

一种子空间辨识的广义预测控制算法

林远宗, 余楚中

(重庆大学 自动化学院 控制科学与工程系, 重庆 400030)

摘要: 针对广义预测控制(GPC)模型中输入输出数据可能存在噪声和系统先验结构信息未知导致的难于辨识问题, 提出了一种子空间辨识的广义预测控制算法。该算法采用变遗忘因子的子空间辨识方法, 按照预测优化值与参考输出值的误差构造变遗忘因子, 调整采集数据权重, 进行在线辨识以提高灵敏度和控制效果。实验结果验证了所提出算法的有效性。

关键词: 子空间; 参数辨识; 预测控制算法; 遗忘因子; 状态空间; 误差

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1674-7720(2011)19-0063-04

A generalized predictive control algorithm of subspace

Lin Yuanzong, Yu Chuzhong

(Department of Control Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Aimed at the puzzle of being difficult to identification resulted from being able to existing input and output noise in the generalized predictive control model and to being unknown in information of system priori structure, the paper proposed a generalized predictive control algorithm of subspace identification. In the paper, it adopted the method of subspace identification of variable forgetting factor, and constructed it according to the error predictive optimization value and reference output value, and then adjusted the weighting of collecting data, and at last based on the identification on line, it could enhance the sensitivity and control effect. Finally it made the simulation by means of actual case, and its experiment result verified that the proposed algorithm would be effective.

Key words: subspace; parameter identification; predictive control algorithm; forgetting factor; state; error

广义预测控制是结合自适应控制技术的一种具有鲁棒性的模型预测控制^[1], 已在系统控制中得到了广泛的应用, 是现代控制的主要方法之一。广义预测控制的被控对象是基于未知的或慢时变的参数模型, 其模型精度影响控制器的性能。在实际工业过程中, 往往已知的只有被噪声污染的可测输入输出数据, 而如何在仅有的数据信息前提下, 更好地建模系统, 进行控制器的设计, 提高最终的控制性能, 仍是有待深入研究的问题。

本文将子空间辨识作为在线建模方法, 进行完全数据驱动的广义预测控制。针对线性系统, 在输入输出数据可能存在噪声, 未知系统先验结构信息的情况下, 利用子空间更好地消除噪声辨识被控系统; 在不改变子空间模型辨识及广义预测控制的性能前提下实现控制; 最后给出仿真实例验证算法的有效性。

1 问题描述

广义预测控制算法采用受控自回归滑动平均模型(CARIMA 模型), 现代控制均以计算机为实现手段, 因此其数学模型的建立和控制算法的推导均基于离散时间。CARIMA 模型表示如下:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + C(z^{-1})w(k)/\Delta \quad (1)$$

式中, $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}$; $B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n}$; $C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_mz^{-m}$ 。

为便于子空间辨识, 令 $n=na=nb=nc$, 并且将 CARIMA 模型描述成状态空间观测标准型。模型如下:

$$x(k+1) = Ax(k) + b\Delta u(k) + gw(k) \quad (2)$$

$$y(k) = cx(k) + d\Delta u(k) + w(k) \quad (3)$$

其中: $b = [b_0, b_1, \dots, b_{n-1}]^T$, $c = [1, 0, \dots, 0]$, $d = b$, $b_0 = b + \underline{b}_0$, A 为矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

式中, $x(k)$ 、 $y(k)$ 、 A 、 $\Delta u(k)$ 、 g 、 $w(k)$ 、维数 n 的定义 \bar{a}_i 及 a_i 与的关系见参考文献[2]。

为便于应用子空间辨识, 假设 d 是 b_0 的一部分, 在辨识后与 \bar{b}_0 相加组成系数 b_0 , 并设 $w(k)$ 恒为零。可将广义预测控制模型看成一个纯确定性系统, 本文算法就是在辨识时对输入输出数据集消除噪声, 更好地逼近实际模型。

在辨识模型中, 使用有限时域的在线实测数据, 实现对系统的广义预测控制[3]。广义预测控制系统结构如图1所示。图中 y_r 为参考输出值, ε 为输出误差, y_m 为预测优化输出值。

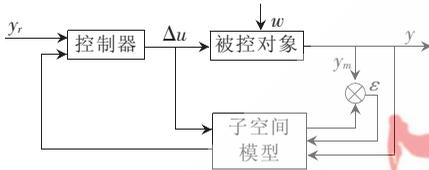


图1 广义预测控制系统框图

实际工业生产过程中可测输入输出数据已经被污染, 存在于某些动态特性变化较大的系统, 即使辨识过程中采用了遗忘因子仍不能很好地描述系统当前特性。为了更好地反映系统当前特性, 应随动态特性的变化自动调整遗忘因子。当系统参数变化快时, 选择较小的遗忘因子, 可使历史数据权重衰减加快, 缩短记忆长度, 提高辨识的灵敏度; 反之系统参数变化慢, 则选择较大的遗忘因子, 使历史数据权重衰减延迟, 延长记忆长度, 提高辨识的灵敏度。对于系统某些不可测的未知干扰, 只能在其反映到输出后, 通过反馈的方式修正。因此, 本文利用输出误差构造变遗忘因子, 克服参数和不可测干扰的影响, 进行在线辨识与优化控制, 使得被控对象的输出达到期望动态特性。

