模糊序贯决策算法优化设计及 Matlab 实现

米翠兰，刘保相
（河北联合大学 理学院，河北 唐山 063009）

摘 要：对模糊序贯决策算法进行了优化设计，构建了一种基于模糊关系矩阵的模糊序贯决策算法，并利用 Matlab 程序实现了算法，给出了源程序，通过实例分析说明了算法的简洁性。

关键词：模糊序贯决策算法；模糊目标约束向量；模糊输入约束向量；Matlab 实现
中图分类号：O159　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1674-7720(2012)10-0075-03

Optimization of fuzzy sequential decision algorithm and Matlab implementation

Mi Cuilan，Liu Baoxiang
(College of Science，Hebei United University，Tangshan 063009，China)

Abstract：The algorithm for fuzzy sequential decision has been optimized. The paper constructs an algorithm based on fuzzy relationship matrix which is simpler. Taking the advantages of Matlab in the matrix operations we implement the algorithm using matlab programming. At last, we illustrate the simplicity of algorithm by example analysis of fuzzy sequential decision in the information absorption process.

Key words：fuzzy sequential decision algorithm；fuzzy objective constraint vector；fuzzy input constraint vector；Matlab implementation

决策是人们在科学技术和日常生活中普遍存在的一种选择方案行为，许多实际问题是由多个按时间顺序相互关联的决策阶段组成的[1]。在每一个决策阶段，选择一个合理的方案，依次作出决策以实现整个决策过程最优化的决策问题称为序贯决策问题，也称为动态决策问题。实际上有许多问题往往是不确定的、模糊的，人们很难做出判断。基于模糊集理论的模糊决策为这类问题的解决提供了有效的方法和技术。模糊决策是从一个阶段的状态转移到下一个阶段某个状态时的选择，由模糊目标和模糊约束共同决定[2]。模糊序贯决策就是给定最终的目标，选择系统的最佳控制序列，使各部分的状态最优，也称为模糊动态规划。许多学者对模糊动态规划理论和应用研究做了大量的工作。本文鉴于模糊序贯决策算法的复杂性，对其进行了优化设计，构建了一种基于模糊关系矩阵的模糊序贯决策算法。

Matlab 是 MathWorks 公司于 1984 年推出的用于基本矩阵运算的强大数值计算软件，在许多领域得到了充分的利用。本文的模糊序贯决策算法在每个阶段都要做模糊矩阵合成运算，从而得到下一阶段的模糊目标约束向量，这样当阶段数较大时，计算量很大。针对 Matlab 软件在矩阵运算方面的优势，提出了基于 Matlab 编程方法的模糊序贯决策方法，从而方便、快捷地得到系统的最佳控制序列。这对模糊决策理论的发展与应用具有一定的意义。

1 模糊序贯决策模型

为了讨论方便，先作以下假定[3]：

(1)在整个决策过程中，系统可处于 n 种不同的状态，即状态集 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，并且系统需要接受外界输入以改变现有状态，即输入集 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\}$，T 是离散的时间变量，$t=0,1,2,\cdots,N$。

(2)系统在 t 时刻的状态为 $s_t\in X$，输入为 $v_t\in U$，在 $t+1$ 时刻的状态为 s_{t+1}，它由 s_t 和 v_t 确定，设为 $s_{t+1}=f(s_t,v_t)$，$(t=0,1,2,\cdots,N)$，并且这样的状态转移受转移矩阵 $\boldsymbol{S}(U)=(f(x_i,u_j))_{n\times m}(i=1,2,\cdots,n,j=1,2,\cdots,m)$ 支配，表示系统处于状态 $x_i\in X$ 时，输入为 $u_j\in U$。

(3)假设系统的初始状态为 s_0，要达到的目标（即系统在 $t=N$ 时刻所处的状态）是状态集 X 上的模糊子集 $\tilde{G}_N=(\mu_{\tilde{G}_N}(x_1),\mu_{\tilde{G}_N}(x_2),\cdots,\mu_{\tilde{G}_N}(x_n))$，其中 $\mu_{\tilde{G}_N}(x_i)$为 s_N 取 x_i 时的隶属度，设 $\mu_{\tilde{G}_N}(x_i)=\mu_{\tilde{G}_{Ni}}$ $(i=1,2,\cdots,n)$，则 $\tilde{\boldsymbol{G}}_N=(\mu_{\tilde{G}_{N1}}$，

