

小波分析在图像降噪中的应用

董广杰, 林旭梅

(青岛理工大学 自动化工程学院, 山东 青岛 266520)

摘要: 针对图像在采集与传输中受到的噪声污染, 为提高图像信噪比, 提升图像准确性与实用性, 基于小波分析应用在图像降噪领域的原理与优势, 在 Donoho 阈值降噪方法基础上, 提出了一种改进的图像降噪方法。应用改进公式, 可以根据图像具体情况选择参数, 获得更有效的阈值函数。该方法的优势在于计算小波系数方面, 尤其是计算大的系数误差比小的系数误差要小, 从而提高了降噪水平。通过 Matlab 仿真和实际图像降噪结果分析, 该方法明显优于传统阈值降噪方法, 主要体现在阈值选取灵活、边缘信息处理平滑、降噪效果好等方面。

关键词: 小波变换; 降噪; 阈值; 滤波

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2013)12-0032-03

Application of wavelet analysis in image denoising

Dong Guangjie, Lin Xumei

(Automatization Engineering College, Qingdao Technological University, Qingdao 266520, China)

Abstract: Images are corrupted by the noises during their acquisition or transmission, so denoising is essential in order to improve the Signal to Noise Ratio and their accuracy and practicality. An improved image denoising method is proposed based on hard threshold and soft threshold method raised by Donoho, which is an application of the principles and advantages of wavelet analysis used in the field of image denoising. In order to get a more effective threshold function, the parameters of the improved formula can be selected according to images. The advantage of this method is the calculation of wavelet coefficients, especially in the inaccuracy errors of large coefficients, they are smaller than small coefficients, so the level of denoising is improved. From matlab simulation results and denoising of actual images, this method is better than the traditional methods mainly in the aspect of flexible selection of threshold, smooth treatment of marginal information and good effect of denoising.

Key words: wavelet transform; denoise; threshold; filter

图像采集在现实生活中有广泛的应用, 例如科学研究、工农业生产、医疗卫生、交通管理等。但是图像在采集和传输过程中不可避免地受到噪声污染, 图像的实用性和准确性因噪声的存在会受到不同程度的影响, 所以提高图像信噪比, 改善图像质量非常重要。因此, 图像降噪具有非常高的研究价值与现实意义。

小波理论作为应用数学的一个新领域, 在迅速发展的同时, 被应用到众多信号分析领域。小波分析是继傅里叶分析之后的一个重大突破。在小波变换时, 通过缩放和平移小波函数, 可以获得信号的频率特性和时间信息, 在频域与时域内都具有表征信号的能力, 这既有利于了解信号的全貌, 又能分析信号的细节, 同时还能保存信号的瞬时性。小波分析的独有特点和在信号分析方面的优势, 使得它在图像处理领域得到广泛应用。

本文阐述了小波变换应用在图像降噪中的原理, 介绍了几种图像降噪方法, 并在 Donoho 阈值降噪方法的基础上提出了一种改进的图像降噪方法。该方法减小了计算较大的小波系数的误差, 使用该方法阈值选取灵活、边缘信息处理平滑, 提高了降噪水平。

1 小波分析基本原理

小波可由 $\varphi(x)$ 构造, $\varphi(x)$ 定义在有限区间, 称为母小波或者基本小波。通过缩放和平移基本小波 $\varphi(x)$ 可以生成一组基小波 $\{\varphi_{a,b}(x)\}$:

$$\{\varphi_{a,b}(x)\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{a}} \left| \varphi\left(\frac{x-b}{a}\right) \right. \right\} \quad (1)$$

其中, a 是缩放参数, 反映基函数的宽度; b 是平移参数, 指定沿 x 轴平移的位置^[1]。

连续小波变换可表示为:

《微型机与应用》2013年 第32卷 第12期

$$C(\text{scale}, \text{position}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi(\text{scale}, \text{position}, t) dt \quad (2)$$

由式(1)可以看出, 信号 $f(t)$ 与被缩放或平移后的小波函数 φ 之积在信号存在的整个区间内的和就是小波变换的结果——小波系数 C 。

小波系数 C 是在不同的缩放因子下由信号的不同部分产生的, 因此它表示的是该部分信号与小波的近似程度, C 值越高表示信号与小波的相似度越高。从频率角度看, 缩放因子越大, 小波频率 ω 越低, 小波就越宽, 度量的是信号的粗糙程度, 产生的是近似值, 表示信号的低频分量; 而缩放因子越小, 小波频率 ω 越高, 小波就越窄, 度量的是信号细节, 产生的是细节值, 表示信号的高频分量。

