

基于多小波基的联合图像去噪方法*

刘美华¹, 刘慧²

(1. 湖南工程学院 工程训练中心, 湖南 湘潭 411104;

2. 湖南师范大学 物理与信息科学学院, 湖南 长沙 410081)

摘要: 小波广泛应用于图像去噪, 多个小波基联合运用可以把小波的光滑性、紧支性、正交性、对称性等结合起来。首先用多个小波基分别对含噪图像进行分解、阈值处理和重构, 得到多幅重构图像, 然后对这些图像进行算术平均, 得到最终去噪图像。实验结果表明, 该方法去噪效果比单一的小波基方法有明显的改善。

关键词: 多小波基; 阈值去噪; 算术平均

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2012)02-0038-03

Image denoising using multiple wavelets

Liu Meihua¹, Liu Hui²

(1. Hunan Institute of Engineering, Engineering Training Center, Xiangtan 411104, China;

2. College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

Abstract: The wavelet is used for image denoising widely. The application of multiple wavelets can combine the smoothness, compact support, orthogonality and symmetry. Firstly, using several wavelets to decompose, threshold and recombine image, which can get several restructured images. Secondly, it uses the method of arithmetic mean to get the final denoised image. Experiments show that this method can get more improvement than using single wavelet.

Key words: multiple wavelets; threshold denoising; arithmetic mean

小波分析在图像处理中有着广泛的应用, 近年来, 基于小波阈值的图像去噪主要是使用单个小波变换对图像进行处理。小波变换的一个特点是小波基的多样性。选择使用多个小波基来处理图像, 既保持了单小波的诸多优点, 又克服了其缺陷, 而且可以把小波十分重要的光滑性、紧支性、正交性、对称性等完美地结合起来。在图像处理中, 这些特性具有很重要的作用。正交性对信号或者图像重构获得较好的平滑效果非常有用。对称性能够避免移相。与紧支小波相对应的滤波器是有限脉冲响应 FIR(Finite Impulse Response)滤波器, 它能够使得相应的快速小波变换之和是有限的。光滑性对压缩有着重要作用, 因为如果小波不光滑, 变换带来的误差很容易由视觉检测出来。将这些优点结合在一起, 使用多个小波基分别对含噪图像进行处理得到多幅重构图像, 然后对这些图像进行算术平均, 得到最终去噪图像。

1 小波阈值去噪

1.1 阈值求法

1992年, Donoho 和 Johnstone 提出了小波阈值收缩方

法(Wave Shrink), 此法在最小均方误差意义下可达近似最优, 且能取得较好的视觉效果, 因而得到了深入研究和广泛应用。目前已提出了多种阈值选取方法, 有 DJ 阈值、Sure 阈值、Penalized 阈值和 Bayesian 阈值方法^[1-4]。DJ 阈值依赖于采样点数目, 而且数量通常过大。因为采用的是单一阈值, 所以会造成各自的去噪不平衡。Sure 阈值是一种基于 Stein 无偏/似然估计原理的自适应阈值。给定一个阈值 t , 得到它的似然估计, 再将非似然 t 最小化就可得到所选阈值^[5]。该方法是一种软阈值估计器。Bayesian 阈值是通过 Bayesian 似然估计最小化推导出来的, 取得了较好的实验效果。

本文采用 Penalized 阈值中的 Birge-Massart 惩罚函数方法, 由小波系数选择规则得到。阈值由极小化的惩罚规则得到^[6]:

$$T(t) = -\sum(c(k)^2, k \leq t) + 2 \times \sigma^2 \times t \times (\alpha + \log(n/t)) \quad (1)$$

其中, $c(k)$ 是小波系数, 按照绝对值递减的顺序存储; σ 是噪声的标准差; α 是调整参数, 其值越大, 降噪图像的小波表示越稀疏, 其典型值为 2; n 是小波系数的个数。设 t_{\min} 是式(1)的极小值, 那么阈值 $T = |c(t_{\min})|$ 。

《微型机与应用》2012年 第31卷 第2期

* 基金项目: 湖南工程学院青年课题项目(xj1034)

图形、图像与多媒体

Image Processing and Multimedia Technology

1.2 阈值函数选择

阈值化处理有软阈值函数(Soft Threshold)与硬阈值函数(Hard Threshold)两种^[7]。其中软阈值函数为:

$$\eta(t) = \text{sgn}(t) \cdot \max(|t| - T, 0) \quad (2)$$

硬阈值函数为:

$$\eta(t) = \begin{cases} t, & |t| \geq T \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

