

# 基于显著性信息和方向变换的图像压缩感知<sup>\*</sup>

胡开云, 熊承义, 周城, 时翔, 张晓咏

(中南民族大学 电子信息工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 结合基于图像块的显著性信息随机采样和基于投影 Landweber 的压缩感知重构算法, 提出了一种新的图像压缩感知编码与重构方法。该方法在编码端通过图像显著性信息来分配不同的测量维数以实现测量维数的自适应, 在重构端, 通过在投影 Landweber 重构算法中用不同的方向变换来得到重构图像。与同类方法相比, 在测量维数相同的前提下, 重构图像的峰值信噪比和主观视觉效果都有很大的提高。

**关键词:** 压缩感知; 显著性信息; 投影 Landweber; 方向变换

中图分类号: TP919.81

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2013)08-0038-04

## Compressed sensing of images based on saliency information and directional transforms

Hu Kaiyun, Xiong Chengyi, Zhou Cheng, Shi Xiang, Zhang Xiaoyong

(College of Electronic Information Engineering, South-central University for Nationalities, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** A new method of encoding and reconstruction for compressed sensing of image is proposed based on block-based random image sampling of saliency information and projected Landweber compressed-sensing reconstruction algorithm. The proposed method achieves the adaptivity of the measurement dimension via saliency information of images in the encoder. In the decoder, the different directional transforms are used in the projected Landweber reconstruction algorithm to get the restructured images. Comparison results with the similar methods show that the proposed method could greatly improve the reconstructed image quality both in PSNR and subjective visual effect on the premise of having the same measuring dimensions.

**Key words:** compressed sensing; saliency information; projected Landweber; directional transforms

压缩感知 CS(Compressed Sensing)<sup>[1]</sup>理论自从形成以来,便引起了学术界的广泛关注。压缩感知是一种新兴的信号采集、编解码理论,它突破了奈奎斯特采样定理的瓶颈。当信号的采样率小于信号带宽的两倍时,它依然能够精确地重构出原始信号,但前提条件是信号是可稀疏化的或是可压缩的。压缩感知非常适合应用于二维图像,但仍然面临着许多棘手的问题,例如测量矩阵的设定以及计算复杂度等。近几年,相继提出了许多分块<sup>[2]</sup>CS 重构的快速算法,例如在投影 Landweber 迭代算法<sup>[3]</sup>中引入方向变换(CT<sup>[4]</sup>、DDWT<sup>[5]</sup>等)来完成快速 CS 重构。然而,这种方法在编码端对图像各个部分都采用了相同的测量维数,导致重构图像的质量受到影响。本文将基于显著性信息<sup>[6]</sup>的压缩感知编码方法与加入了方向变换的投影 Landweber 重构算法相结合,提出了一种新

的压缩感知编码与重构方法,在编码端根据图像的显著性信息来对各图像块分配不同的测量维数,从而实现测量维数的自适应,以此来更好地保留图像重要细节信息,达到增加重构图像质量效果的目的;而重构时采用了参考文献[3]中的方法,在投影 Landweber 重构算法中引入方向变换。大量实验结果表明,与参考文献[3]方法相比,在测量维数相同的情况下,本文算法重构的图像质量会有很大的提高。

### 1 基于显著性信息的压缩感知

#### 1.1 压缩感知

对于一维离散信号  $x \in R^N$ , 如果想用  $M$  个采样点来恢复 ( $M \ll N$ ), 即用  $y = \Phi x$  来求解  $x$ , 其中  $y$  是一个  $M \times 1$  的矩阵,  $\Phi$  是一个  $M \times N$  的矩阵。由于  $M \ll N$ , 因此它是一个欠定方程, 显然, 一般情况下要精确恢复  $x$  是不可

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(60972081); 湖北自然科学基金(2009CDA139, 2010CDZ022)