相比以往基于子空间辨识的广义预测控制器设计, 本文加入变遗忘因子项。根据实际输出值和预测输出值之间误差修正遗忘因子, 改变采集数据在辨识过程中的权重, 以达到满足系统的动态特性变化。通过广义预测控制的滚动优化得到系统的最优控制。

2 具有变遗忘因子的子空间辨识

2.1 数据处理

给定测量长度为 $N=2n+s-1$ 的输入输出数据, $U_N=[\Delta u(0) \Delta u(1) \cdots \Delta u(N-1)]^T$ 和 $Y_N=[y(0) y(1) \cdots y(N-1)]^T$ 。将 U_N 和 Y_N 分为 s 个辨识问题, $s \geq n$, n 为预测时域, 如

图2所示。 $U_{pi}=U_p(:, i)$, 相似定义 Y_{fi}, Y_{pi}, Y_{fi} 。

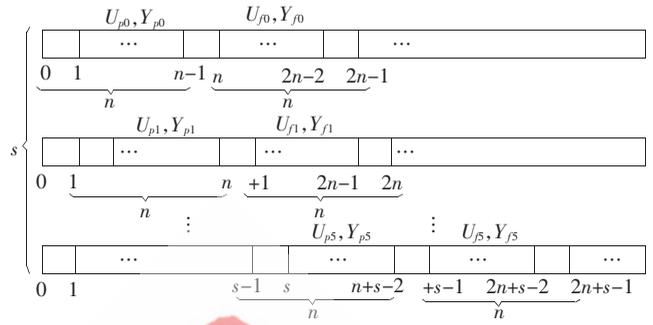


图2 子空间辨识滚动窗口

利用变遗忘因子 $\beta_k (0 < \beta_k < 1)$ 对这组测量数据加权, 实现旧的辨识数据在辨识中的权重比当前数据小, 从而建立 Hankel 数据矩阵[4-7]如下:

$$U_p = \begin{bmatrix} \beta_k^{s+n-2} \Delta u_0 & \beta_k^{s+n-3} \Delta u_1 & \cdots & \beta_k^{n-1} \Delta u_{s-1} \\ \beta_k^{s+n-3} \Delta u_1 & \beta_k^{s+n-4} \Delta u_2 & \cdots & \beta_k^{n-2} \Delta u_s \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_k^{s-1} \Delta u_{n-1} & \beta_k^{s-2} \Delta u_n & \cdots & \Delta u_{n+s} \end{bmatrix}$$

$$U_f = \begin{bmatrix} \beta_k^{s+n-2} \Delta u_n & \beta_k^{s+n-3} \Delta u_{n+1} & \cdots & \beta_k^{n-1} \Delta u_{n+s-1} \\ \beta_k^{s+n-3} \Delta u_{n+1} & \beta_k^{s+n-4} \Delta u_{n+2} & \cdots & \beta_k^{n-2} \Delta u_{n+s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_k^{s-1} \Delta u_{2n-1} & \beta_k^{s-2} \Delta u_{2n} & \cdots & \Delta u_{2n+s} \end{bmatrix}$$

其中, $U_p, U_f \in R^{n \times s}$ 。同理定义 $Y_p, Y_f \in R^{n \times s}$ 和 $E_p, E_f \in R^{n \times s}$ 。定义历史输入输出数据的矩阵为 $W_p=(Y_p^T U_p^T)^T$ 。广义预测模型的子空间辨识问题可描述为: 已知过去的输入输出 W_p 和当前时刻输入输出数据 U_{ili}, Y_{ili} , 如何更好的辨识广义预测控制模型的参数 a_i, b_i (p 表示过去时刻, f 表示未来时刻)。子空间辨识相关定义如下:

$$Y_f = \Gamma_f X_f + H_f U_f \quad (4)$$

$$Y_p = \Gamma_p X_p + H_p U_p \quad (5)$$

$$\Gamma_i = (C^T (CA)^T (CA^2)^T \cdots (CA^{i-1})^T) \in R^{n \times n}$$

$$X_i = (x_i \ x_{i+1} \ x_{i+s-2} \ \cdots \ x_{i+s-1}) \in R^{n \times s}$$

$$H_i = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ cb & d & 0 & \cdots & 0 \\ cAb & cb & d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cA^{n-2}b & cA^{n-3}b & cA^{n-4}b & \cdots & d \end{bmatrix} \in R^{n \times n}$$

