

基于压缩感知的阵列信号测向方法研究*

崔扬,徐小红,王教余,沈仁明

(合肥工业大学 计算机与信息学院,安徽 合肥 230009)

摘要: 针对阵列信号处理中传统测向方法在实际应用中存在采样数据量过大,同时需满足空间采样定理的问题,设计了随机线性阵列采样系统。在不满足空间采样定理的情况下,利用目标信号源在空间角度上的稀疏性,提出了在超完备冗余字典框架下将压缩感知理论应用于阵列高分辨测向的方法。计算机仿真结果表明了该算法在抗噪声性能上具有一定的鲁棒性,与传统测向方法相比,实现了在较低信噪比下只需少量采样点就可以达到高分辨测向的目的,降低了运算量。

关键词: 压缩感知;超完备冗余字典;随机线性阵列;高分辨测向

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2013)15-0079-03

Direction-finding method research in array signal based on compressed sensing

Cui Yang, Xu Xiaohong, Wang Jiaoyu, Shen Renming

(Computer and Information School, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Traditional direction-finding method of array signal processing will arise a lot of quantity of sampling data and must meet the space sampling theory in practical application. The paper designed the random linear array sampling system. In not satisfied the spatial sampling theorem conditions, it put forward the method in the super complete redundant dictionary framework that apply compressed sensing theory in thigh resolution direction-finding method, which make use of the sparse of the target signal in the space direction. The computer simulation results show that the algorithm has robustness in anti-noise performance. The algorithm reach the purpose of high resolution direction in lower signal to noise ratio under the circumstance of only a small amount of sampling point compare to the traditional direction-finding algorithm, reducing the amount of computation.

Key words: compresses sensing; super complete redundant dictionary; the random array; high resolution direction-finding

信号的高分辨测向^[1]是阵列信号处理的主要研究内容,广泛应用于地震勘探、医学成像^[2]和电子对抗^[3]等领域。传统的测向方法主要有最小方差无畸变响应波束形成 MVDR (Minimum Variance Distortion-less Response)、多重信号分类 MUSIC (Multiple Signal Classification)、最大似然估计、旋转不变技术的信号参数估计等,上述这些算法都是基于奈奎斯特采样定理进行采样,巨大的采样数据量对信号处理的能力提出了更高的要求,也给相应的硬件设备带来了极大的挑战;此外这些算法均敏感于噪声,要求较高的信噪比,限制了它们的应用范围。

* 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61271121);国家自然科学基金资助项目(61102153);安徽省自然科学基金资助项目(11040606M149);安徽省自然科学面上基金资助项目(1208085MF91)

近年来,Donoho、Candes、Tao 等人提出了压缩感知^[4-7]CS(Compressed Sensing)理论,该理论的提出为上述问题的解决提供了契机。将压缩感知理论用于阵列信号测向已经有了许多有益的探索^[8-11],本文在前人工作基础之上,利用目标信号源在空间角度上的稀疏性,结合压缩感知的基本理论,提出基于超完备冗余字典^[12]的CS阵列测向方法,设计出随机线性阵列采样系统,与传统测向方法相比,该算法在低信噪比条件下能够对信号波达方向进行有效估计,运算量显著降低且具有很好的分辨率。

1 基于超完备冗余字典的压缩感知

在有限等距性质 RIP (Restricted Isometry Property) 框架下的压缩感知理论体系中,信号稀疏表示矩阵的列

技术与方法

Technique and Method

矢量组是一个完备的正交基,即:

$$X = \Psi \alpha \quad (1)$$

其中, Ψ 是 $N \times N$ 维的完备字典, α 是 $N \times 1$ 维信号 X 在 Ψ 下稀疏表示系数矢量。

考虑含噪声的压缩感知投影测量过程如下:

$$y = \Phi X + \varepsilon = \Phi \Psi \alpha + \varepsilon \quad (2)$$

其中, Φ 表示 $M \times N$ 维的投影矩阵, $M \ll N$ 。那么在 RIP 框架下的压缩感知理论能够从求解以下最小 l_1 范数的凸优化问题来重构 α :

$$\hat{X} = \arg \min \|\alpha\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|y - \Phi \Psi \alpha\|_2 \leq \varepsilon \quad (3)$$

其中, ε 为测量过程中噪声引起的误差。等价于无条件凸优化极值问题,即:

$$\min \|y - \Phi \Psi \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \quad (4)$$

