

一种含参数的双线性有理插值的图像缩放方法

丁 剑

(合肥工业大学 数学学院, 安徽 合肥 230009)

摘 要: 通过一种基于函数值的分母与分子均为一次的线性有理插值函数构造出带参数的双线性有理插值函数, 该函数形式简单, 灵活度高。利用该函数提出了一种新的图像插值算法, 实验表明, 该方法控制灵活, 能有效实现图像的缩放。

关键词: 图像缩放; 有理插值; 线性插值; 参数

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2012)19-0040-02

A new image zooming method based on bilinear rational interpolation with parameters

Ding Jian

(Department of Mathematics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Through a linear rational interpolating function based on function values with denominator and numerator being linear, a bilinear rational interpolation function with parameters is constructed. The function has a simple form, and is easy to control. A new algorithm for image interpolation is proposed by using the function. Experiments indicate that the method is flexible to control and can effectively achieve image zooming.

Key words: image zooming; rational interpolation; linear interpolation; parameter

图像缩放是一种转换图像分辨率的处理技术。在数字图像的处理中, 图像缩放一直是一项重要的内容, 具有广泛的应用。传统的图像缩放方法有最邻近插值法(又称零阶插值)、双线性插值和双三次插值^[1-2]。这些传统算法都是采用多项式的方法, 根据离散的像素点构造出一个连续的插值函数, 再利用插值函数求出任意位置处的函数值。这些方法的优点是能快速生成所需的图像, 并且具有良好的视觉效果, 其缺点是在插值过程中容易造成边缘层次模糊和块状效应(像素重复显示), 对于那些纹理特征和边缘细节比较丰富的图像, 处理的效果不尽如人意。图像是一种视觉信息, 图像像素之间一般并不具有线性关系, 因此有人在图像处理中引入了非线性理论^[3-5]。如朱功勤、檀结庆等在向量连方式方面开展了比较深入的研究, 建立了二元 Thiele 型向量值有理插值^[6]。英国著名的数学家罗素(Bertrand Russell)曾经这样说过:“逼近的思想将支配所有的精确科学”^[7]。有理函数是一种典型的非线性逼近方法, 用有理函数构造图像的插值函数或许能取得更好的效果。如胡敏等用

二元向量有理插值来对图像进行处理^[8], 苏本跃等将切触有理混合插值算法应用到图像缩放中^[9], 王强等提出了有理插值样条的图像算法^[10]。本文将构造一种含参数的有理插值算法来实现图像的缩放, 且通过对参数不同的选择可以对插值函数进行局部修改, 实验结果表明, 本文的方法能有效地提高图像放大的质量。

1 双线性有理插值

1.1 双线性有理插值函数的构造

设 $\Omega: [a, b; c, d]$ 为一个平面区域, $\{(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m\}$ 为一组给定的数据点, $f_{i,j}$ 为定义在该点的函数值, 其中 $a = x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n = b, c = y_1 < y_2 < y_3 < \dots < y_m = d$ 。记 $p_i = x_{i+1} - x_i, q_j = y_{j+1} - y_j$, 对于平面上的任意一点 $(x, y) \in [x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1}]$, 并令 $\theta = (x - x_i) / p_i, \eta = (y - y_j) / q_j$ 。先固定 $y = y_j$, 再构造 x 方向上的在区间 $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 上的分子和分母皆为线性的有理插值函数:

$$H_{i,j}^n(x) = \frac{\lambda f_{i,j}(1-\theta) + f_{i+1,j}\theta}{\lambda_i(1-\theta) + \theta} \quad (1)$$

其中 λ_i 为参数,且 $\lambda_i > 0$ 。

显然式(1)满足 $H_{i,j}^*(x_i) = f_{i,j}$, $H_{i,j}^*(x_{i+1}) = f_{i+1,j}$ 。

再根据 $H_{i,j}^*(x)$, 构造区域 $[x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1}]$ 上的有理插值函数:

$$H_{i,j}(x,y) = \frac{\beta_j H_{i,j}^*(x)(1-\eta) + H_{i,j+1}^*(x)\eta}{\beta_j(1-\eta) + \eta} \quad (2)$$