2.2 辨识算法

将以上处理的输入输出数据应用在子空间系统辨识[8], 算法如下:

(1) 首先计算斜投影

$$O_i = Y_f /_{U_f} W_p$$

$$O_{i-1} = Y_f /_{U_f} W_p^+$$

(2) 计算加权斜投影的奇异值分解(SVD)

$$W_i O_i W_2 = USV^T$$

(3) 检验 S 的奇异值确定阶数, 并对奇异值分解进行分区得 U_1, U_2 和 S_1 。

技术与方法 Technique and Method

(4)通过以下计算得到 Γ_i 和 Γ_{i-1}

$$\Gamma_i = W_i^{-1} U_i S_i^{1/2}, \Gamma_{i-1} = \Gamma_i$$

(5)通过以下计算得到 X_i, X_{i+1} , 其中上标“+”表示伪逆运算。

$$X_i = \Gamma_i^+ O_i, X_{i+1} = \Gamma_{i+1}^+, O_{i-1}$$

(6)解出以下线性方程组,得 A, b, c, d

$$\begin{pmatrix} X_{i+1} \\ Y_{i/i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i \\ U_{i/i} \end{pmatrix}$$

至此,经过子空间辨识得到当前被控系统的广义预测模型,在每一采样时刻更新输入输出数据集(更新Hankel矩阵),实现模型的在线辨识。

2.3 反馈校正的变遗忘因子

为了使更新数据能够更好地反映当前系统特性,利用当前时刻广义预测输出与参考输出误差的范数 $\varepsilon_k = \|y - y_r\|_2$, 构造变遗忘因子^[9]。

定义时刻 k 的变遗忘因子为:

$$\beta_k = \frac{(\beta_m - \beta_1)(\varepsilon_m - \varepsilon_k)}{0.85\varepsilon_m} + \beta_1$$

式中, ε_m 为最大容许误差。在 $\varepsilon_k \geq \varepsilon$ 时,取 $\varepsilon_k = \varepsilon$; 在 $\varepsilon_k \leq 0.2\varepsilon$ 时,取 $\varepsilon_k = 0.2\varepsilon$ 。变遗忘因子 β_k 的变化范围为 $[\beta_1, \beta_m]$, 并可在该范围内调节采集数据窗口大小。当系统参数变化快,输出误差 ε_k 增大时,遗忘因子 β_k 变小,远离当前时刻采集数据的权重衰减速度增加,相当于记忆长度减小,提高了辨识灵敏度;反之亦然,从而使辨识精度提高。

在每采样时刻更新变遗忘因子 β_k 及 Hankel 矩阵,采用新的数据取代旧的数据。

3 广义预测控制实现

经过以上子空间辨识步骤得到的 A, b, c, d 矩阵非状态空间能观测标准型,并不能将 A, b, c, d 矩阵中的数据直接应用在广义预测控制算法中。因此,将此时的 A, b, c, d 矩阵经过非奇异变换成模型式(2)、式(3)中的矩阵形式,从而得到的 a_i, b_i 可直接运用在广义预测控制算法中。

在广义预测控制中为了得到系统 j 步后,输出 $y(k+j)$ 的最优预测值,引入 Diophantine 方程:

$$1 = E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (6)$$

$$E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) + z^{-j}H_j(z^{-1}) \quad (7)$$

式中:

$$E_j(z^{-1}) = e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{j-1} z^{-j+1}$$

$$F_j(z^{-1}) = f_0^j + f_1^j z^{-1} + \dots + f_{j-1}^j z^{-j}$$

$$G_j(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + g_{j-1} z^{-j+1}$$

$$H_j(z^{-1}) = h_0^j + h_1^j z^{-1} + \dots + h_{n-j}^j z^{-n+1}$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

通过求解 Diophantine 方程,可得 j 步最优预测输出:

$$y(t+j) = G_j(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + F_j(z^{-1})y(k) + H_j(z^{-1})\Delta u(k-1) \quad (8)$$

则前 n 步的最优预测输出的矩阵形式为:

$$Y = G\Delta U + Fy(k) + H\Delta u(k-1) \quad (9)$$

式中:

$$Y = (y(k+1), y(k+2), \dots, y(n))^T$$

$$\Delta U = (\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+n-1))^T$$

$$F = (F_1, F_2, \dots, F_n)^T$$

$$H = (H_1, H_2, \dots, H_n)^T$$

$$G = \begin{pmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{Nu-1} & g_{Nu-2} & \dots & g_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n-1} & g_{n-2} & \dots & g_{n-Nu} \end{pmatrix}$$

