圆柱度误差评定中规范不确定度计算方法的研究*

喻 晓，彭建喜

(佛山职业技术学院 电子信息系，广东 佛山 528137)

摘 要： 针对目前误差评定结果往往只提供测量不确定度的情况，根据新一代产品几何规范(GPS)不确定度体系，研究了圆柱度误差评定时规范不确定度的计算方法。基于最小区域法提出了圆柱度误差评定的数学模型，用改进粒子群算法得到圆柱度误差值，并通过研究影响规范不确定度每一个元素的传播系数及相关系数推导出了规范不确定度的详细计算公式，且以此为基础开发了圆柱度误差评定的图形界面。经实例验证，该方法可以在新一代 GPS 体系下准确、直观、方便地评定圆柱度误差。

关键词： 规范不确定度；新一代 GPS；不确定度；圆柱度

中图分类号： TH124　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1674-7720(2011)20-0084-03

Study on specification uncertainty of cylindricity error evaluation

Yu Xiao，Peng Jianxi

(Department of Electronic Engineering，Foshan Polytechnic，Foshan 528137，China)

Abstract： According to the principle of uncertainty theory in new generation geometrical product specification(GPS)，a computing method for the specification uncertainty evaluation of cylindricity errors is proposed. The mathematical model of the cylindricity error is given under the condition of minimum zone. An improved particle swarm optimization (PSO) algorithm is used to search for the optimal solution of cylindricity error. According to the uncertainty propagation formula，a specification uncertainty estimation formula is deduced. Experimental results indicate that this method can evaluate cylindricity errors with veracity and integrity.

Key words： specification uncertainty；the new generation of GPS；uncertainty；cylindricity

随着现代精密和超精密加工技术以及纳米技术的迅速发展与应用，对机械工业产品制造精度的要求不断提高，由此引起的产品测量认证纠纷也在不断增加。因此，对产品形状误差测量结果的不确定度进行分析就显得尤为重要。近年来，以计量学为基础的新一代产品几何技术规范 GPS(Geometrical Product Specification and Verification)在测量不确定度的基础上将不确定度的概念进一步拓展，使其贯穿于产品设计、生产和检测的全过程，成为产品测量认证中唯一的评定指标。根据新一代 GPS 标准，形状误差的测量结果必须包含不确定度，而且，不确定度的概念不仅仅指测量不确定度，而是包括总体不确定度、相关不确定度、依从不确定度、规范不确定度、测量不确定度、方法不确定度和执行不确定度等多种形式[1]，具体关系如图 1 所示。其中，关于测量不确定度的计算方法早已有相关的标准[2]，但对于规范不确定度与相关不确定度计算方法的标准，目前还没有定论。

规范不确定度(Specification Uncertainty)是新一代 GPS 不确定度体系的重要组成部分，它是应用于一个实际工件或要素的实际规范操作链的内在的不确定度[1]。由于其反映了规范本身存在的不确定性，因此，规范不确定

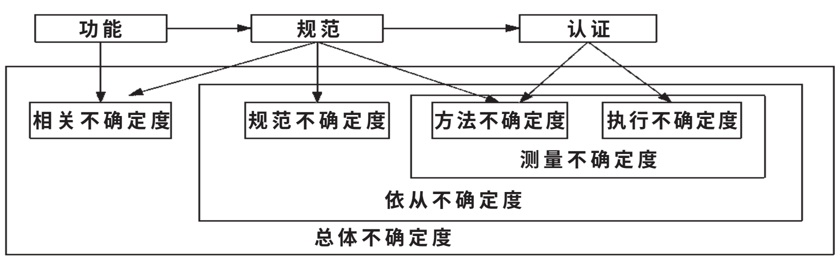

图 1 新一代 GPS 中各种不确定度的关系

*基金项目：国家自然科学基金项目(50865003)

度在工业中常常被用来评定图样标注的质量，对产品的成本影响很大[3]。在实际工作中，规范不确定度往往来源于技术文件中对拟合规则、滤波器类型等规范说明的不明确。而在目前的形状误差的评定过程中，规范不确定度主要是由拟合规则的不同所引起的。与此同时，在形状误差的几种要素中，圆柱度误差作为衡量轴类零件形状误差的主要指标，其精度的高低对产品的质量及其使用寿命有着至关重要的影响，能否实现圆柱度误差快速、准确的评定具有重要的实际意义。研究高精度圆柱体误差评定的不确定度计算方法，在理论及实践上都具有重要的科学价值和现实意义。因此，本文以最典型的拟合规则——最小区域法为例，研究推导了圆柱度误差评定时，其拟合操作中规范不确定度的计算方法，并基于 MATLAB 开发了相应的评定系统图形界面，进行了实例验证。

