

# 基于盲源分离技术的自适应电力谐波检测算法研究

刘富凯<sup>1</sup>, 张家润<sup>2</sup>

(1. 黑龙江科技学院 电信学院, 黑龙江 哈尔滨 150027;

2. 中广核风电有限公司, 黑龙江 哈尔滨 150090)

**摘要:** 将 Fast-ICA 盲源分离算法与自适应自然梯度算法相结合, 构建了一种基于盲源分离技术的自适应电力谐波检测算法, 并对算法进行了数学证明及仿真研究。结果表明, 该算法对电网中的谐波信号测量是一种有效的方法。

**关键词:** 盲源分离; Fast-ICA; 电力谐波; 自然梯度

中图分类号: TM935.2

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2012)22-0064-03

## Study of the electric harmonic detecting method based on the blind source separation algorithm

Liu Fukai<sup>1</sup>, Zhang Jiarun<sup>2</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Heilongjiang Institute of Science and Technology, Harbin 150027, China;

2. China Wind Power Company Limited, Harbin 150090, China)

**Abstract:** Combining the Fast-ICA algorithm with the natural gradient adaptive blind source separation algorithm, a new method based on blind source separation of adaptive harmonic detection is proposed. The simulation results of harmonic show that the method have good effect in the harmonic detection, and it is a very effective method in detecting the harmonic signal.

**Key words:** BSS; Fast-ICA; electric harmonic; natural gradient

电力系统中对谐波分量的快速、准确检测对电力供电质量有着重要影响<sup>[1]</sup>, 而盲源分离 BSS(Blind Source Separation) 是近年来数字信号处理技术研究的热点, 盲源分离检测技术是在不使用训练样本数据的状况下(即没有信号系统的任何先验知识, 或只有少量先验知识如非高斯性、统计独立性、循环平稳性等情况下), 只利用接收到的观测信号提取或分离出各个源信号的一种方法。Fast-ICA 算法是较常用的一种盲源分离算法, 具有运算速度快、可靠性高等特点, 而自适应自然梯度算法是收敛快、用时短且精度高的一种算法。因此, 本文将 Fast-ICA 算法与自适应自然梯度算法相结合, 构建了基于盲源分离技术的自适应电力谐波检测算法。

### 1 Fast-ICA 盲源分离算法

算法主要由信号预处理和独立分量提取单元组成, 其结构如图 1 所示<sup>[2]</sup>。其中  $X$  为输入变量,  $Y$  为已经过 Fast-ICA 盲源分离算法分离的输出变量, 其表达式分别为:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$



图 1 改进 Fast-ICA 算法结构图

#### 1.1 输入变量预处理单元

输入变量预处理单元包含球化(中心化)和白化处理两部分, 球化为减去平均值使之成为中数为零的信号; 白化是将输入变量线性变换为具有单位方差, 且各分量互不相关的信号(即去相关性)。

#### 1.2 已分离变量 $Y$ 的相关性判据

算法采用负熵作为非高斯性的判据。对已分离的变量  $Y$  进行相关性判断, 以判断  $Y$  的非高斯性(即独立性)。

## 技术与方法 Technique and Method

设分离后的变量  $Y$  的分量为  $y$ , 其负熵  $J(y)$  定义为:

$$J(y) \propto [E\{G(y)\} - E\{G(y_{\text{gauss}})\}]^2 \quad (1)$$

其中,  $y_{\text{gauss}}$  是具有和  $y$  相同方差的高斯变量,  $G$  为任意的非二次函数, 则它的数学期望分别为:  $E\{G(y)\}$ 、 $E\{G(y_{\text{gauss}})\}$ 。通过选取算法分离矩阵  $W$  使  $J(y)$  最大, 即  $E\{G(y)\}$  最大;  $y$  的非高斯性越强,  $E\{G(y_{\text{gauss}})\}$  则越小, 负熵  $J(y)$  越大。对输入测量信号  $x$  预处理后, 依据负熵判据, 寻找矩阵  $W$ , 使负熵  $J(y)$  最大。即对  $E\{G(y)\} = E\{G(W^T x)\}$  求极值, 使  $E\{G(W^T x)\}$  最大。因此  $E\{G(y)\}$  的导数应为:

$$E'\{G(W^T x)\} = E\{x \cdot g(W^T x)\} = 0 \quad (2)$$

$g(\bullet)$  为目标函数  $G(\bullet)$  的导数。设  $t$  时刻输入变量  $X$  的分量为  $x_t$ , 则由牛顿迭代定理式可得  $t+1$  时刻输入变量  $X$  的分量为:

$$x_{t+1} = x_t - (y_t / y'_t) \quad t=0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

