

OFDM 系统中基于导频的信道估计算法的比较

樊同亮, 温玉仓, 董恒杰

(公安海警学院 电子技术系, 浙江 宁波 315801)

摘要: 正交频分复用(OFDM)是一种多载波调制技术,它能有效地克服多径干扰和码间干扰,是第四代移动通信的核心技术。对 OFDM 系统中基于导频的信道估计技术进行了比较。重点介绍了几种常用的信道估计算法、LS 算法、LMMSE 算法、SVD 算法及 DFT 和 DCT 两种变换域算法,并给出了这些算法的仿真实现。

关键词: 正交频分复用;信道估计;最小二乘;最小均方误差

中图分类号: TN929

文献标识码: B

文章编号: 1674-7720(2013)02-0048-03

Comparison of pilot-system-aided channel estimation algorithms for the OFDM system

Fan Tongliang, Wen Yucang, Dong Hengjie

(Department of Electronic Technology, China Maritime Police Academy, Ningbo 315801, China)

Abstract: Orthogonal frequency division multiplexing is the core technology of the fourth generation mobile communication which is a kind of multiple carrier modulation technology. It can effectively overcome multi-path interference and inter-symbol interference. The channel estimation techniques for OFDM systems based on pilot-aided arrangement are investigated. This paper introduces several common channel estimation algorithms in OFDM system, presents the LS algorithm, LMMSE algorithm, SVD algorithm, DFT and DCT algorithm, also gives the algorithm simulation.

Key words: OFDM; channel estimation; least-squares; MMSE

OFDM 是一种多载波数字通信调制技术,通过将高速率的信息符号串并变换成低速率符号,再调制到多个正交的子载波上并行地发射,OFDM 可以减小信道频率选择性衰落的影响,使其非常适合应用在宽带无线通信系统中。为了获得高精度的信道状态信息,使得系统能够获得相干检测的性能增益、多天线系统的分集和复用增益以及自适应跨层处理的性能增益,现代 OFDM 系统都将高精度高效的信道估计器作为系统不可缺少的组成部分^[1]。

目前,OFDM 系统信道估计的研究相当成熟。根据在时域或是在频域实现,可分为时域信道估计算法和频域信道估计算法;根据信道估计是否具有反馈环路、是否采用已知信息,可分为基于判决反馈的信道估计方法、盲或半盲信道估计方法以及基于导频辅助的信道估计方法;根据信道参数是否在接收端被估计,信道估计算法可分为非参数化信道估计和参数化信道估计。为了兼顾信道估计系统性能

和复杂度,派生出了一些变换域算法。

本文主要介绍了 OFDM 系统中几种基于导频的信道估计技术,并给出了这些算法的仿真比较。

1 OFDM 系统模型

图 1 给出了典型的 OFDM 系统基带模型。首先在映射器中根据系统的调制方式对二进制信息进行符号映射并调制,串并变换后插入导频形成频域序列 $X[k]$ 。长度为 N 的序列 $X[k]$ 被调制到工作子载波上,经过 IFFT

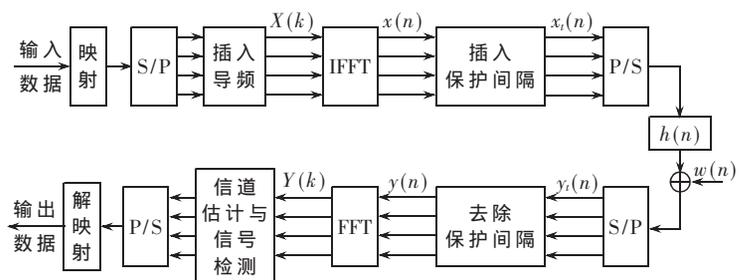


图 1 OFDM 系统基带模型

网络与通信

Network and Communication

模块被转化为时域序列 $x[n]$ 。

$$x(n) = \text{IDFT}\{X(k)\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp\left(\frac{j2\pi nk}{N}\right), \quad n=0, \dots, N-1 \quad (1)$$