1 圆柱度误差评定中规范不确定度计算方法的研究

1.1 圆柱度误差评定的最小区域法

在圆柱度拟合操作中，圆柱度误差是单一实际圆柱所允许的变动全量[4]。因此，按最小区域法评定平面度误差的关键是寻求某一圆柱面，计算被测轮廓上各测量点 $M_i(x_i, y_i, z_i)(i=1,2,\cdots,n)$ 到此圆柱面轴线的距离，令各距离中的最大值与最小值之差为最小，则此距离差即为圆柱度误差值，如图 2 所示。

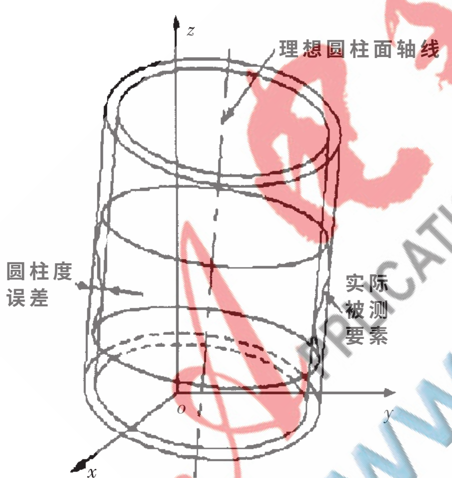

图 2 圆柱度误差示意图

设理想圆柱面的轴线方程为：

$$\frac{x-a}{l}=\frac{y-b}{m}=\frac{z-c}{n} \tag{1}$$

其中，(l, m, n) 为理想圆柱面轴线 L 的方向向量。则第 i 个点 (x_i, y_i, z_i) 到此轴线的距离 d_i 为：

$$d_i=\sqrt{(x_i-a)^2+(y_i-b)^2+(z_i-c)^2-\frac{[l(x_i-a)+m(y_i-b)+n(z_i-c)]^2}{l^2+m^2+n^2}} \tag{2}$$

圆柱半径 R 按下式计算：

$$R=\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} \tag{3}$$

圆柱面度误差的最小区域目标函数为：

$$f(a, b, c)=\min[\max(d_i)-\min(d_i)] \tag{4}$$

本文采用基于遗传交叉因子的改进粒子群(GHPSO)算法来求解圆柱度误差值，该算法在基本粒子群算法的基础上借鉴了遗传算法中的选择交叉操作，通过交叉增加粒子多样性，充分利用群体粒子的优良特性，跳出局部最优的同时也加快了收敛速度[5]。图 3 为该改进粒子群算法的算法流程图。

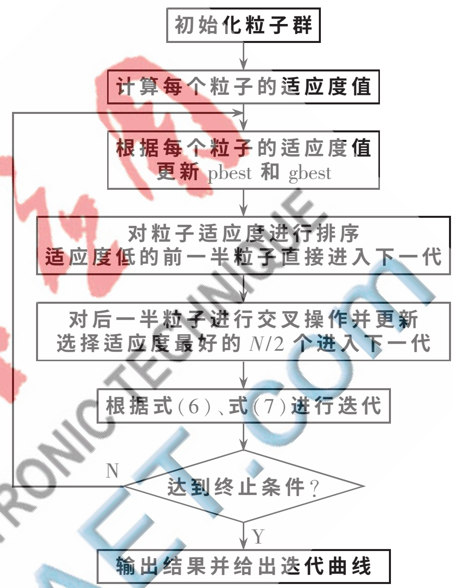

图 3 GHPSO 算法流程图

1.2 圆柱度最小区域法规范不确定度计算方法的研究

圆柱度误差可表示为：

$$\delta=\sqrt{(x_i-a)^2+(y_i-b)^2+(z_i-c)^2-\frac{[l(x_i-a)+m(y_i-b)+n(z_i-c)]^2}{l^2+m^2+n^2}} \tag{5}$$