式中, λ 是重建误差与信号稀疏度之间的非负平衡因子。解决凸优化问题常见算法有基追踪(BP)、正交匹配追踪(OMP)、梯度投影(GPSR)、迭代阈值收缩等算法。

然而,在实际的应用中,大多数信号都不是在完备正交基下稀疏的,而是在超完备冗余字典下是稀疏的,即式(1)中 Ψ 是 $N \times P$ 维的超完备冗余字典, $P > N$, α 是 $N \times 1$ 维信号 X 在 Ψ 下稀疏表示系数矢量。

2 基于随机线性阵列的压缩感知信号测向

2.1 随机线性阵列采样系统

本文设计了一种随机线性阵列采样系统如图1所示。 M 阵元随机放置于非均匀线性阵列中,阵元间距可以大于或者小于波长的一半,尽可能随机摆放;记录每个阵元的输出,利用本文提出的CS测向方法(中心处理器)估计来波方向。



图1 随机线性阵列采样系统示意图

2.2 基于CS理论的阵列测向算法

阵元接收信号矢量为 $X(n) = [X_1(n), X_2(n), \dots, X_M(n)]^T$, 大小为 $MN \times 1$, 由式(1)可知其可以表示为:

$$X(n) = \Psi \alpha \quad (5)$$

式中, α 为 $X(n)$ 在超完备冗余字典 Ψ 下的角度稀疏信号矢量, 大小为 $P \times 1$ 。矢量中第 j 个分量为一个任意正数, 位置 j 对应某个来波方向角。

超完备冗余字典 Ψ 的构造方法如下:

不妨设信源为阵列随机相位调制载波信号, 构造冗

余字典原子 f 的形式为:

$$f_{(j, \theta_i)} = \sqrt{P} e^{j[u_0(t - \frac{d \sin(\theta_i)}{c}) + \phi(t) + \theta]} \quad i=1, 2, \dots, P, j=1, 2, \dots, M \quad (6)$$

式中, d_j 表示第 j 个阵元到参考阵元的距离, θ_i 为要估计的角度, 按照需要的精度均匀取值, P 为角度搜索的个数。

设采样频率为 f_s , 则采样间隔为 $\Delta t = \frac{1}{f_s}$, 那么原子 $f_{(j, \theta_i)}$

的离散采样序列为:

$$\vec{F}_{(j, \theta_i)} = \sqrt{P} e^{j[u_0(\pi \Delta t - \frac{d \sin(\theta_i)}{c}) + \phi(t) + \theta]} \quad i=1, 2, \dots, P, j=1, 2, \dots, M \quad (7)$$

式中, 原子 $\vec{F}_{(j, \theta_i)}$ 的长度与信号本身的长度相同, $\vec{n} = [0, 1, 2, \dots, N-1]^T$ 是 $N \times 1$ 维的列向量, 故 $\vec{F}_{(j, \theta_i)}$ 是 $N \times 1$ 维的列向量。建立的超完备冗余字典如下:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \vec{F}_{(1, \theta_1)} & \vec{F}_{(1, \theta_2)} & \vec{F}_{(1, \theta_3)} & \dots & \vec{F}_{(1, \theta_P)} \\ \vec{F}_{(2, \theta_1)} & \vec{F}_{(2, \theta_2)} & \vec{F}_{(2, \theta_3)} & \dots & \vec{F}_{(2, \theta_P)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{F}_{(M, \theta_1)} & \vec{F}_{(M, \theta_2)} & \vec{F}_{(M, \theta_3)} & \dots & \vec{F}_{(M, \theta_P)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

可知 Ψ 的大小为 $MN \times P$, 该字典是超完备自适应信号的冗余字典, 原子是适应信源信号形式。字典 Ψ 是按行来进行划分的, 每一行代表一个阵元接收信号的形式, 不同的行就代表不同的阵元, 阵元数为 M 。每一行又分为 P 列, 代表需要估计的方向数, 每个 θ 代表一个来波方向, 按照一定的搜索精度 η 取值, 由参考文献[12]可知该超完备冗余字典满足 D-RIP 准则。

空间信号源来波方向估计的CS测量投影的过程为:

$$y = \Phi(X(n) + \varepsilon) = \Phi(\Psi \alpha + \varepsilon) = \Phi \Psi \alpha + \Phi \varepsilon = \Theta \alpha + \Delta \quad (9)$$

式中 y 是所随机投影得到的阵列接收信号矢量, Ψ 是建立的超完备冗余字典, Φ 是 $MM_0 \times MN$ ($M_0 \ll N$) 维的信号高斯随机测量矩阵, $\Theta = \Phi \Psi$ 是 $MM_0 \times P$ 维的信号稀疏度高斯随机测量矩阵, M_0 是从每个阵元上观测到的信号快拍数, Δ 是 $MM_0 \times 1$ 维的加性高斯白噪声。

