2} & \alpha_{N-1,3} \end{bmatrix}, \delta = \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix}$$

技术与方法 Technique and Method

$$D = \begin{bmatrix} \hat{R}_{2,1} - f_{1,v} \\ \hat{R}_{3,1} - f_{2,v} \\ \vdots \\ \hat{R}_{N,1} - f_{N-1,v} \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} \varepsilon_{2,1} \\ \varepsilon_{3,1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{N,1} \end{bmatrix}, i=1, 2, \dots, N-1$$

对式(16)进行加权最小二乘估计得到:

$$\delta = [A^T R^{-1} A]^{-1} A^T R^{-1} D \quad (17)$$

根据式(17),由初始估计位置 $(x_v, y_v, z_v)$ 来计算 $\delta$ ,然后根据式(13)来更新 $(x_v, y_v, z_v)$ 的值,直到 $\delta$ 小于预先设定的门限值。

2 改进算法

通过对非递归定位算法和递归定位算法的特点进行分析,本文提出 Fang-Taylor 级数联合算法。该算法首先对得到的 TDOA 测量值进行鉴别分析,对于鉴别出来的 LOS 情况,直接采用简便的非递归算法求解;对于 NLOS 情况,采用非递归与递归算法相结合的联合定位算法来进行求解。这样,针对不同的信道环境采用不同的定位算法,在室内定位系统的算法复杂度和定位精度之间取得了比较好的平衡。

首先用残差鉴别法<sup>[4]</sup>对 TDOA 数据进行鉴别。该方法主要目的是判断出测量值中是否存在 NLOS 误差。主要判断过程是计算 TDOA 测量值与定位目标参考坐标之间的残差大小。当定位目标与各个传感器存在 LOS 传播时,由 TDOA 测量值所得到的 3 个双曲面会交于一点,此时可以精确得到所定位目标的坐标,TDOA 的残差会很小;而当其中某个或某些传感器与定位目标之间存在 NLOS 信道时,TDOA 的 3 个双曲面就无法交于一点,而是形成一定的区域,目标的估计位置就将落在这一随机区域内,显然,此时的 TDOA 残差必然变大。这里,残差的定义为:

$$D = \sum_{i=2}^N [\sqrt{(x_i - x)^2 - (y_i - y)^2 - (z_i - z)^2} - \sqrt{(x_1 - x)^2 - (y_1 - y)^2 - (z_1 - z)^2} - c\tau_{i,1}]^2 \quad (18)$$

其中  $c$  为光速,  $\tau_{i,1}$  为传感器  $i$  与主传感器的 TDOA 测量值。残差鉴别法的具体流程如图 1 所示。

3 室内环境下的仿真及结果分析

本文用均方根误差 (RMSE) 来计算误差累积分布函数 (CDF) 并对定位结果进行衡量。均方根误差定义如下:

$$RMSE = \sqrt{(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2 + (z - \hat{z})^2} \quad (19)$$