此处若按一般求不确定度的方法，对式(5)求偏导并令偏导数为零以求出 a、b、c、l、m、n 的值，这一做法将是极为复杂的，因为式(5)求偏导后所得的方程组是相当复杂的非线性方程组，一般方法很难得出精确解，而且在式(5)中，不但各变量本身的不确定度难以用不确定度传递的方法推导计算，各变量之间的协方差计算也是非常困难的，从而难以用不确定度的传递公式计算最后的规范不确定度值。因此，本文在此处假设被测圆柱的轴为垂直放置，轴线平行于 z 轴，且轴线起点的 z 坐标位置为零，从而令 $c=0$、$n=1$，将公式(5)中的 6 个变量简化为 4 个，以减小计算难度及复杂度。简化后的圆柱度误差表达式为：

$$\delta=\sqrt{(x_i-lz_i-a)^2+(y_i-mz_i-b)^2} \tag{6}$$

本文以式(6)为基础计算影响规范不确定度每一个元素的传播系数及相关系数。

设圆柱度误差计算过程中求出的两个极值点分别为 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2)，则圆柱度误差可表示为：

$$\delta=\sqrt{(x_1-lz_1-a)^2+(y_1-mz_1-b)^2}-\sqrt{(x_2-lz_2-a)^2+(y_2-mz_2-b)^2} \tag{7}$$

在上式所有元素中，a、b 和 l、m 是相关的。因此，根据 ISO/TS 14253-2[6]给出的不确定度传递公式，在圆柱度误差评定中，最小区域法的规范不确定度可以由下式确定：

$$u^2=\left(\frac{\partial\delta}{\partial x_1}u_{x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial x_2}u_{x_2}\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial y_1}u_{y_1}\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial y_2}u_{y_2}\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial z_1}u_{z_1}\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial z_2}u_{z_2}\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial a}u_a\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial b}u_b\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial l}u_l\right)^2+\left(\frac{\partial\delta}{\partial m}u_m\right)^2+2\frac{\partial\delta}{\partial a}\frac{\partial\delta}{\partial b}\rho_{ab}u_{ab}+2\frac{\partial\delta}{\partial a}\frac{\partial\delta}{\partial l}\rho_{al}u_{al}+2\frac{\partial\delta}{\partial a}\frac{\partial\delta}{\partial m}\rho_{am}u_{am}+2\frac{\partial\delta}{\partial b}\frac{\partial\delta}{\partial l}\rho_{bl}u_{bl}+2\frac{\partial\delta}{\partial b}\frac{\partial\delta}{\partial m}\rho_{bm}u_{bm}+2\frac{\partial\delta}{\partial l}\frac{\partial\delta}{\partial m}\rho_{lm}u_{lm} \tag{8}$$

式中，偏导为各元素的传递系数，u 为各元素的测量不确定度，ρ 为各元素间的相关系数。令

$$p=\sqrt{(x_1-lz_1-a)^2+(y_1-mz_1-b)^2}$$

$$q=\sqrt{(x_2-lz_2-a)^2+(y_2-mz_2-b)^2}$$

则每一个元素的传递系数如下：

$$\frac{\partial\delta}{\partial x_1}=\frac{x_1-lz_1-a}{p},\ \frac{\partial\delta}{\partial x_2}=-\frac{x_2-lz_2-a}{q},\ \frac{\partial\delta}{\partial y_1}=\frac{y_1-mz_1-b}{p},\ \frac{\partial\delta}{\partial y_2}=-\frac{y_2-mz_2-b}{q},$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial z_1}=-\frac{l(x_1-lz_1-a)+m(y_1-mz_1-b)}{p},\quad \frac{\partial\delta}{\partial z_2}=\frac{l(x_2-lz_2-a)+m(y_2-mz_2-b)}{q},$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial a}=\frac{a-x_1+lz_1}{p}-\frac{a-x_2+lz_2}{q},\quad \frac{\partial\delta}{\partial b}=\frac{b-y_1+mz_1}{p}-\frac{b-y_2+mz_2}{q},$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial l}=\frac{z_1(lz_1-x_1+a)}{p}-\frac{z_2(lz_2-x_2+a)}{q},\ \frac{\partial\delta}{\partial m}=\frac{z_1(mz_1-y_1+b)}{p}-\frac{z_2(mz_2-y_2+b)}{q}。$$