其中,  $y_t$  为分离后的输出分量,  $y'_t$  为其导数。

因此,  $t$  时刻算法的输入变量分离矩阵为:

$$W_t = E\{x \cdot g(W_{t-1}^T x)\} - E\{g'(W_{t-1}^T x)\} W_{t-1} \quad (4)$$

式中  $W_{t-1}^T$  为  $t-1$  时刻的分离矩阵的转置矩阵。因此, 分离矩阵为:

$$W = W_t / \|W_t\| \quad (5)$$

### 1.3 Fast-ICA 盲源分离算法

可以证明当  $y_t=0, y'_t \neq 0$  时, 式(3)是二阶收敛的。本文采用的算法对式(3)进行了修正, 使之满足三阶收敛, 从而提高其收敛速度<sup>[3]</sup>。修正形式如下:

$$x_{t+1}^* = x_t - (y_t / y'_t) \quad t=0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$x_{t+1} = x_t - [2y_t / y'_t + y'_t x_{t+1}^*] \quad (7)$$

由修正后的牛顿迭代公式, 可推得 Fast-ICA 算法公式为:

$$W^* = E\{x \cdot g(W_{t-1}^T x)\} - E\{g'(W_{t-1}^T x)\} W_{t-1}$$

$$W_t = 2E\{x \cdot g(W_{t-1}^T x)\} - \{E\{g'(W_{t-1}^T x)\} + E\{g'(W_{t-1}^{*T} x)\}\} W_{t-1}$$

$$W = W_t / \|W_t\|$$

## 2 自适应自然梯度盲源分离算法

### 2.1 算法模型描述

自适应自然梯度盲源分离算法的模型如图 2 所示。

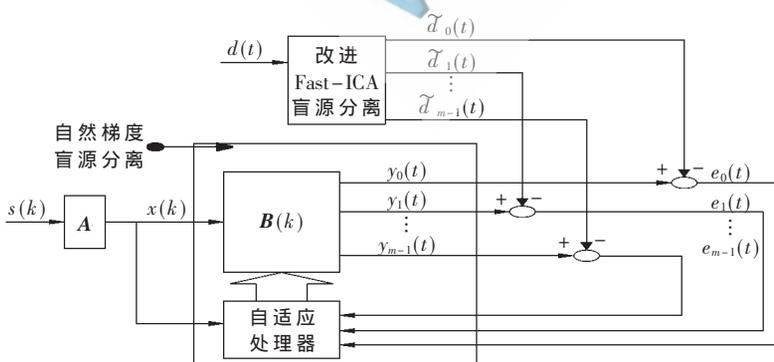


图 2 自适应自然梯度盲源分离算法结构图

信号  $s(k)$  是源信号 (即经过离散化的电力谐波输入变量), 含有多次未知谐波信号;  $A$  为随机混合矩阵, 其作用是将源信号中的各次谐波通过随机矩阵进行混合形成观测信号  $x(k)$ ;  $B(k)$  为参数待定调整的分离矩阵, 作用为对  $x(k)$  进行盲源分离;  $d(t)$  是含有 32 次谐波输入变量的期望信号;  $\tilde{d}_0(t) \cdots \tilde{d}_{m-1}(t)$  为 Fast-ICA 盲源分离算法分离出的期望信号的分离变量;  $y_0(t) \cdots y_{m-1}(t)$  为自适应自然梯度盲源分离算法分离出的各次谐波输出变量;  $e_0(t) \cdots e_{m-1}(t)$  为从观测和期望信号中分离出来的各个子信号进行逐一比对做差得到的误差信号; 自然梯度下降法的自适应处理器通过反馈的误差信号调整分离矩阵  $B$  的参数<sup>[4]</sup>。

### 2.2 分离矩阵 $B$ 的参数确定

(1) 用 Fast-ICA 盲源分离法和自适应自然梯度盲源分离法对含有多次谐波的信号  $X(k)$  和  $d(k)$  进行盲源分离, 得到各次谐波分离变量  $y_0(t) \cdots y_{m-1}(t)$  和  $\tilde{d}_0(t) \cdots \tilde{d}_{m-1}(t)$ ;

(2) 将  $y_0(t) \cdots y_{m-1}(t)$  和  $\tilde{d}_0(t) \cdots \tilde{d}_{m-1}(t)$  信号进行逐一比对做差, 得到误差信号  $e_0(t) \cdots e_{m-1}(t)$ , 作为自适应处理器的输入信号;

(3) 利用自然梯度下降法并以局部误差幅度平方的线性组合误差  $\varepsilon$  作为最小目标函数, 调整分离矩阵  $B$  中的参数, 使输出信号  $Y(t)$  的互信息极小。通过此方法, 确定分离矩阵  $B$  中的参数, 使经过分离矩阵  $B$  得到的信号与经 Fast-ICA 算法分离出来的标准信号达到测量准确度, 从而检测出电网中的各次电力谐波。