综上所述, CS理论用于阵列信号测向算法的基本步骤如下:

- (1) 根据式(7)和式(8)构造出超完备冗余字典 Ψ ;
- (2) 由测量投影过程式(9)得到CS的随机投影矢量 y ;
- (3) 运用恢复算法求解出角度稀疏矢量 α , 确定其前 K 个较大的值所对应的位置, 便可以估计辐射源的来波方向 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$ 。

3 计算机仿真实验

为了说明本文方法的可行性, 通过计算机对算法进行仿真实验。

实验一 双信源情况下本文提出的CS方法与MUSIC、MVDR方法的比较

仿真实验是基于下列参数设置的: 随机线性阵列中阵元的个数 $M=32$, 快拍数为100, 两个信噪比为10 dB

《微型机与应用》2013年第32卷第15期

技术与方法 Technique and Method

的高斯信号分别由 10° 和 16° 方向入射到阵列, 辐射源信号的中心频率为 1.5 GHz, 噪声是均值为 0、方差为 1 的高斯白噪声, 角度搜索的精度为 0.5° , 压缩感知的信号恢复采用正交匹配追踪算法。由于信号以及噪声仿真的随机性, 一次结果并不能反映出算法的优劣, 仿真中每一次估计都采用 100 次独立的蒙特卡罗 (Monte Carlo) 的统计实验, 仿真结果如图 2 所示。

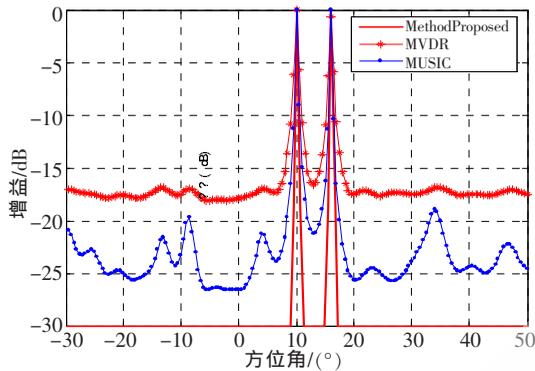


图 2 基于压缩感知理论的 DOA 估计方法与 MVDR 和 MUSIC 方法的空间谱图比较

实验结果分析:

当快拍数为 $N=100$ 时, 阵元数 $M=32$; 每个阵元的随机观测数目 $M_0=18$ 时, MUSIC 和 MVDR 的采样数据量是 3 200, 而 CS 方法的采样数据量为 $M_0 \times M=576$ 。由上图可知, CS 方法和 MUSIC 方法一样可以达到很高的分辨率, 能较准确地估计出信号的到达角, 却仅仅用了 576 个信息, 大大缩减了时间, 为测向的及时性提供了途径; 在阵元间距不满足空间采样定理的条件下, 用本文方法也可以较好地估计出信号的来波方向。

实验二 信噪比对 CS 测向方法的影响

本次试验对比在相同的阵元数和随机观测数目情况下, 不同的信噪比下本文提出的 CS 算法与传统的 MVDR、MUSIC 算法估计信号来波方向成功率的比较。设置信噪比从 0 dB~30 dB, 其他参数和实验一相同, 仿真结果如图 3 所示。由此可见, 在低信噪比下, CS 算法仍然具有很高的性能, 来波方向的估计成功率明显优于传统的估计算法。

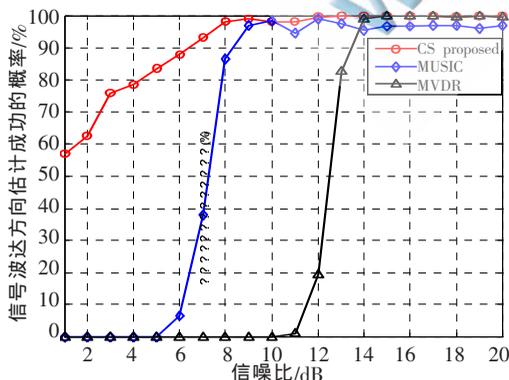


图 3 不同信噪比下基于 CS、MUSIC、MVDR 的信号波达方向估计成功率

实验三 阵元数 M 对 CS 测向方法和 MUSIC 方法的影响

在本次试验中, 设置阵元数 $M=8, 9, \dots, 35$, 其他参数和实验一相同, 图 4 给出了不同的阵元数下基于本文的 CS 算法估计信号来波方向的成功率, 在相同的信噪比和随机观测数目情况下, 随着阵元数的逐渐增加估计信号的来波方向的性能逐渐提高, 当 $M=25$ 的情况下基本上可以达到 95% 以上, 但是 MUSIC 算法在相同的情况下只需 10 个阵元就可以达到 95% 以上, 由此可见 CS 测向方法比 MUSIC 算法需要更多的阵元数。