因此，令 $s_i=x_i-lz_i-a$，$t_i=y_i-mz_i-b$，则圆柱度误差评定最小区域法的规范不确定度具体计算公式如下：

$$\begin{aligned}u^2=&\frac{1}{p^2}\left[s_1^2(u_{x_1}^2+u_a^2)+t_1^2(u_{y_1}^2+u_b^2)+u_{z_1}^2(ls_1+mt_1)^2+z_1^2(s_1^2u_l^2+t_1^2u_m^2)\right]+\\&\frac{1}{q^2}\left[s_2^2(u_{x_2}^2+u_a^2)+t_2^2(u_{y_2}^2+u_b^2)+u_{z_2}^2(ls_2+mt_2)^2+z_2^2(s_2^2u_l^2+t_2^2u_m^2)\right]-\\&\frac{1}{pq}(s_1s_2u_a^2+t_1t_2u_b^2+z_1z_2s_1s_2u_l^2+z_1z_2t_1t_2u_m^2)+2\rho_{ab}u_{ab}\left(\frac{s_1}{p}+\frac{s_2}{q}\right)\left(\frac{t_1}{p}+\frac{t_2}{q}\right)+\\&2\rho_{al}u_{al}\left(\frac{s_1}{p}+\frac{s_2}{q}\right)\left(\frac{z_1s_1}{p}+\frac{z_2s_2}{q}\right)+2\rho_{am}u_{am}\left(\frac{s_1}{p}+\frac{s_2}{q}\right)\left(\frac{z_1t_1}{p}+\frac{z_2t_2}{q}\right)+\\&2\rho_{bl}u_{bl}\left(\frac{t_1}{p}+\frac{t_2}{q}\right)\left(\frac{z_1s_1}{p}+\frac{z_2s_2}{q}\right)+2\rho_{bm}u_{bm}\left(\frac{t_1}{p}+\frac{t_2}{q}\right)\left(\frac{z_1t_1}{p}+\frac{z_2t_2}{q}\right)+\\&2\rho_{lm}u_{lm}\left(\frac{z_1s_1}{p}+\frac{z_2s_2}{q}\right)\left(\frac{z_1t_1}{p}+\frac{z_2t_2}{q}\right)\end{aligned} \tag{9}$$

式(9)求解的关键是确定拟合圆柱面的系数 a、b、l、m 的不确定度 u_a、u_b、u_l、u_m 及相互不确定度 u_{ab}、u_{al}、u_{am}、u_{bl}、u_{bm}、u_{lm} 的数值。本文将圆柱面方程的系数 a、b、l、m 看作一个随机向量 $\boldsymbol{r}$，对被测圆柱面按照相同的采样方法拟合多次[7]，就可以计算出随机向量 $\boldsymbol{r}$ 的均值和协方差矩阵。其中均值用来表示拟合圆柱面方程，协方差矩阵用来计算 u_a、u_b、u_l、u_m 和 u_{ab}、u_{al}、u_{am}、u_{bl}、u_{bm}、u_{lm}。即：

$$\boldsymbol{r}=\begin{bmatrix}a_1&b_1&l_1&m_1\\a_2&b_2&l_2&m_2\\a_3&b_3&l_3&m_3\\a_4&b_4&l_4&m_4\end{bmatrix} \tag{10}$$

$$Cov(\boldsymbol{r})=\begin{bmatrix}u_a^2&u_{ab}&u_{al}&u_{am}\\u_{ab}&u_b^2&u_{bl}&u_{bm}\\u_{al}&u_{bl}&u_l^2&u_{lm}\\u_{am}&u_{bm}&u_{lm}&u_m^2\end{bmatrix} \tag{11}$$

2 计算实例

应用参考文献[8]中的原始数据进行计算，文献中给出的圆柱度要求为 0.200 0 mm。首先应用 GHPSO 算法进行圆柱度误差评定，根据圆柱度误差的特性，将算法参数设置为：粒子规模数 n=40；粒子维数 D=4；最大速度 v_{max}=0.02；最大迭代次数为 500 次。当循环达到最大迭代次数或最优适度值连续迭代 50 次且计算结果差值小于 0.000 001 mm 时即终止。评定结果如下：

圆柱半径：R=59.991 421 mm；

圆柱度误差：f=0.168 635 mm

然后根据文中提供的三坐标测量机测量数据及测量不确定度表达指南(GUM)②中的相关规定，得出测量不确定度 u_1=0.031 0 mm。同时按照本文提供的规范不确定度的计算方法，得到规范不确定度 u_2=0.008 6 mm。由于圆柱度误差评定中不考虑相关不确定度，依据新一代 GPS 不确定度体系中的相关原则，可以得出：