为避免多径带来的符号间干扰(ISI),在每个 OFDM 符号前添加长度为 N_g 的循环前缀(CP),此时 OFDM 系统的输出信号为:

$$x_i(n) = \begin{cases} x(N+n), n=-N_g, \dots, -1 \\ x(n), n=0, 1, \dots, N-1 \end{cases} \quad (2)$$

发送信号经带有加性白高斯噪声(AWGN)的频率选择性信道进行传输。在接收端,串并转换除去 CP 后,经过 FFT 变换,接收信号的频域表达式为:

$$Y(k) = X(k)H(k) + W(k) \quad (3)$$

$Y(k)$ 表示第 k 个子载波的接收信号值, $H(k)$ 表示第 k 个子载波的信道频率特性值, $W(k)$ 表示 AWGN。

假设信道为瑞利多径衰落信道,且在一个 OFDM 符号间隔 T 内不变。在第 n 个 OFDM 符号间隔内,离散信道脉冲响应函数可表示为:

$$h(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \exp\left(j \frac{2\pi}{N} f_{dl} T n\right) \delta(\tau - \tau_l) \quad (4)$$

其中 L 为信道多径数,零均值复高斯随机变量 h_l 为第 l 条路径的信号衰落因子; τ_l 为第 l 条路径的时延, f_{dl} 为第 l 条路径的多普勒频移; $\delta(t)$ 为 Kronecker delta 函数。采用复抽头系数的 FIR 滤波器信道的模型,其冲激响应的系数 $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_L]^T$ 。

2 经典信道估计方法

信道估计通常描述为物理信道对输入信号的影响而进行定性研究的过程,是信道对输入信号影响的一种数学表示。为了获得精确的估计结果,常用 LS 准则和 MMSE 准则,以及一些变换域的方法。

2.1 最小二乘算法 LS

频域 LS 算法是 OFDM 系统中信道估计的最基本、最简单的算法。假设导频位置发送的子载波信息为 X_p ,接收到的导频位置子载波信息为 Y_p ,相应的频域信道衰落系数为 H_p 。则三者之间的关系为:

$$Y_p = X_p H_p + N \quad (5)$$

则基于 LS 准则的信道估计算法^[2]表示为:

$$\hat{H}_{p,LS} = \arg\min[(Y_p - X_p H_{p,LS})^T (Y_p - X_p H_{p,LS})] \quad (6)$$

对其求偏导数,令偏导数为 0,即:

$$\frac{\partial [(Y_p - X_p H_{p,LS})^T (Y_p - X_p H_{p,LS})]}{\partial H_{p,LS}} = 0 \quad (7)$$

可以得到基于 LS 准则的信道估计表达式:

$$\hat{H}_{p,LS} = [H_{p,LS}(0) \ H_{p,LS}(1) \ \dots \ H_{p,LS}(N_p-1)]^T = \begin{bmatrix} \frac{Y_p(0)}{X_p(0)} & \frac{Y_p(1)}{X_p(1)} & \dots & \frac{Y_p(N_p-1)}{X_p(N_p-1)} \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

由式(8)可见,基于 LS 准则的信道估计方法结构简单,仅在各导频子载波上进行一次除法运算,计算量小,

非常适用于实际系统。但是 LS 方法并未利用信道频域与时域的相关特性,且在估计时忽略了噪声的影响,所以对噪声比较敏感。在噪声较大时,估计的准确性大大降低。

LS 估计方法的 MSE 根据式(8)可写成:

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \text{trace}\{E[(\hat{H}_{p,LS} - H_p)(\hat{H}_{p,LS} - H_p)^H]\} \\ &= \text{trace}\{\sigma_n^2 (X_p^T X_p)^{-1}\} \end{aligned} \quad (9)$$