其中  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$  为估计位置坐标。

在  $10\text{ m} \times 10\text{ m} \times 10\text{ m}$  的三维空间内随机生成待定位目标的位置。

(1) LOS 环境下的仿真。对 Fang 算法和 Fang-Taylor 联合算法进行实验仿真,对比如图 2 所示。

从图 2 可看出, LOS 环境下, Fang-Taylor 联合算法相比于 Fang 算法,定位的性能并没有很明显的优势。

(2) NLOS 环境下的仿真。非视距误差服从方差  $\delta^2$  为  $0.15^2$  的高斯分布,经过实验仿真,对比如图 3 所示。



图 1 残差鉴别法流程图

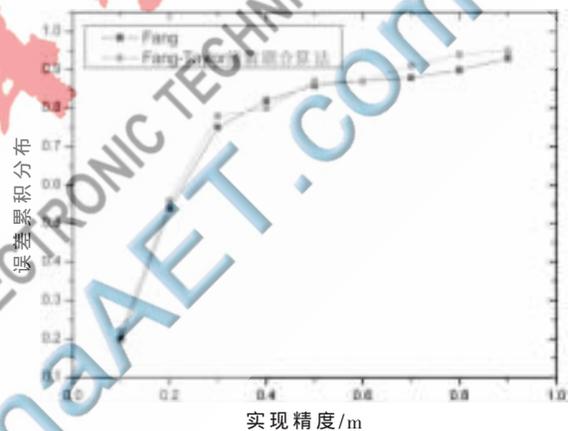


图 2 LOS 下联合算法与 Fang 算法对比图

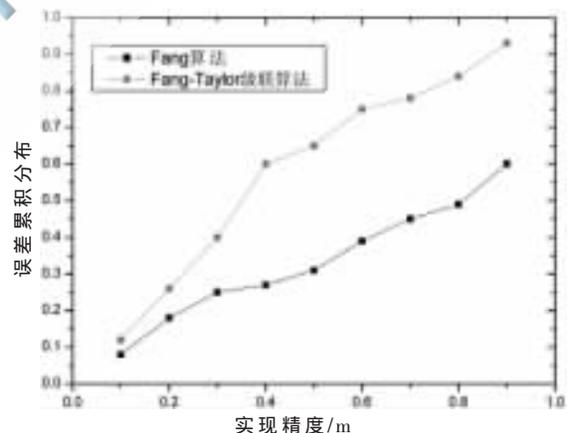


图 3 NLOS 下联合算法与 Fang 算法对比图

由图 3 可以看出,在 NLOS 环境下,联合算法比 Fang 算法的精度有了明显的提高,三个坐标轴上定位结果的均方根误差之和在 0.6 m 内的概率达到了 70%。

(3) 定位的传感器个数增加至 6 个和 8 个时,结果如图 4 所示。

由图 4 可以看出,在 Fang-Taylor 级数联合算法的定位计算过程中,随着依次增加定位传感器的数量至 4、

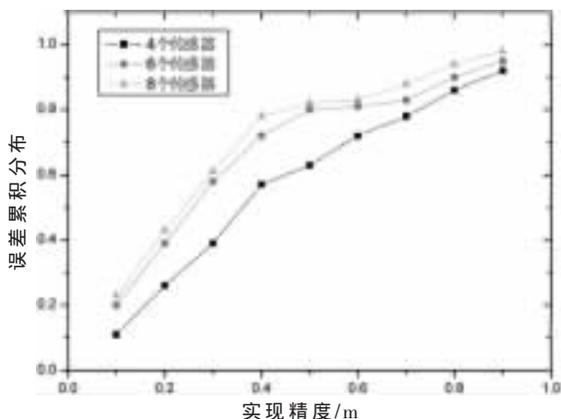


图4 不同传感器个数下联合算法 CDF 对比图

6、8个时,定位的精度也随之提高。这也说明了联合算法在多传感器覆盖下的优势,能够充分利用冗余的信息。从图4可以看出,在3个坐标轴上定位结果的均方根误差之和在0.6 m内的概率几乎达到了80%。对比定位传感器个数为4个和8个情况下的定位结果可以看出,在一个定位单元内,设置定位传感器个数为6时,性价比最高。

本文通过对 Fang 算法和泰勒级数展开法各自特点的分析,针对室内情况下得到的到达时间差测量数据,提出了 Fang-Taylor 级数联合算法。在定位计算开始前,首先对室内环境下得到的数据进行信道鉴别,针对室内环境中 LOS 情况下得到的 TDOA 测量数据,运用单一的 Fang 算法能快速准确地给出定位结果。而对于 NLOS 情况下得到的 TDOA 数据,则利用 Fang-Taylor 级数联合算法进行处理。由实验仿真可以看出,联合算法有效地减小了定位误差,而且在条件允许的情况下,适当增加定

位传感器的个数,可以使定位的精度得到进一步的提高。

#### 参考文献

- [1] KHOURY H M, KAMAT V R. Indoor user localization for rapid information access and retrieval on construction sites[C]. Proceedings of the 15th Workshop of Intelligent Computing in Engineering and Architecture(EG-ICE), Plymouth, 2008: 497-507.
- [2] GEZICI S, Tian Zhi, GIANNAKIS G B, et al. Localization via ultra-wideband radios: a look at positioning aspects for future sensor networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(4): 70-84.
- [3] CAFFERY J J, STUBER G. Overview of radiolocation in CDMA cellular systems[J]. IEEE Communications Magazine, 1998, 36(4): 35-45.
- [4] CHAN Y T, HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905-1915.
- [5] FANG B T. Simple solutions for hyperbolic and related position fixes[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(5): 748-753.
- [6] FOY W H. Position location solutions by Taylor series estimation[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1976, 12(2): 105-110.

(收稿日期: 2013-03-26)

#### 作者简介:

王彪,男,1989年生,硕士研究生,主要研究方向:无线定位算法,复杂系统与复杂性科学。

傅忠谦,男,1959年生,学士,副教授,主要研究方向:复杂系统与复杂性科学,模拟/射频 IC 设计,系统仿真。