在实际应用中, 一般采用离散小波变换, 即以 $2^j(j>0$ 整数) 的倍数作为缩放因子和平移参数, 这样可以减小计算次数, 提高变换效率。进行小波分解时, 可以对信号的高频、低频分量都进行连续分解, 不仅得到更多分辨率低的低频分量, 而且还会得到分辨率较低的高频分量, 这是对信号进行更为精密的分析方法^[2]。

2 小波变换在图像降噪中的应用

2.1 图像降噪

二维小波变换的方法与一维相同, 二维模型可以表达为:

$$s(i, j) = f(i, j) + \sigma e(i, j) \quad (3)$$

其中, $i, j = 0, \dots, m-1$; $s(i, j)$ 是含噪声图像, $f(i, j)$ 是有用图像, $e(i, j)$ 是噪声信号^[3]。

对于一个含有噪声的图像, 由于噪声信号主要存在于高频部分, 可以使用二维小波变换, 全部滤掉图像的高频部分进行图像消噪。但是, 如果图像中含有较少的高频信号, 若采用把高频噪声全部滤掉的方法, 将会损害图像中固有的高频有用信号, 影响图像质量。因此, 一般采用小波分解系数阈值量化的方法进行消噪处理。

二维图像的降噪步骤如下。

(1) 选择一个小波, 确定小波分解的层次 N , 对二维图像进行小波分解。

(2) 对高频系数进行阈值量化。对于一个图像, 主要信息集中在低频部分, 噪声主要分布在高频部分。经小波变换以后, 信号的小波系数大于噪声的小波系数。因此, 寻找一个合适的数值作为阈值, 当小波系数大于该阈值时, 认为该小波系数是由信号引起的, 应该保留; 否则认为该小波系数是由噪声引起的, 应该去除。

(3) 对处理过的小波系数进行小波逆变换, 得到的结果即为处理后的图像。

2.2 阈值的选取

在图像去噪中, 最重要的是阈值的选取, 因为它关系到图像去噪的质量。如果阈值选取过大, 有用的信号可能被去除; 如果阈值选取过小, 噪声信号可能被部分保留, 去噪不完全。因此, DONOHO D L 提出了硬阈值和

软阈值的去噪方法^[4-5]。

硬阈值函数^[4]:

$$\omega'_{j,k} = \begin{cases} \omega_{j,k}, & |\omega_{j,k}| \geq t \\ 0, & |\omega_{j,k}| < t \end{cases} \quad (4)$$

软阈值函数^[5]:

$$\omega'_{j,k} = \begin{cases} \omega_{j,k} - t, & \omega_{j,k} \geq t \\ 0, & |\omega_{j,k}| < t \\ \omega_{j,k} + t, & \omega_{j,k} < -t \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\omega_{j,k}$ 是小波分解后的系数, $\omega'_{j,k}$ 是阈值量化后的系数, $t = \sigma \log(N)$, N 是图像总像素数。

该方法已被广泛应用, 但是仍存在不足。使用硬阈值去噪时, 能很好地保留图像的边缘信息, 但在阈值处不连续, 并且会出现振铃、伪吉布斯效应等; 而使用软阈值去噪时, 处理结果相对平滑很多, 但是软阈值会造成边缘模糊等失真现象^[6]。故本文提出了一种改进的阈值函数, 它具有与 Donoho 的阈值函数相同的连续性, 但是计算大的小波系数误差比小的系数的误差要小。其表达式为:

$$d'_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(d_{j,k}) \left[|d_{j,k}| - \frac{t}{1+ad_{j,k}} \right], & |d_{j,k}| \geq t \\ 0, & |d_{j,k}| < t \end{cases} \quad (6)$$