LS 算法的 MSE 也可以写成如下形式:

$$\text{MSE} = \beta / \text{SNR} \quad (10)$$

其中, $\beta = E[|x_p|^2]E[|1/x_p|^2]$, 是一个与星座大小有关的系数, σ^2 是噪声方差。

2.2 最小均方误差算法 MMSE

为了降低噪声对信道估计的影响,提高估计精度,可采用 MMSE 准则来设计信道估计算法,其综合考虑了信道的特性和噪声的方差。即:

$$\text{MSE} = E[(H - \hat{H})^H (H - \hat{H})] \quad (11)$$

MMSE 准则就是使 MSE 最小^[3]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{p,MMSE} &= R_{H_p H_p}^{-1} (X_p^T R_{H_p H_p} X_p + \sigma_{N_p}^2 (X_p X_p^T)^{-1})^{-1} X_p^T Y_p \\ &= R_{H_p H_p}^{-1} (R_{H_p H_p} + \sigma_{N_p}^2 (X_p X_p^T)^{-1})^{-1} X_p^T Y_p \\ &= R_{H_p H_p}^{-1} (R_{H_p H_p} + \sigma_{N_p}^2 (X_p X_p^T)^{-1})^{-1} \hat{H}_{p,LS} \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $R_{H_p H_p}$ 为导频子信道自相关矩阵, X_p 为导频信号。MMSE 估计算法需要对矩阵求逆,因此,MMSE 算法的最大缺点就是计算量大,实现起来对硬件要求比较高。

若用 $E[(X_p X_p^T)^{-1}]$ 来代替 $(X_p X_p^T)^{-1}$,即用各子信道的平均功率代替符号的瞬时功率,则可极大地减小 MMSE 算法的计算量。此时式(12)可以简化得到线性最小均方误差 LMMSE 估计器^[4]:

$$\hat{H}_{p,LMMSE} = R_{H_p H_p}^{-1} (R_{H_p H_p} + \frac{\beta}{\text{SNR}} I)^{-1} \hat{H}_{p,LS} \quad (13)$$

LMMSE 算法的均方误差 MSE:

$$\text{MSE}_{LMMSE} = \frac{1}{N} \frac{\beta}{\text{SNR}} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\lambda_k}{\lambda_k + \frac{\beta}{\text{SNR}}} \quad (14)$$

2.3 基于 SVD 的 MMSE 算法

LMMSE 算法相对于 MMSE 算法,计算量得到了简化,但仍然是非常复杂的,仍不适合实际应用。为进一步降低算法的复杂度,可以利用奇异值分解(SVD)算法进行降阶求出近似的 R_{HH} ,从而简化算法复杂度,并尽量达到较理想的信道估计性能。

当信道的多径相互独立时,信道自相关矩阵 R_{HH} 是正定矩阵,所以存在酉矩阵 U ,使得:

$$R_{HH} = U^H \Lambda U \quad (15)$$

式中 Λ 是一个对角阵,是正定阵 R_{HH} 的奇异值,将式(15)带入式(13),得降阶处理后的 LMMSE 算法:

$$\hat{H}_{MMSE} = U \Lambda \left[\Lambda + \frac{\beta}{\text{SNR}} I \right]^{-1} U^H \hat{H}_{LS} = U \begin{bmatrix} \Delta_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U^H \hat{H}_{LS} \quad (16)$$

网络与通信 Network and Communication

其中, 矩阵 Δ_p 是奇异值分解信道频域自相关函数后得到的 P 阶对角阵:

$$\Delta_p = \Lambda \left[\Lambda + \frac{\beta}{\text{SNR}} \mathbf{I} \right]^{-1} \quad (17)$$

这种较低阶估计器可以看作是 LS 信道估计的结果映射到阶数为 P 的子空间后再进行优化的信道估计。算法计算量从 N^3 下降到 LN^2 , 降低了算法复杂度。在信道相关特性完全匹配以及理想 SNR 估计的条件下, 该算法的均方误差为:

$$\text{MSE}_{\text{LMMSE}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p (\lambda_k (1 - \delta_k)^2 + \frac{\beta}{\text{SNR}} \delta_k^2) + \frac{1}{N} \sum_{p+1}^N \lambda_k \quad (18)$$