其中, β_j 为参数, $\beta_j > 0$, 且满足 $H_{i,j}(x_r, y_s) = f(x_r, y_s)$, $r = i, i+1, s = j, j+1$ 。

式(2)即称为带参数的双线性有理插值函数。

1.2 双线性有理插值的矩阵表示

为了更简洁地表示双线性有理插值函数, 便于编程, 采用矩阵的形式来表示插值函数, 令:

$$\omega_0(\lambda_i, \theta) = \frac{\lambda_i(1-\theta)}{\lambda_i(1-\theta) + \theta}, \omega_1(\lambda_i, \theta) = \frac{\theta}{\lambda_i(1-\theta) + \theta}$$

$$\omega_0(\beta_j, \eta) = \frac{\beta_j(1-\eta)}{\beta_j(1-\eta) + \eta}, \omega_1(\beta_j, \eta) = \frac{\eta}{\beta_j(1-\eta) + \eta}$$

$$\mathbf{A}_1 = (\omega_0(\lambda_i, \theta), \omega_1(\lambda_i, \theta)), \mathbf{A}_2 = (\omega_0(\beta_j, \eta), \omega_1(\beta_j, \eta)), \mathbf{B} = \begin{pmatrix} f_{i,j} & f_{i,j+1} \\ f_{i+1,j} & f_{i+1,j+1} \end{pmatrix}$$

则式(2)可表示为:

$$H_{i,j}(x,y) = \mathbf{A}_1 \mathbf{B} \mathbf{A}_2^T \quad (3)$$

其中 \mathbf{A}_2^T 为 \mathbf{A}_2 的转置。

1.3 插值函数的性质

(1) $H_{i,j}(x,y)$ 具有保正性。即当 $f_{i,j}$ 的值为非负时, $H_{i,j}(x,y)$ 的值也非负。

$$(2) \sum_{i=0}^1 \omega_i(\lambda_i, \theta) = 1; \sum_{i=0}^1 \omega_i(\beta_i, \eta) = 1。$$

(3) 端点性质: $H_{i,j}(x_i, y_j) = f(x_i, y_j); H_{i,j}(x_{i+1}, y_{j+1}) = f(x_{i+1}, y_{j+1})$ 。

2 基于双线性有理插值的图像缩放

假设源图像 $R(x,y)$ 的大小为 $M \times N$, 任意缩放 k 倍后的目标图像 $R'(x,y)$ 的大小为 $kM \times kN$ 。

(1) 设源图像 $R(x,y)$ 中第 (i,j) 处的像素值为 $R_{i,j}$, $i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N$ 。目标图像 $R'(x,y)$ 在第 (i',j') 处的像素值为 $R'_{i',j'}$ 。若 $i'/i = k$ 且 $j'/j = k$, 则 $R'(i',j') = R(ki, kj)$ 。

(2) 令 $a = [\frac{i'}{k}]$, $b = [\frac{j'}{k}]$ ($[\]$ 表示取整), 选择适当的参数 λ_i 和 β_j 。由 $R(a,b), R(a+1,b), R(a,b+1), R(a+1,b+1)$ 4 点的像素值可以构造一个双线性有理插值函数 $H_{a,b}(x,y)$, 并用这个插值函数求出目标图像在第 (i',j') 处的像素值为 $R'_{i',j'} = H_{a,b}(i',j')$, 这样就可以得到目标图像所有点的像素值。

3 实验结果与分析

本文先将源图像 (Lena, Peppers, Monkey 图) 缩小两倍, 再分别以双线性插值、双三次插值和本文的方法 (其中参数 λ_i 取 0.1, β_j 取 0.15) 分别放大两倍, 然后比