还是有可能的。

常见的自然图像信号在时域内几乎都是不稀疏的,这时,就需要用稀疏矩阵  $\Psi$  来对  $x$  进行稀疏化。测量过程可以表示为:

$$y = \Phi x = \Phi \Psi s = \Theta s \quad (1)$$

其中,  $\Theta = \Phi \Psi$  是一个  $M \times N$  的矩阵,称其为传感矩阵,  $\Phi$  是测量矩阵。这时,如果  $\Theta$  满足约束等距条件,就可以通过最优  $l_0$  范数问题来重构稀疏信号  $s$ ,即:

$$\hat{s} = \arg \min \|s\|_0 \text{ s.t. } \Theta s = y \quad (2)$$

但是,式(2)最优化问题本质上是一个非确定多项式 NP(Non-deterministic Polynomial)问题,通常将其转化成范数问题加以解决。即:

$$\hat{s} = \arg \min \|s\|_1 \text{ s.t. } \Theta s = y \quad (3)$$

### 1.2 基于显著性信息的压缩感知

式(1)是压缩感知的测量过程,而传统的测量过程就是简单地将随机矩阵定义为测量矩阵,它是一种非自适应的测量过程。自适应的测量方法<sup>[6]</sup>,即基于显著性信息的压缩感知算法,这种算法根据每个图像块的显著性信息来分配不同的测量维数,即在编码端测量时,对人眼相对敏感的图像块分配相对较多的测量维数,而对人眼相对不敏感的图像块分配较少的测量维数,以此来实现测量维数的自适应,从而提高重构图像质量。具体步骤如下。

(1) 对原始图像  $X$  进行 DCT 变换并对所得矩阵进行取符号运算得到  $P$ ;

(2) 对  $P$  进行 DCT 逆变换,然后对其取绝对值得到  $F$ ;

(3) 由二维高斯低通滤波器  $G$  乘以  $F^2$  得到图像的显著性地图;

(4) 根据图像的显著性地图,便可以求得每个图像块的显著性信息,即  $\xi = S/b^2$ ,其中,  $b$  是分块大小,  $S$  是显著性地图中每个块的灰度值之和;

(5) 根据每个块的显著性信息在整个图像的显著性信息所占的比值来自适应地分配测量维数。

## 2 采用方向变换的投影 Landweber 重构算法

### 2.1 投影 Landweber 重构算法

作为常用的追踪类重构算法的替代选择,基于投影 Landweber 重构算法<sup>[7-8]</sup>已经被提出,这种算法通过陆续投影和取阈值来得到  $\hat{x}$ 。与追踪类的重构算法一样,基于投影 Landweber 重构算法也能够减少计算复杂度,但是除此之外,该算法更容易吸收其他的优化算法。例如,可以将维纳滤波加入到该算法中,消除编码端的图像分块带来的块效应,这样便能获得平滑的重构图像。算法大致过程是,首先选定一个初值  $\hat{x}^{(0)}$ ,然后用如下迭代公式来求得  $\hat{x}^{(i+1)}$ :

$$\hat{x}^{(i+1)} = \hat{x}^{(i)} + \frac{1}{\gamma} \Psi^{-1} \Phi^T (y - \Phi \Psi \hat{x}^{(i)}) \quad (4)$$

$$\hat{x}^{(i+1)} = \begin{cases} \hat{x}^{(i)}, & |\hat{x}^{(i)}| \geq \tau^{(i)} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $\gamma$  是  $\Phi^T \Phi$  的最大特征值,  $\tau^{(i)}$  是每次迭代中设置的阈值<sup>[3,9]</sup>。

### 2.2 方向变换

现在图像处理中广泛地使用离散小波变换,但是传统的离散小波变换是有缺陷的,如平移不变性和显著方向选择性等。因此,提出了比传统的离散小波变换具有更程度的方向表示的变换,两个最突出的变换就是 Contourlet 小波变换(CT)<sup>[4]</sup>和复数对偶树小波变换(DDWT)<sup>[5]</sup>。CT 小波变换保留了传统离散小波变换的优点,即多分辨率和信号的局部特征,在牺牲了空间冗余的同时更好地代表图像的方向特性。另外,DDWT 改进了离散小波变换的不足之处,它产生了一个比传统的小波变换更具有方向性的分解,但是,由于 DDWT 的两个树都是正交或是双正交分解,它总体来说是一个冗余的紧密的框架。本文主要采用了 DCT、DWT、CT 和 DDWT 4 种变换。

## 3 基于显著性信息和方向变换的图像压缩感知

针对参考文献<sup>[3]</sup>中所提方法在编码端过于简单,本文将基于显著性信息的压缩感知算法与采用了方向变换的投影 Landweber 重构算法有效地结合在一起,充分利用基于显著性信息的压缩感知算法在编码端自适应分配测量维数的优势来对原方法进行改进,从而有效地提高了重构图像质量。下面详细介绍编码端与重构端的具体流程。