由于忽略能量较小点造成该估计器存在固有误差, 引起不可消除的系统误码率底限 (Error Floor)。

2.4 基于 DFT 的信道估计算法

一般来说, 信道冲激响应 (CIR) 长度远远小于导频子载波的个数, 变换域算法通过滤去 CIR 长度之外的噪声和干扰达到较为理想的估计效果。基于 DFT 的信道估计算法^[5], 首先利用 LS 算法得到导频子载波处的信道频率响应 $H_p(k)$, 然后将 $H_p(k)$ 采用 M 点 IFFT 变换到时域:

$$h_p(n) = \text{IDFT}(H_p(k)) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{k=0}^{M-1} H_p(k) e^{j \frac{2\pi kn}{M}} \quad (19)$$

经过补 $N-M$ 个零后得到:

$$h_N(n) = \begin{cases} h_p(n), & n=0, 1, \dots, M-1 \\ 0, & n=M, M+1, \dots, N-1 \end{cases} \quad (20)$$

将 $h_N(n)$ 进行 N 点 FFT 变换之后就得到全部子载波上的信道响应 $H_N(k)$:

$$H_N(k) = \text{DFT}(h_N(n)) = \sum_{n=0}^{N-1} h_N(n) e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} \quad (21)$$

然而, 只有当多径信道所有径的时延扩展都是采样间隔的整数倍时, 基于 DFT 的信道估计算法才能提高估计的准确性。当非采样间隔信道时, 信道冲激响应会有信号能量泄漏。由此引入的混叠误差将会严重影响基于 DFT 的信道估计算法的性能。

2.5 基于 DCT 的信道估计算法

基于 DCT 信道估计算法^[6]类似于 DFT 估计算法, DCT 变换能够消除 DFT 变化中边界不连续点的效应, 从而能够避免变换域中高频分量的产生。 N 点的 DCT 变换等效为将长度为 N 的数据通过镜像映射为 $2N$ 点的数据进行处理。这样的镜像扩展处理能够解决基于 DFT 变换的方法中引入的信号不连续性问题。基于 DCT 的信道估计方法能够更好地将信号能量集中在低频区域, 降低了混叠误差, 从而能够得到更接近于原始信道响应的结果^[7]。

将 LS 算法得到的导频子载波处信道频率响应 $H_p(k)$ 采用 M 点 DCT 变换得:

$$h_{\text{DCT}}(n) = W_M(n) \sum_{k=0}^{M-1} H_p(k) \cos \left[\frac{\pi(2m+1)n}{2M} \right] \quad (22)$$

其中 $W_M(n)$ 为 DCT 变换系数, 由下式给出:

$$W_M(n) = \begin{cases} \sqrt{1/M} & n=0 \\ \sqrt{2/M} & n \neq 0 \end{cases} \quad (23)$$

经过补零之后, 利用扩展的离散余弦逆变换将 $h_{\text{DCT}}(n)$ 变换到频域:

$$H(k) = W_M(n) \sum_{k=0}^{N-1} h_{\text{DCT}}(n) \cos \left[\frac{\pi(2k+1)n}{2N} \right] \quad (24)$$

DCT 变换信道估计算法能够消除传统的 DFT 信道估计算法引入的混叠效应, 而且该算法能够很好地抑制加性高斯白噪声 (AWGN) 和载波间干扰 (ICI)。

上述两种变换域的 MSE 为:

$$\text{MSE}_{\text{DFT, DCT}} = \frac{L}{N} \cdot \frac{\beta}{\text{SNR}} \quad (25)$$

3 仿真结果和分析

仿真参数设置如下: OFDM 系统载频为 2.0 GHz, 子载波数 $N=128$, 16QAM 调制, 子载波间隔为 7.812 5 kHz。各径时延依次为 0 μs 、2 μs 、4 μs 、8 μs 和 12 μs , 延迟功率谱服从指数分布。仿真中假设信道 FIR 滤波器的最大抽头数小于循环前缀的符号数; 系统有良好的同步, 且信道为准静态。不同的信道估计方法有不同的复杂度和性能, 通常评估性能的指标有误码率 BER 和均方误差 MSE。

由图 2、图 3 可以看出 MMSE 算法的性能比 LS 性能好得多, 这是以增加复杂度为代价的。变换域方法通过抑制时域噪声性能也比 LS 算法性能好, 但在高信噪比时会出现误差平底。