$\mu_{\tilde{G}_{N2}},\cdots,\mu_{\tilde{G}_{Nn}}$)称为在 $t=N$ 时刻模糊目标约束向量。

(4)当 t 时刻输入为 v_t 时,模糊约束 $\tilde{B}_t$ 是输入集 U 上的模糊子集,设 v_t 取 u_j 时的隶属度为 $\mu_{\tilde{B}_t}(u_j)=\mu_{\tilde{B}_{tj}}$,($j=1,2,\cdots,m$),则 $\tilde{B}_t=(\mu_{\tilde{B}_{t1}},\mu_{\tilde{B}_{t2}},\cdots,\mu_{\tilde{B}_{tm}})$称为在 t 时刻模糊输入约束向量。

(5)由于 $s_N=f(s_{N-1},v_{N-1}),s_{N-1}=f(s_{N-2},v_{N-2}),\cdots,s_1=f(s_0,v_0)$,所以,$s_N$ 依赖于 s_0 与控制变量 $v_0,v_1,\cdots,v_{N-1}$。

在上述(1)~(5)假定条件下,给定 s_0,且已知模糊输入约束向量 $\tilde{B}_t$ 和模糊目标约束向量 $\tilde{G}_N$,定义算子[4]:

$$\tilde{F}(s_0,v_0,v_1,\cdots,v_{N-1})=\mu_{\tilde{B}_0}(v_0)\wedge\mu_{\tilde{B}_1}(v_1)\wedge\cdots\wedge\mu_{\tilde{B}_{N-1}}(v_{N-1})\wedge\mu_{\tilde{G}_N}(s_N)$$

寻找 $V^*=(v_0^*,v_1^*,\cdots,v_{N-1}^*)\in U$,使得:

$$\tilde{F}(s_0,v_0^*,v_1^*,\cdots,v_{N-1}^*)=\bigvee_{v_0,v_1,\cdots,v_{N-1}}\tilde{F}(s_0,v_0,v_1,\cdots,v_{N-1})$$

称 $V^*=(v_0^*,v_1^*,\cdots,v_{N-1}^*)$为此模糊序贯决策控制的最优解。

2 算法的矩阵表示

对于模糊序贯决策问题,本文对参考文献[4]中的算法进行了优化设计,构建了一种基于模糊关系矩阵的模糊序贯决策算法,步骤如下:

(1)对于给定的模糊目标约束向量 $\tilde{G}_N$、模糊输入约束向量 $\tilde{B}_{N-1}$ 以及状态转移矩阵 $S_N(U)$(由 $S(U)$及 $\tilde{G}_N$ 得出),即为 $S_N(U)=(\mu_{\tilde{G}_N}[f(s_{N-1},v_{N-1})])_{n\times m}$,计算 $\tilde{B}_{N-1}$ 与 $S_N(U)$的模糊关系合成,即:

$$\tilde{B}_{N-1}\circ S_N(U)=(\mu_{\tilde{B}_{N-11}},\mu_{\tilde{B}_{N-12}},\cdots,\mu_{\tilde{B}_{N-1m}})_{1\times m}\circ(\mu_{\tilde{G}_N}[f(s_{N-1},v_{N-1})])_{n\times m} \quad (1)$$

记 $\tilde{G}_{N-1}=(\mu_{\tilde{G}_{N-11}},\mu_{\tilde{G}_{N-12}},\cdots,\mu_{\tilde{G}_{N-1n}})$,其中 $\mu_{\tilde{G}_{N-1i}}=\mu_{\tilde{G}_{N-1}}(x_i)$,($i=1,2,\cdots,n$)为 $t=N-1$ 时刻系统状态为 x_i 时的隶属度,则 $\tilde{G}_{N-1}$ 称为在 $t=N-1$ 时系统要达到的目标。这时最优解记为 $v_{N-1}^*=g_{N-1}(s_{N-1})$,且 v_{N-1}^* 满足:

$$\mu_{\tilde{B}_{N-1}}(v_{N-1}^*)\wedge\mu_{\tilde{G}_N}[f(s_{N-1},v_{N-1}^*)]=\mu_{\tilde{G}_{N-1}}(s_{N-1})$$

(2)由 $t=N-1$ 时的模糊目标约束向量 $\tilde{G}_{N-1}$ 与状态转移矩阵 $S(U)$得出 $t=N-2$ 时刻的状态转移矩阵 $S_{N-1}(U)=(\mu_{\tilde{G}_{N-1}}[f(s_{N-2},v_{N-2})])_{n\times m}$,计算 $\tilde{B}_{N-2}$ 与 $S_{N-1}(U)$的模糊关系合成,即:

$$\tilde{B}_{N-2}\circ S_{N-1}(U)=(\mu_{\tilde{B}_{N-21}},\mu_{\tilde{B}_{N-22}},\cdots,\mu_{\tilde{B}_{N-2m}})_{1\times m}\circ(\mu_{\tilde{G}_{N-1}}[f(s_{N-2},v_{N-2})])_{n\times m} \quad (2)$$