### 3.1 编码端

在编码端的实现步骤如下。

(1) 对图像进行分块<sup>[2]</sup>处理。为了方便测量矩阵的存储和使用,首先将原始图像( $n_{\text{row}} \times n_{\text{col}}$ )分成若干个大小为  $B \times B$  的块来进行处理( $B=16$ )。

(2) 提取图像块的显著性信息。根据 1.2 节的步骤来求出每个图像块的显著性信息,进而求得整个图像的显著性信息,最终求得第  $i$  个图像块的显著性信息所占的比值  $R_i$ 。

(3) 求出测量维数  $M$ :

$$M = n_{\text{row}} \times n_{\text{col}} \times R_i \times \text{Subrate} \quad (6)$$

其中, Subrate 是采样率,本文分别采用 0.2、0.3、0.4 和 0.5 四种采样率。

(4) 确定测量矩阵并完成编码。根据步骤(3)得到的测量维数  $M$  来确定测量矩阵  $\Phi_B$ ,本文采用的测量矩阵是一个随机的正交矩阵。

$$\Phi_B = \text{orth}(\text{rand}(N, N))^T \quad (7)$$

$$\Phi_B = \Phi_B(1:M, :) \quad (8)$$

式(8)是取式(7)所得  $\Phi_B$  的前  $M$  行。由此,将每个图像块转换成一维矩阵,再编码得到:

$$y_i = \Phi_B x_i \quad (9)$$

编码端的流程如图 1 所示。

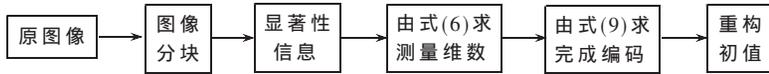


图1 编码端流程图

3.2 重构端

在重构端的实现步骤如下。

(1) 求出重构需要的初值  $\tilde{x}$ 。由  $\tilde{x}_i = \Phi_B^T y_i$  得到每个块的初值  $\tilde{x}_i$ , 再将块初值  $\tilde{x}_i$  从一维还原成二维图像的初值  $\tilde{x}$ 。

(2) 平滑处理。为了消除块效应, 使重构图像更加平滑, 对  $\tilde{x}$  进行平滑处理:

$$\hat{x}_{smt} = \text{wiener2}(\tilde{x}, [3, 3]) \quad (10)$$

(3) 求出第  $i$  个图像块的重构参照值  $\hat{x}_{ref}^i$ :

$$\hat{x}_{ref}^i = \hat{x}_{smt} + \Phi_B^T \times (y_i - \Phi_B \times \hat{x}_{smt}^i) \quad (11)$$

再将  $\hat{x}_{ref}^i$  还原得到整个图像的重构参照值  $\hat{x}_{ref}$ 。

(4) 引入方向变换得到重构值  $\hat{x}$ 。对平滑处理后的  $\hat{x}_{smt}$  的每个块分别进行方向变换得到  $x_{tm}$ , 再对  $x_{tm}$  中绝对值小于阈值  $\text{Threshold}(\xi, \lambda)^{[3]}$  的全部赋零值得到  $x'_{tm}$ , 然后对  $x'_{tm}$  进行相应的反变换得到  $\hat{x}_{smt1}$ , 最后得到每个图像块的重构值:

$$\hat{x}^i = \hat{x}_{smt1} + \Phi_B^T \times (y_i - \Phi_B \times \hat{x}_{smt}^i) \quad (12)$$

再将  $\hat{x}^i$  还原得到整个图像的重构值  $\hat{x}$ 。

(5) 求根均方误差(RMS)完成重构。如果 RMS 小于一个很小的阈值  $\lambda$ , 则将此时的  $\hat{x}$  取整后作为最终的重构图像; 否则, 重复步骤(2)~(5), 直到满足上述条件为止。