### 2.3 自适应自然梯度盲源分离算法

假设自适应处理器的目标函数为局部误差幅度平方的线性组合的平均值, 即:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} |e_i(m)|^2}{m}$$

其中,  $m$  为最高的谐波次数。通过使目标函数最小, 从而使输出信号的互信息极小。输出信号的互信息为:

$$I(Y, B) = -H(Y, B) + \sum_{i=1}^m H(Y_i, B)$$

式中,  $H(Y, B)$  为输出信号的熵, 其表达式为:  $H(Y, B) =$

$$-\int p(Y) \lg p(Y) dY, p(Y) \text{ 为 } Y \text{ 的概率密度函数。}$$

由于  $y$  是通过分离矩阵  $B$  得到的, 需对矩阵  $B$  进行参数调整, 使  $I(Y, B)$  取极小值。  $B$  的调节采用自然梯度法作自适应处理时, 梯度是按直角坐标系下的最陡下降方向确定的, 沿着这一方向调节使目标函数  $\varepsilon$  尽快下降。但目标函数  $\varepsilon(B)$  实为曲面, 应沿曲面上的最陡下降方向进行调整。因此, 更合理的办法应该是曲面上的梯度, 即自然梯度<sup>[5]</sup>。

自然梯度与常规梯度的关系是:

# 技术与方法

Technique and Method

$$\tilde{\nabla} \varepsilon(\mathbf{B}) = [\nabla \varepsilon(\mathbf{B})] \cdot \mathbf{B}^T \mathbf{B}$$

式中  $\nabla \varepsilon$  代表对  $\varepsilon$  求常规梯度  $\frac{\partial \varepsilon(\mathbf{B})}{\partial \mathbf{B}}$ ,  $\tilde{\nabla} \varepsilon$  则代表自然梯度。由于常规梯度一般表示为:

$$\mathbf{B}^{-T} - \Psi(Y) \mathbf{X}^T$$

式中  $\Psi(Y) = -\frac{p''(Y)}{p'(Y)}$ ,  $p(Y)$  为分离信号的概率密度函数,  $\mathbf{X}$  是观测信号, 因此自然梯度可以表示成:

$$[\mathbf{B}^{-T} - \Psi(Y) \mathbf{X}^T] \mathbf{B}^T \mathbf{B} = [-\Psi(Y) \mathbf{Y}^T] \mathbf{B}$$

式中, 因为  $\mathbf{Y} = \mathbf{B}\mathbf{X}$ , 所以  $\mathbf{Y}^T = \mathbf{X}^T \mathbf{B}^T$ 。

常规自适应梯度是将目标函数  $\varepsilon$  的概率密度函数作 Gram-Charlier 展开, 把它们近似表示成高阶累计量的多项式。再求其对  $\mathbf{B}$  的导数, 经数学推导后得:

$$\Delta \mathbf{B}(k) = \mu_k [I - f(\varepsilon(k)) \varepsilon^T(k)] \mathbf{B}^{-T}(k) \quad (8)$$

式中  $f(\varepsilon) = [f(\varepsilon_1) \cdots f(\varepsilon_i) \cdots f(\varepsilon_n)]$ , 而  $f(\varepsilon_i) = \frac{3}{4} \varepsilon_i^{11} + \frac{25}{4} \varepsilon_i^9 - \frac{14}{3} \varepsilon_i^7 - \frac{17}{4} \varepsilon_i^5 + \frac{29}{4} \varepsilon_i^3$ , 此式实际上是将  $\varepsilon$  的高阶统计量引入至调节过程中以保证各分量独立。如果将  $f(\varepsilon_i)$  简单地取为  $\varepsilon_i$ , 则式(8)变为:

$$\Delta \mathbf{B}(k) = \mu_k [I - \varepsilon(k) \varepsilon^T(k)] \mathbf{B}^{-T}(k) \quad (9)$$

根据自然梯度与常规梯度之间的关系, 将上式乘以  $\mathbf{B}^T(k) \mathbf{B}(k)$ , 就得到相应的自适应自然梯度系数调节公式:

$$\mathbf{B}(k+1) = \mathbf{B}(k) + \mu_k [I - \Psi(Y(k)) \mathbf{y}^T(k)] \mathbf{B}(k) \quad (10)$$

式中  $\mu_k$  为步长因子。

### 3 自适应自然梯度盲源分离算法仿真研究

一般电网中包含有几十次的谐波信号, 其中以 3、5、7 次谐波信号影响较为严重, 因此本文以检测含有 3、5、7 次谐波的信号为例, 说明本文算法的准确性和有效性。

设含有 3、5、7 次谐波的工频信号为  $d(t)$ , 信号的表达式为:

$$d(t) = \sin(2 \times 50 \pi t) + \frac{1}{3} \sin(2 \times 150 \pi t) + \frac{1}{5} \sin(2 \times 250 \pi t) + \frac{1}{7} \sin(2 \times 350 \pi t)$$