其中, t 是小波系数, T 是阈值。软阈值函数是将小波系数 t 与阈值 T 进行比较, 然后根据比较的结果再向 0 收缩。硬阈值是使绝对值大于 T 的小波系数保留, 其他置零。

通过实验可知, 在高斯噪声水平低时, 硬阈值去噪效果(以峰值信噪比为参考)一般优于软阈值。在噪声水平达到临界值(58 dB)以上时, 软阈值去噪效果优于硬阈值。本文测试所加的噪声水平范围在 5 dB~25 dB 之间, 因此采用硬阈值函数处理^[8]。

2 小波基的选择

现有的小波基函数主要分为非正交小波、正交小波、双正交小波等几类^[9], 常用的小波有 Daubechies 正交小波系、基于 B2 样条函数构造的双正交小波系、Mexh 小波、Meyer 小波等。不同小波基去噪效果与噪声水平、图像的特点等具体情况有关^[10]。对于噪声来说, 在正交小波基下分解系数的分布范围比在双正交小波基下的分布范围小。因而当噪声水平低时, 正交小波分解所保留的高频系数对重构去噪图像的贡献要比双正交小波分解的贡献大; 当噪声水平比较高时, 由于双正交小波分解系数分布的范围比正交小波分解的范围大, 在大的阈值下所保留下来的系数含原图像能量较多^[11]。选择小波基时, 一般应选择不同系列、不同紧支集长度的小波基。数目越多, 去噪效果越好, 但计算量大、处理时间长, 一般来说选 3~5 个小波基即可。本文选用 sym13、coif5 和 dmey 3 个小波基联合进行图像去噪。

3 算法步骤

多小波基联合去噪的算法步骤如下。

(1) 分别对原始图像使用 sym13、coif5 和 dmey 3 个小波基作 J 次分解, 本文选取 $J=2$;

(2) 针对每个小波基分解后的图像高频系数进行硬阈值处理, 阈值由式(1)极小值得到;

(3) 使用 sym13、coif5 和 dmey 3 个小波基分别进行图像重构, 得到三幅重构图;

(4) 将这三幅重构图进行算术平均, 得到最终去噪图像。

4 实验结果

选用 512×512 的 lena 图和 232×205 的 tire 图来进行

实验。仿真环境为 Matlab 7.0。分别对两幅图像加入噪声水平为 5 dB、10 dB、15 dB、20 dB、25 dB 的高斯白噪声, 用 MSE(均方误差)和 PSNR(峰值信噪比)来进行客观评价:

$$\text{MSE} = \frac{1}{M \times N} \sum_{u=0}^M \sum_{v=0}^N [f(u, v) - \hat{f}(u, v)]^2 \quad (4)$$

$$\text{PSNR} = 10 \log\left(\frac{255 \times 255}{\text{MSE}}\right) \quad (5)$$

表 1 和表 2 分别给出了在各种噪声条件下应用单一小波基去噪和应用多小波基去噪的 lena 和 tire 图像的均方误差和峰值信噪比结果。

表 1 单一小波去噪及多小波联合去噪 lena 图像的 MSE 及 PSNR 对比表

	MSE/PSNR				
	$\sigma=5$	$\sigma=10$	$\sigma=15$	$\sigma=20$	$\sigma=25$
sym11 去噪	17.16/35.79	36.08/32.56	55.52/30.69	75.86/29.33	97.58/28.24
coif5 去噪	16.96/35.84	35.57/32.62	55.66/30.68	75.63/29.34	96.66/28.28
Dmey 去噪	17.12/35.80	35.70/32.60	55.41/30.70	75.70/29.34	96.43/28.29
联合去噪	13.07/36.97	28.12/33.64	45.04/31.60	63.20/30.12	82.91/28.95

表 2 单一小波去噪及多小波联合去噪 tire 图像的 MSE 及 PSNR 对比表

	MSE/PSNR				
	$\sigma=5$	$\sigma=10$	$\sigma=15$	$\sigma=20$	$\sigma=25$
sym11 去噪	20.09/35.10	53.55/30.84	88.88/28.64	120.5/27.32	148.8/26.41
coif5 去噪	19.80/35.18	52.60/30.92	85.84/28.79	120.4/27.32	149.0/26.40
Dmey 去噪	20.55/35.00	54.03/30.81	87.93/28.69	119.4/27.36	147.3/26.45
联合去噪	14.69/36.46	39.56/32.16	67.05/29.87	95.69/28.32	122.8/27.24