其中, $t = \sigma \cdot \sqrt{2 \log(N)}$, N 是图像的总像素数, a 是正常量。

由式(6)可以看出, 当 $a \rightarrow 0$ 时, 式(6)是 Donoho 软阈值函数; 当 $a \rightarrow \infty$, 式(6)是 Donoho 硬阈值函数。所以, 应用改进公式, 可以根据图像具体情况选择 a , 获得更有效的阈值函数。获得的阈值随着分解后的小波系数不同而变化, 与原系数不再成线性关系, 降噪更灵活, 更有利于保存有效信号, 滤除噪声信号。在分解后的图像的小波系数中, 图像信号的分解系数都比噪声的分解系数大, 降噪就是要去掉小的分解系数保留大的分解系数, 式(6)计算大的小波系数误差比小的小波系数的误差要小, 因此, 能够很好地保留有效信号, 尤其是边缘信息, 从而提高了降噪后的图像质量。

3 仿真分析

本文介绍了3种降噪方法, 分别是直接滤掉图像的高频部分信号、Donoho 阈值函数降噪和改进的阈值函数降噪。为了比较3种降噪方法的差异, 在原图像 sinsin 中加入 $\sigma=10$ 的高斯噪声, 得到含噪声图像; 用 coif2 小波对图像进行3次分解, 滤掉高频系数, 将低频系数重构, 得到直接滤波降噪的图像; 分别用 Donoho 阈值函数和改进的阈值函数计算系数, 取 $a=0.1$, 再用 coif2 小波对图像进行降噪处理, 仿真结果如图1所示。

从降噪结果可以看出, 直接滤掉高频信号的降噪方法不仅滤掉了噪声部分, 还滤掉了图像的有用的高频信息, 破坏了图像的效果, 影响图像的准确性和实用性, 降噪结果欠佳。而 Donoho 阈值降噪尽管能很好地保留图

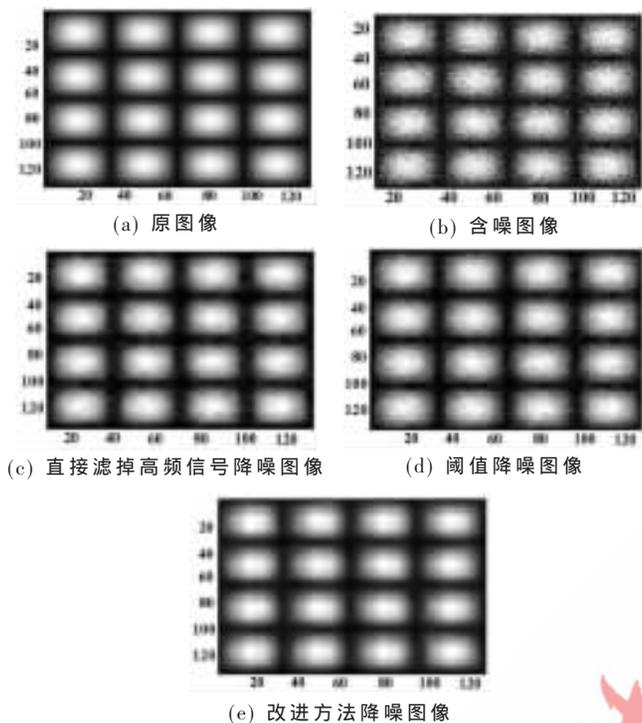


图1 仿真结果

像的有效信息,处理结果较前一种方法平滑很多,但是还存有部分噪声信号,图像出现区域模糊的现象,降噪

效果不理想。改进的阈值降噪方法不仅有效地去除了噪声信号,而且能很好地保留图像的有效信息,边缘处理良好,降噪后图像信噪比提升,图像降噪效果理想,体现了小波分析在图像降噪中的优势。

参考文献

- [1] 胡昌华,李国华,周涛.基于 MATLAB7.X 的系统分析与设计——小波分析[M].西安:西安电子科技大学出版社,2008.
- [2] PAQUET A H, ZAHIR S, WARD R K. Wavelet packets-based image retrieval[C]. IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processin,2002,5(12):220-224.
- [3] 葛哲学,沙威.小波分析理论与 MATLAB R2007 实现[M].北京:电子工业出版社,2007.
- [4] DONOHO D L, JOHNSTONE I. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. Biometrika,1994,81(3):425-455.
- [5] DONOHO D L. Denoising by soft-threshold[J].IEEE Transaction on IT,1995,41(3):613-626.
- [6] 刘直芳,王运琼,朱敏.数字图像处理与分析[M].北京:清华大学出版社,2006.

(收稿日期:2013-02-21)

作者简介:

董广杰,女,1988年生,硕士研究生,主要研究方向:自动检测,信号处理等。