记 $\tilde{G}_{N-2}=(\mu_{\tilde{G}_{N-21}},\mu_{\tilde{G}_{N-22}},\cdots,\mu_{\tilde{G}_{N-2n}})$,其中 $\mu_{\tilde{G}_{N-2i}}=\mu_{\tilde{G}_{N-2}}(x_i)$,($i=1,2,\cdots,n$)为 $t=N-2$ 时刻系统状态为 x_i 时的隶属度,则称 $\tilde{G}_{N-2}$ 为在 $t=N-2$ 时系统要达到的目标。这时最优解记为 $v_{N-2}^*=g_{N-2}(s_{N-2})$,且 v_{N-2}^* 满足:

$$\mu_{\tilde{B}_{N-2}}(v_{N-2}^*)\wedge\mu_{\tilde{G}_{N-1}}[f(s_{N-2},v_{N-2}^*)]=\mu_{\tilde{G}_{N-2}}(s_{N-2})$$

(3)在 $t=k$ 时刻,已知给定的模糊目标约束向量 $\tilde{G}_k$、模糊输入约束向量 $\tilde{B}_{k-1}$ 以及状态转移矩阵 $S_k(U)=(\mu_{\tilde{G}_k}[f(s_{k-1},v_{k-1})])_{n\times m}$,计算 $\tilde{B}_{k-1}$ 与 $S_k(U)$的模糊关系合成,即:

$$\tilde{B}_{k-1}\circ S_k(U)=(\mu_{\tilde{B}_{k-11}},\mu_{\tilde{B}_{k-12}},\cdots,\mu_{\tilde{B}_{k-1m}})_{1\times m}\circ(\mu_{\tilde{G}_k}[f(s_{k-1},v_{k-1})])_{n\times m} \quad (3)$$

记 $\tilde{G}_{k-1}=(\mu_{\tilde{G}_{k-11}},\mu_{\tilde{G}_{k-12}},\cdots,\mu_{\tilde{G}_{k-1n}})$为 $t=k-1$ 时刻系统状态为 x_i 时的隶属度,则这时最优解记为 $v_{k-1}^*=g_{k-1}(s_{k-1})$,且 v_{k-1}^* 满足:

$$\mu_{\tilde{B}_{k-1}}(v_{k-1}^*)\wedge\mu_{\tilde{G}_k}[f(s_{k-1},v_{k-1}^*)]=\mu_{\tilde{G}_{k-1}}(s_{k-1}) \quad (4)$$

(4)依次取 $k=N,N-1,\cdots,2,1$,重复计算步骤(3),即可得到每个时刻的模糊目标约束及对应的最优输入。

对给定的初始状态 s_0,由 $v_0^*=g_0(s_0),s_1=f(s_0,v_0^*),v_1^*=g_1(s_1),s_2=f(s_1,v_1^*),\cdots,v_{N-2}^*=g_{N-2}(s_{N-2}),s_{N-1}=f(s_{N-2},v_{N-2}),v_{N-1}^*=g_{N-1}(s_{N-1})$,可得到系统的最佳控制序列 $V^*=(v_0^*,v_1^*,\cdots,v_{N-1}^*)$。

3 情况吸收过程模糊序贯决策实例分析

根据参考文献[1]中实例,某蔗糖酯(SE)情报研究课题组根据课题要求,拟定研究报告由 5 方面知识内容组成:SE 的性质和功能、用途与应用、市场需求状况、合成工艺评价、产品方案与生产规模的可行性等。为此,将整个情报研究过程分为 5 个阶段,并按研究报告的 5 个方面知识组成。每阶段的情报分析侧重其中一项内容,但又兼顾其他 4 方面知识,以形成该阶段的知识结构状态。

第 1 阶段,主要分析 SE 的性质与功能,知识结构状态为 x_1;第 2 阶段,主要分析 SE 的用途与应用,知识结构状态为 x_2;第 3 阶段,主要进行市场分析,知识结构状态为 x_3;第 4 阶段,主要进行工艺评价,知识结构状态为 x_4;第 5 阶段,主要研究生产可行性,知识结构状态为 x_5。