总体不确定度：$u=\sqrt{u_1^2+u_2^2}$ =0.032 2 mm

本文在 MATLAB 平台上编写了相应的计算程序，并基于 GUIDE 控件和 m 文件设计了圆柱度误差评定系统的 GUI 图形界面，如图 4 所示，从而可以简洁、直观、方便地根据测量数据得到圆柱度及各不确定度的计算结果。

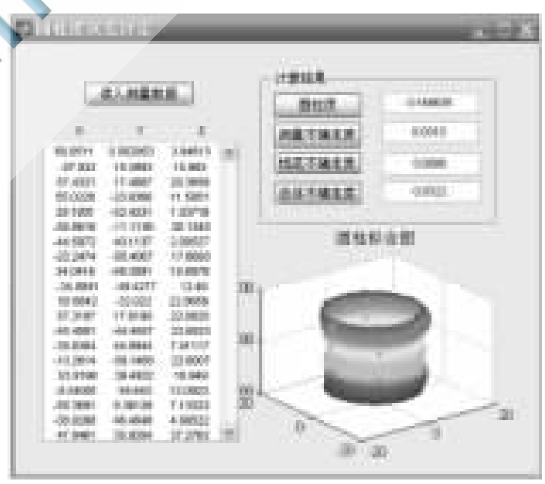

图 4　圆柱度评定系统界面

最后，如图 5 所示，根据 ISO 14253-1 给出的判定原则[9]对该结果进行一致性比较。由于测得值落在灰色区域内，所以依据 ISO 14253-1，该产品是否合格要由供求双方协商确定，而如果不考虑规范不确定度的影响，仅考虑测量不确定度的话，该产品可以直接判定为合格。由此可知，规范不确定度对评定结果有着重要影响。

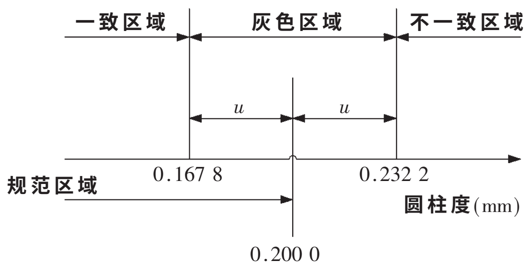

图 5 圆柱度误差检验结果

本文根据新一代 GPS 的不确定度理论体系，以圆柱度为例，提出了规范不确定度的计算方法，并以此为基础开发了圆柱度评定系统的 GUI 界面。经实例验证，使用本文提出的方法对规范不确定度进行计算不仅可以保证圆柱度检验结果的完整性，而且符合新一代 GPS 标准体系的要求，提高了评定结果的规范性与准确性。同时，基于 MATLAB 开发的圆柱度误差评定系统直观、方便地提供了精确的计算结果，对新一代 GPS 不确定度体系的推广能够起到一定的积极作用。

参考文献

[1] 蒋向前.新一代 GPS 标准理论与应用[M].北京：高等教育出版社，2007：31-36.

[2] 国际标准化组织.测量不确定度表达指南[M].肖明耀，康金玉，译.北京：中国计量出版社，1994.

[3] BENNICH P.Chains of standards--a new concept in GPS standards[J].Manufacturing Review，1994，7(1)：29-38.

[4] 李柱，徐振高，蒋向前.互换性与测量技术[M].北京：高等教育出版社，2004.

[5] 喻晓，黄美发，夏澎.基于改进粒子群算法的球度误差评定[J].计算机系统应用，2009，12(19)：201-203.

[6] ISO/TS 14253-2.Geometrical product specification(GPS)--inspection by measurement of workpieces and measuring equipment-part 2：guide to the estimation of uncertainty in GPS measurement[S].in Calibration of Measuring Equipment and in Product Verification.1999.

[7] 王金星，蒋向前，马利民，等.平面度坐标测量的不确定度计算[J].中国机械工程，2005，16(19)：1701-1703.

[8] FERREIRA C K.Verification of form tolerances，Part II：Cylindricity and straightness of a median line[J].Precision Engineering，1995，17(2)：144-156.

[9] ISO 14253-1，Geometrical Product Specification(GPS)--Inspection by Measurement of Workpieces and Measuring Equipment--Part 1：Decision Rules for Proving Conformance or Nonconformance with Specifications[S].1998.

(收稿日期：2011-07-18)

作者简介：

喻晓，女，1981 年生，硕士，助教，主要研究方向：新一代 GPS 关键技术。