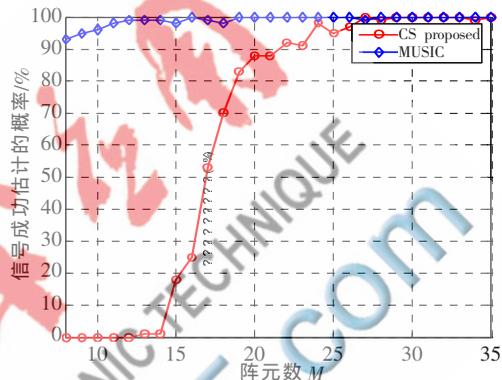


图 4 不同的阵元数下基于 CS 算法的信号波达方向与估计成功的概率

实验四 随机采样数目对 CS 测向方法的影响

本次实验设置随机采样数分别为 2, 3, ..., 30, 其他的参数和试验一相同, 仿真结果如图 5 所示, 由此可见, 在相同的阵元数下, 随着随机采样数的增加, CS 方法中估计信号来波方向的成功概率也在不断增加。

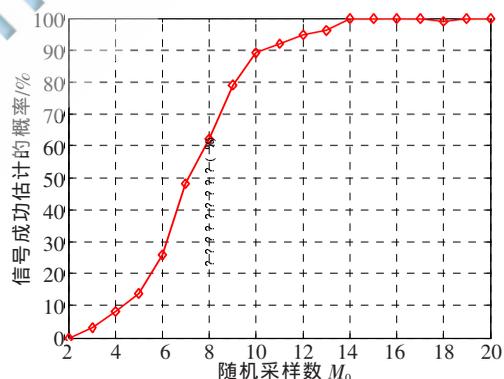


图 5 不同的随机采样数目下 CS 估计信号来波方向的成功概率

本文论述了均匀线性阵列的数学模型和 CS 的基本理论, 基于 CS 理论的阵列高分辨测向的方法设计出随机线性阵列采样系统。其优势就是在较低信噪比下, 通过较少的观测值达到高分辨估计的效果, 具有很好的鲁棒性, 是一种适应性很强的超分辨算法。但是与传统方法相比需要更多的阵元数才能达到更高的估计成功率, 在一定程度上增加了系统的复杂性。在已有的研究基础上如何进一步减少系统的阵元数对于实际的工程应用

具有十分重要的意义,是今后努力的方向。

参考文献

- [1] Ye Zhongfu, Xu Xu. DOA estimatin by exploiting the symmetric configuration of uniform linear array [J]. IEEE Transactions on Antennas Propagat, 2009, 55(12): 60-65.
- [2] 高隼. 智能信息处理方法导论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- [3] PROTTER M, ELAD M. Image sequence denodising via sparse and redundant representations[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(1): 27-35.
- [4] DONOHO D. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [5] CANDES E, WAKIN M. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.
- [6] TAO T, CANDES E, ROMBERG J. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions, 2006, 52(2): 489-509.
- [7] BARANIUK R G, CEVHER V, DUARTE M F, et al. Modelbased compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(4): 1982-2001.
- [8] MODEL D, ZIBULEVSKY M. Signal reconstruction in sensor arrays using sparse representation [J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 624-638.
- [9] HAN K, WANG Y, KOU B. Parameters estimation using random linear array and compressed sensing [C]. 2010 3rd International Congress on Images and Signal Processing, 2010.
- [10] JOUNY I. MUSIC estimation with compressive sensing and compressive arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 10(22): 34-39.
- [11] BOUFONOS V C, BARANIUK R G. Near-optimal bayesian localization via incoherence and sparsity [J]. Int. Cong. On Information Processing in Sensor Networks (IPSN), 2009, 18(2): 46-52.
- [12] CANDES E J, NEEDELL E D. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries [J]. Preprint, 2010, 1(1): 1-8.

(收稿日期: 2013-05-15)

作者简介:

崔扬, 男, 1987年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 压缩感知、阵列信号处理。

徐小红, 男, 1976年生, 副教授, 博士, 主要研究方向: 图像处理、智能信息处理。

王教余, 男, 1988年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 信号与信息处理。