这样,SE 情报吸收系统的知识结构状态集为 $X=\{x_1,$

$x_2,x_3,x_4,x_5\}$，并按上述 5 个方面知识要求，将情报资料分成 3 类(因一份情报资料往往包含多方面知识内容，而且有的知识内容如生产可行性尚无现成情报资料之故)。因此，SE 情报信息吸收的输入控制变量为 $U=\{u_1,u_2,u_3\}$，按照二类情报资料所含知识的特点，在情报研究者的情报吸收能力正常的状况下，其知识结构的状态转移矩阵如下：

$$S(U)=\begin{bmatrix} x_2 & x_4 & x_1 & x_5 & x_3 \\ x_3 & x_5 & x_2 & x_1 & x_4 \\ x_5 & x_2 & x_4 & x_3 & x_1 \end{bmatrix}$$

在这一阶段上，情报研究者对 3 类情报资料所含知识的吸收程度是不一样的。也就是说，在对 SE 情报资料的吸收过程中，分别作用在情报信息输入 v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5 下的模糊限制为 U 的模糊子集 $\widetilde{\boldsymbol{B}}_0,\widetilde{\boldsymbol{B}}_1,\widetilde{\boldsymbol{B}}_2,\widetilde{\boldsymbol{B}}_3,\widetilde{\boldsymbol{B}}_4,\widetilde{\boldsymbol{B}}_5$ 如下：$\widetilde{\boldsymbol{B}}_0=(0.5,1,0.7)$；$\widetilde{\boldsymbol{B}}_1=(0.6,1,0.8)$；$\widetilde{\boldsymbol{B}}_2=(1,0.7,0.3)$；$\widetilde{\boldsymbol{B}}_3=(0.4,0.6,1)$；$\widetilde{\boldsymbol{B}}_4=(1,0.7,0.5)$；$\widetilde{\boldsymbol{B}}_5=(0.7,1,0.7)$。对 SE 情报信息吸收后，要求达到以市场需求、工艺评价和生产可行性为主要内容的模糊目标，即 $\widetilde{G}_6=(0.2,0.4,0.6,0.8,1)$，试求最佳的情报信息输入控制序列 $V^*=(v_0^*,v_1^*,\cdots,v_5^*)$。

本文改进了其计算方法，应用模糊关系矩阵方法计算。

(1)根据模糊动态规划最优解的算法，在本例中，$n=5,m=3,N=6$，依据算法中的步骤(1)，先计算 $t=5$ 时模糊目标约束向量 $\widetilde{G}_5$ 及最优输入 $v_5^*=g_5(s_5)$。

由 $S(U)$ 及 $\widetilde{G}_6$ 得状态转移矩阵：

$$\boldsymbol{S}_6(U)=\begin{bmatrix} 0.4 & 0.8 & 0.2 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.4 & 0.2 & 0.8 \\ 1 & 0.6 & 0.8 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix}$$

计算 $\widetilde{\boldsymbol{G}}_5=\widetilde{\boldsymbol{B}}_5\circ S_6(U)$

$$=(0.7,1,0.7)\circ\begin{bmatrix} 0.4 & 0.8 & 0.2 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.4 & 0.2 & 0.8 \\ 1 & 0.6 & 0.8 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix}$$

得 $\widetilde{G}_5=(0.7,1,0.7,0.7,0.8)$ 及其对应的最优输入 $v_5^*=g_5(s_5)=(u_3,u_2,u_3,u_1,u_2)$。

(2)利用第 2 节中算法的步骤(3)和(4)，依次取 $k=5,4,3,2,1,0$，可分别算得 $\widetilde{G}_4,\widetilde{G}_3,\widetilde{G}_2,\widetilde{G}_1,\widetilde{G}_0$ 及其对应的最优输入 $v_4^*,v_3^*,v_2^*,v_1^*,v_0^*$。在初始状态下情报信息输入最佳控制序列。计算结果汇总如表 1 所示。

这样只要给出 s_0，就得到最佳控制序列。如假设 $s_0=x_1$，则由表 1 得：$v_0^*=g_0(s_0)=g_0(x_1)=u_2$，由状态转移矩阵 $\boldsymbol{S}(U)$ 得 $s_1=f(s_0,v_0^*)=f(x_1,u_2)=x_3$，由 $v_1^*=g_1(s_1)=g_1(x_3)=u_3$，$s_2=f(s_1,$