重构端的流程图如图2所示。

4 实验结果及分析

在实验中, 采用了  $512 \times 512$  的

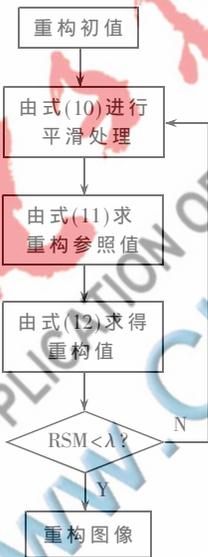


图2 重构端流程图

灰度图像 Lena.pgm 和 Barbara.pgm, 图像分块大小为  $16 \times 16$ 。表1是灰度图像在采样率分别为 0.2、0.3、0.4 和 0.5 时两种方法得到重构图像的 PSNR 性能比较结果。实验结果表明, 本文所提出的方法能够将重构图像的平均 PSNR 提高大约 2 dB。图3是采用灰度图像 Barbara.pgm、方向变换为 DDWT 以及采样率为 0.4 时得到的重构图像的主观视觉效果比较。图4为 Barbara.pgm 重建图像的局部放大结果比较。由所得重构图像的 PSNR 性能比较以及主观视觉效果比较可以看出, 在相同的采样率下, 本文方法能够更好地保留图像的重要细节信息且具有较少的重构噪声, 因此具有视觉效果更好的重构图像。



图3 Barbara.pgm 重构图像质量比较图(采样率 0.4, DDWT) 方法(26.96 dB)

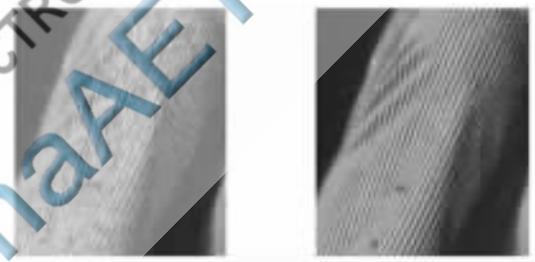


图4 Barbara.pgm 重建图像的局部放大效果

本文通过分析基于投影 Landweber 的压缩感知重构算法, 针对其在编码端过于简单的缺点, 提出了一种基于显著性信息和方向变换的图像压缩感知编码与重构方法。该方法在编码端实现了测量维数的自适应, 更好地保留了图像的重要细节信息, 提高了重构图像质量。大量实验结果表明, 该方法与参考文献[3]方法相比, 在

表1 重构图像的 PSNR 性能比较

采样率		Lenna.pgm				Barbara.pgm			
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.2	0.3	0.4	0.5
DCT	本文方法	32.47	34.73	36.89	38.45	25.34	27.49	29.79	32.38
	参考文献[3]方法	30.14	32.14	33.87	35.47	24.07	25.43	26.60	28.13
DWT	本文方法	32.57	35.07	36.99	38.55	25.01	27.31	29.59	31.81
	参考文献[3]方法	30.33	32.49	34.22	35.87	23.60	24.83	26.10	27.58
CT	本文方法	33.05	35.15	37.04	38.78	25.51	27.94	30.27	32.42
	参考文献[3]方法	30.61	32.59	34.28	35.90	24.16	25.59	27.08	28.84
DDWT	本文方法	33.34	35.28	37.76	39.17	25.72	28.26	30.52	32.54
	参考文献[3]方法	30.89	33.08	34.83	36.49	23.93	25.43	26.96	28.66

(dB)

具有相同测量维数的前提下,能够很好地增加重构图像的峰值信噪比,同时在重构图像的主观视觉效果上也有很好的表现。

#### 参考文献

- [1] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] GAN L. Block compressed sensing of natural images[C]. International Conference on Digital Signal Processing, 2007: 403-406.
- [3] MUN S, FOWLER J E. Block compressed sensing of images using directional transforms[C]. 2009 International Conference on Image Processing, Cairo, 2009: 3021-3024.
- [4] DO M N, VETTERLI M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [5] SELESNICK I W, BARANIUK R G, KINGSBURY N G. The dual-tree complex wavelet transform[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(6): 123-151.
- [6] Yu Ying, Wang Bin, Zhang Liming. Saliency-based compressive sampling for image signals[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(11): 973-976.
- [7] PIANA M, BERTERO M. Projected landweber method and preconditioning[J]. Inverse Problems, 1997, 13: 441-464.
- [8] HAUPT J, NOWAK R. Signal reconstruction from noisy random projected[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(9): 4036-4048.
- [9] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.

(收稿日期: 2013-01-21)

#### 作者简介:

胡开云,男,1987年生,硕士研究生,主要研究方向:图像处理与传输。

熊承义,男,1969年生,博士,教授,主要研究方向:信号处理,图像与视频编码,压缩传感,实时系统。

周城,男,1979年生,博士,讲师,主要研究方向:视频信号处理与传输。