鉴于篇幅, 只列出 $\sigma=25$ 时 lena 和 $\sigma=10$ 时 tire 的去噪效果比较图, 如图 1 和图 2 所示

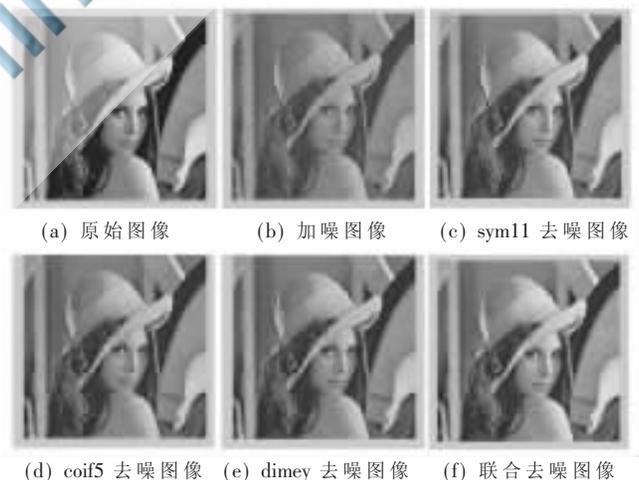
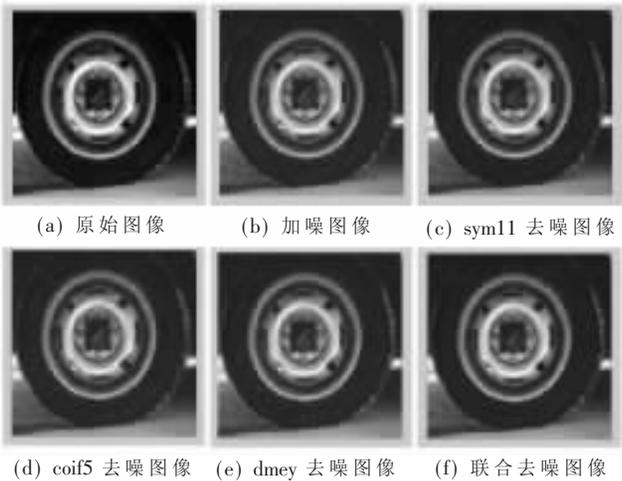


图 1 $\sigma=25$ 时的 lena 去噪效果比较图

从实验结果可以看出, 应用 sym11、coif5 和 dmey 三个小波基联合去噪的结果比分别用这 3 个单小波去噪有绝对的优势。

从实验结果可以看出, 采用 Birge-Massart 惩罚函数阈值方法进行多小波基联合去噪比单小波去噪在效果上大有改善。应用单小波分别对阈值去噪重构之后的图

图 2 $\sigma=10$ 时的 tire 去噪效果比较图

像进行算术平均处理,得到的最终图像的峰值信噪比只应用单个小波提高许多。此法综合了各小波基的优点,且算法简单,容易实现。

参考文献

- [1] 刘守山,杨辰龙,李凌,等.基于自适应小波阈值的超声信号消噪[J].浙江大学学报(理学版),2007,41(9):1557-1560.
- [2] CHANG S G, Yu Bin, VETTERLI M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000,9(9):1532-1546.
- [3] PORTILLA J, STRELA V, WAINWRIGHT M J, et al. Image denoising using scale mixtures of gaussians in the wavelet

Domain[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(11):1338-1351.

- [4] Zhang Wei, Yu Fei, Gao Hongmi. Improved adaptive wavelet threshold for image denoising[C]. 2009 Chinese Control and Decision Conference, 2009:5958-5963.
- [5] KAUR L, GUPTA S, CHAUHAN R C. Image denoising using wavelet thresholding[C]. Indian Conference on Computer Vision, Graphics & Image Processing-ICVGIP, 2002.
- [6] 飞思科技产品研发中心.小波分析理论与 MATLAB7 实现[M]. 北京:电子工业出版社,2005.
- [7] 孙延奎.小波分析及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,2005.
- [8] 张磊,潘泉,张洪才,等.小波域滤波阈值参数 c 的选取[J]. 电子学报,2001,29(3):400-402.
- [9] 蔡敦虎,羿旭明.小波基的选取对图像去噪的影响[J]. 数学杂志,2005,25(2):185-190.
- [10] 李旭超,朱善安.小波域图像降噪概述[J]. 中国图象图形学报,2006,11(9):1201-1209.
- [11] 费佩燕,郭宝龙.基于多小波的图像去噪技术研究[J]. 中国图象图形学报,2005,10(1):107-112.

(收稿日期:2011-10-19)

作者简介:

刘美华,女,1980年生,硕士,讲师,主要研究方向:故障诊断,图像处理,传感器信息处理。

刘慧,女,1982年生,硕士研究生,主要研究方向:数字图像处理。