信号波形如图 3 所示。

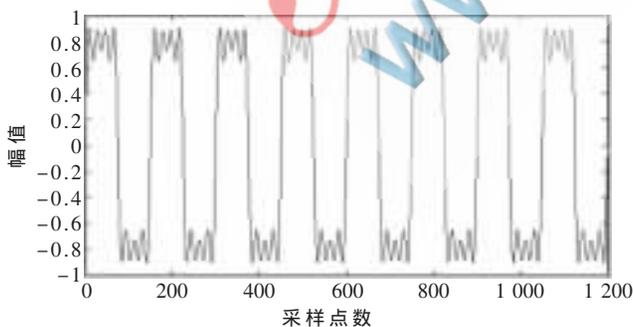


图 3 待检信号波形

假设被测的仿真输入信号为  $x(t)$ , 含有加性干扰波  $\delta(t)$

及多次谐波, 波形如图 4 所示。  $x(t) = \delta(t) + \sum_{i=1}^{31} \sin(100i\pi t)$ ,

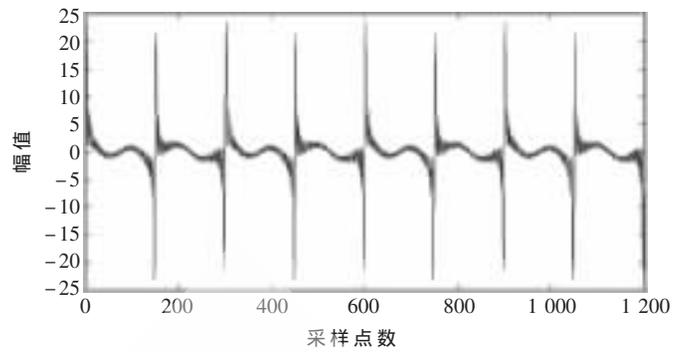


图 4 仿真输入信号

式中  $\delta(t)$  为加性干扰信号,  $m_i$  为各次谐波幅值。

采样点数为 1200, 采样频率为 7500 Hz, 通过算法来实现 1、3、5、7 次谐波信号的检测。

利用 Fast-ICA 算法将标准信号  $d(t)$  进行盲源分离; 再对输入信号  $x(t)$  采用自然梯度进行自适应盲源分离; 将分离  $x(t)$  得到的信号与标准信号  $d(t)$  分离出来的信号进行比对做差; 再将误差信号作为自适应处理器的输入信号, 调整分离矩阵  $\mathbf{B}$  的系数, 使目标函数具有极小值; 最后得到的分离结果如图 5 所示。

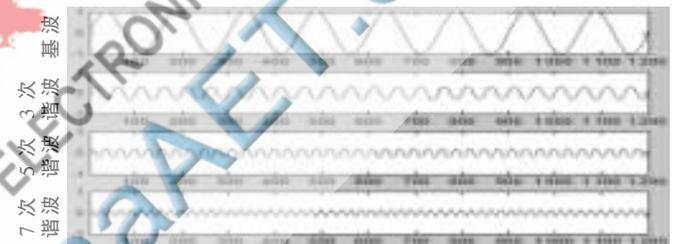


图 5 检测出的 1、3、5、7 次谐波

由图 5 可知, 利用本文算法可以将输入信号中各谐波信号完整地分离出来, 验证了本文算法对电力谐波信号检测的有效性和准确性。

本文将盲源分离算法与自适应处理技术相结合, 构成了一种 Fast-ICA 盲源分离算法和自适应自然梯度盲源分离算法相结合的新型电力谐波检测方法。根据对算法的数学证明及算法的仿真可得出以下结论: (1) 算法依据负熵极大的独立性准则实现信号的盲分离, 减少了迭代次数, 提高了收敛速度; (2) 算法可以较准确地检测出混合信号中的谐波信号。算法的测量方法误差、收敛条件、实时性等问题, 是下一步算法能够得到实际应用需要研究的关键问题。

#### 参考文献

- [1] 肖湘宁. 电能质量分析与控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004.
- [2] 王昆. 盲源分离问题的分析研究[J]. 科技信息, 2008(29): 529, 551.
- [3] 王继, 王年, 汪炼, 等. 基于改进 Fast-ICA 的电能质量谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2010, 38(18): 126-130.

(收稿日期: 2012-05-22)

- [4] 孙守宇, 郑君里, 吴德伟. 基于自然梯度算法的盲信源分离研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2003, 4(3): 50-54.
- [5] HYVARINEN A, KARHUNEN J. Independent component analysis[M]. New York: Wiley, 2001.

作者简介:

刘富凯, 男, 1987年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 数字信号处理及电气测量。

张家润, 男, 1987年生, 双学士, 助理工程师, 主要研究方向: 风机发电。