表 1 各时刻系统模糊目标约束及对应的最优输入

s_T	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$\widetilde{G}_5$	0.7	1	0.7	0.7	0.8
$v_5^*=g_5(s_5)$	u_3	u_2	u_3	u_1	u_2
$\widetilde{G}_4$	1	0.7	0.7	0.8	0.7
$v_4^*=g_4(s_4)$	u_1	u_1 或 u_2	u_1 或 u_2	u_1	u_1 或 u_2
$\widetilde{G}_3$	0.7	0.7	0.8	0.7	1
$v_3^*=g_3(s_3)$	u_3	u_3	u_3	u_3	u_3
$\widetilde{G}_2$	0.7	0.7	0.7	1	0.8
$v_2^*=g_2(s_2)$	u_1 或 u_2	u_1 或 u_2	u_1 或 u_2	u_1	u_1
$\widetilde{G}_1$	0.8	0.8	0.8	0.7	1
$v_1^*=g_1(s_1)$	u_3	u_2	u_3	u_2 或 u_3	u_2
$\widetilde{G}_0$	0.8	1	0.8	0.8	0.7
$v_0^*=g_0(s_0)$	u_2	u_2	u_2	u_2	u_2 或 u_3

$v_1^*)=f(x_3,u_3)=x_4$，$v_2^*=g_2(s_2)=g_2(x_4)=u_1$，$s_3=f(s_2,v_2^*)=f(x_4,u_1)=x_5$，$v_3^*=g_3(s_3)=g_3(x_5)=u_3$。依次类推，可得 $s_0=x_1$ 时的最佳控制序列 $V^*=(v_0^*,v_1^*,\cdots,v_5^*)=(u_2,u_3,u_1,u_3,u_1,u_2)$。

可以看到，改进的模糊序贯决策算法应用更加方便、简洁。

4 情况吸收过程的 Matlab 算法实现

将上述实例用 Matlab 程序实现[5]，Matlab 编写的模糊序贯算法源程序如下：

```
function [G,v,f,uu]=ztzy(GN,B,S0)

x=sym([]);
syms u1 u2 u3 x1 x2 x3 x4 x5;
u=[u1 u2 u3];
for ii=1:size(GN,2)
    x(ii)=GN(ii);
end

S=[x(2),x(4),x(1),x(5),x(3);x(3) x(5) x(2) x(1) x(4);x(5)
    x(2) x(4) x(3) x(1)];
SSS=[x2,x4,x1,x5,x3;x3 x5 x2 x1 x4;x5 x2 x4 x3 x1];
SS=double(S);

v=sym(zeros(size(SS)));
G=zeros(size(SS));
for j=1:size(B,1)
    [BT,vv]=fcf(B(j,:),SS);
    v(j,:)=vv(:);
    G(j,:)=BT(:);
    for jj=1:size(GN,2)
```

```
        x(jj)=G(j,jj);
    end
    S=[x(2),x(4),x(1),x(5),x(3);x(3) x(5) x(2) x(1) x(4);
       x(5) x(2) x(4) x(3) x(1)];

    SS=double(S);
end

for kk=size(v,1):-1:1
    tt=char(v(kk,S0));
    uu(kk)=v(kk,S0);
    tt1=char(SSS(str2num(tt(regexp(tt,'\d'))),S0));
    f(kk)=SSS(str2num(tt(regexp(tt,'\d'))),S0);
    S0=str2num(tt1(regexp(tt1,'\d')));
end
```

根据实例分析可知，改进的模糊序贯决策算法应用Matlab编程实现十分快捷、方便，而且对于求解大规模、多变量、多约束的序贯决策问题是可行的和有效的。在实际运用过程中，针对不同的模糊序贯决策中的状态转移矩阵，只需修改部分参数即可，可移植性强。因此，该程序具有一定的推广应用价值。

参考文献

[1] 吴国恩.情报研究中情报吸收过程的模糊序贯决策[J].情报科学，1990，11(3)：12-19.

[2] 胡宝清.模糊数学引论[M].北京：北京工业大学出版社，1988：120-128.

[3] 刘成斌，罗党，党耀国，等.区间直觉模糊动态规划方法[J].控制与决策，2010，25(1)：8-13.

[4] 曹炳元.应用模糊数学与系统[M].北京：科学出版社，2005：195-200.

[5] 苏金明，阮沈勇.Matlab实现教程[M].北京：电子工业出版社，2006：105-180.

(收稿日期：2011-12-19)

作者简介：

米翠兰，女，1963年生，学士，副教授，主要研究方向：信息处理数学模型及应用。