较这三种方法放大后图像的视觉效果。

先用比较平滑的 Lena (256×256) 和 Peppers (256×256) 图像作比较, 结果如图 1 和图 2 所示。



图 1 Lena 图像实验结果



图 2 Peppers 图像实验结果

再用边缘特征和纹理比较丰富的 Monkey (256×256) 图像作为原图像, 缩小两倍后, 再分别用三种算法放大两倍后, 效果如图 3 所示。

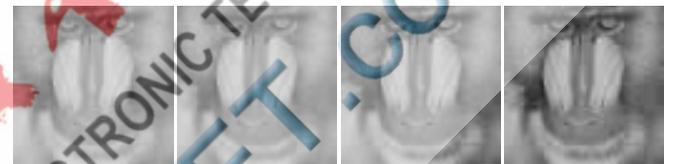


图 3 Monkey 图像实验结果

主观上, 根据边缘检测函数 Canny 算子分别检测图 3(a)、(b)、(c)、(d) 的边缘, 效果如图 4 所示。

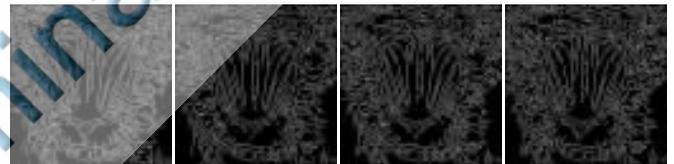


图 4 图 3 各图像边缘检测结果

从图 4 中四幅边缘图像可以看出, 本文的方法在放大图像时对于图像的边缘保持较好。

客观上, 三种算法的峰值信噪比 (PSNR) 如表 1 所示。

表 1 三种算法的 PSNR 比较

图像	比较	双线性插值	双三次插值	本文方法
Lena	PSNR	30.034 8	32.896 8	34.404 4
Peppers	PSNR	28.238 2	31.020 5	32.274 3
Monkey	PSNR	25.334 5	25.872 2	26.386 6

比较表 1 中数据可以看出, 相比于双线性插值和双三次插值, 本文方法对于图像的放大效果有所提高和改善。

本文构造了一种含参数的双线性有理插值, 通过非线性的方法来实现图像的缩放, 实验结果表明这种算法对于图像的处理效果有所提升, 是一种有效和控制灵活

的方法。如何将线性和非线性方法结合起来,根据图像的不同颜色特征区域自适应地选取不同的图像缩放方法,是下一步研究的重点。

参考文献

- [1] 江铭炎,李兴江,袁东风.图像插值放大处理的方法[J].山东大学学报:理学版,2003,38(3):1348-1351.
- [2] 马天骏,高优行.基于三次样条的不均匀插值图像放大方法[J].电子科技,2004(2):45-50.
- [3] Zou Le, Tang Shuo. New Approach to Bivariate Blending Rational Interpolants [J]. Chinese Quarterly Journal of Mathematics, 2011,26(2):280-284.
- [4] 刘值,张莉,时军,等.基于函数值的线性有理插值样条[J].工程图学学报,2009,30(6):86-90.
- [5] 方遼,邓四清,谢进,等.一种新的二元有理插值及其性质[J].工程图学学报,2010(4):116-122.
- [6] 檀结庆.连方式理论及其应用[M].北京:科学出版社,2007.
- [7] 王仁宏,朱功勤.有理函数逼近及其应用[M].北京:科学出版社,2004.
- [8] 胡敏,檀结庆,刘晓平.用二元向量有理插值实现彩色图像缩放的方法 [J]. 计算机辅助几何设计与图形学学报,2004,16(11):1496-1500.
- [9] 苏本跃,盛敏.自适应图像缩放的切触有理混合插值算法[J].计算机工程与应用,2010,46(1):196-199.
- [10] 王强,檀结庆,胡敏.基于有理样条的图像缩放算法[J].计算机辅助几何设计与图形学学报,2007,19(10):1348-1351.

(收稿日期:2012-05-14)

作者简介:

丁剑,男,1988年生,硕士,主要研究方向:计算机辅助几何设计(CAGD)。