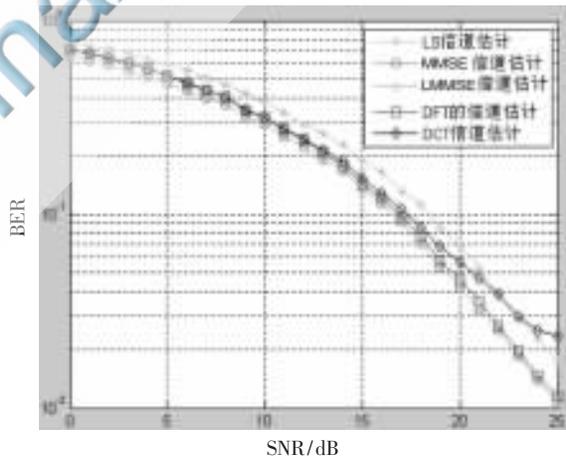


图 2 不同算法的 BER 性能比较

本文简单地对 OFDM 系统中经典的信道估计算法进行了阐述, 并给出仿真实现。LS 算法不使用关于信道的任何信息, 其估计性能较差。LMMSE 算法利用频域协方差矩阵、平均信噪比等信道统计特性, 能够达到一个很好的估计效果。但是, 它是矩阵求逆这样的大计算量为代价的。采用奇异值分解 (SVD) 算法可以减少 LMMSE 的计算复杂度。基于 DFT 的变换域算法, 通过滤去 CIR 长度之外的噪声和干扰可以实现算法的复杂度

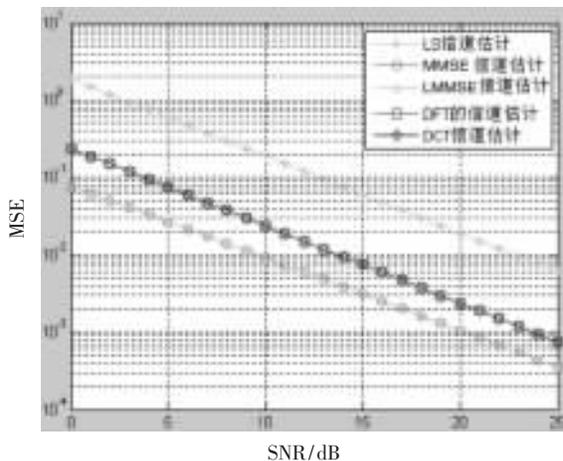


图3 不同算法的MSE性能比较

及估计性能的折中,达到较为理想的估计效果。基于离散余弦变换DCT的算法,在信道冲激响应CIR抽头间隔是分数倍采样周期时,较基于DFT变换的变换域方法有更好的估计性能。

参考文献

- [1] KEMAL O M, HUSEYIN A. Channel estimation for wireless OFDM systems[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2007, 9(2): 18-48.

- [2] EDFORS O, SANDELL M, VANDEBEEK J J, et al. OFDM channel estimation by singular value decomposition[J]. IEEE Transactions on Communications, 1998, 46(7): 931-939.
- [3] MORELLI M, MENGALI U. A comparison of pilot-aided channel estimation methods for OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(12): 3065-3073.
- [4] MINN H. An investigation into time-domain approach for OFDM channel estimation[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2000, 46(4): 240-247.
- [5] ZHAO Y, HUANG A. A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform-domain processing[C]. In: Proc IEEE Vehic Tech Conf. Phoenix, AZ. 1997: 2089-2093.
- [6] YEH Y H, CHEN S G. Dct-based channel estimation for OFDM systems[C]. Proc IEEE Int'l Conf Commun. Paris France, 2004: 2442-2446.

(收稿日期: 2012-09-30)

作者简介:

樊同亮,男,1978年生,博士,工程师,主要研究方向:无线通信中的信号检测与估计。

温玉仓,男,1971年生,副教授,主要研究方向:技术与应用,计算机仿真。

董恒杰,男,1982年生,讲师,主要研究方向:通信技术与应用。