目标函数为:

$$J = \min \left\{ \sum_{j=1}^n y(t+j) - y_r(t+j)^2 + \sum_{j=1}^{Nu} \lambda(j) \Delta u(t+j-1)^2 \right\} \quad (10)$$

n 为最大预测时域; Nu 为控制时域,表示在 Nu 步以后,控制量将不再发生变化。 $\lambda(j)$ 为控制加权序列,一般取 $\lambda(j) = \lambda$ 。写出矩阵形式:

$$J = (Y - Y_r)^T (Y - Y_r) + \lambda \Delta U^T \Delta U \quad (11)$$

将最优预测输出值代入目标函数中,使目标函数值最小,可以得到最优控制律:

$$\Delta U = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T [Y_r - F(z^{-1})y(k) - H(z^{-1})\Delta u(k-1)] \quad (12)$$

记 $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$ 的第一行为 p^T , 广义预测控制律可写成:

$$\Delta u(k) = p^T [Y_r - F(z^{-1})y(k) - H(z^{-1})\Delta u(k-1)] \quad (13)$$

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \quad (14)$$

反馈校正后基于变遗忘因子的子空间辨识的广义预测控制算法为:

(1) n 为给定预测时域, Nu 为控制时域, ε_m 为最大容许误差, β_1, β_m 为变遗忘因子的上下限值, λ 为加权常数。

(2) 经过以上子空间系统辨识算法,得到 $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ 的系数 a_i, b_i 。

(3) 求出 $E_j(z^{-1}), F_j(z^{-1}), G_j(z^{-1}), H_j(z^{-1})$ 。

(4) 计算矩阵 G 及 $G^T(G + \lambda I)^{-1}$ 。

(5) 由式(13)、式(14)求解控制量 $u(k)$ 。

(6) $k = k + 1$, 返回第 2 步。

4 实例仿真

考虑如下单输入单输出系统:

$$y(k) - 1.55y(k-1) + 0.7y(k-2) = u(k-1) + 1.5u(k-2) + w(k)/\Delta$$

仿真中取最大容许误差 $\varepsilon_m = 0.05$, 遗忘因子上限值 $\beta_1 = 0.5$ 、下限值 $\beta_m = 0.95$, 加权常数 $\lambda = 0.3$, 预测时域 $n = 6$, 子空间辨识问题个数 $s = 7$, 控制时域 $Nu = 3$ 。参考输出设定为: 在 $[0, 50] \cup [100, 150]$ 时刻 $y_r = 0$; 在 $[50, 100] \cup$

[150, 200]时刻 $y_r=1$ 。

无遗忘因子辨识后的广义预测控制效果如图3所示,加入遗忘因子($\beta=0.8$)的控制效果如图4所示,通过输出误差加入反馈校正的变遗忘因子控制效果如图5所示。

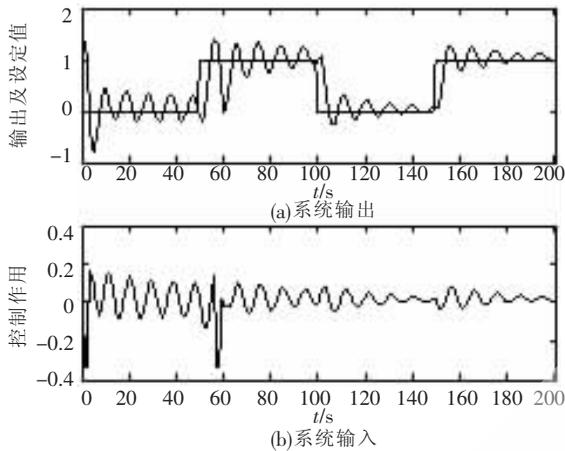


图3 无遗忘因子广义控制效果图

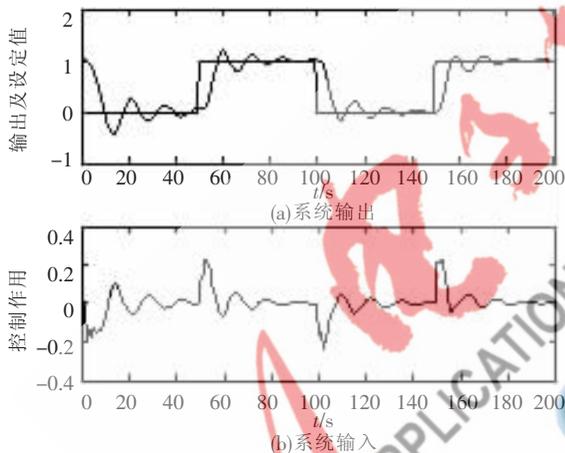


图4 定遗忘因子广义控制效果图

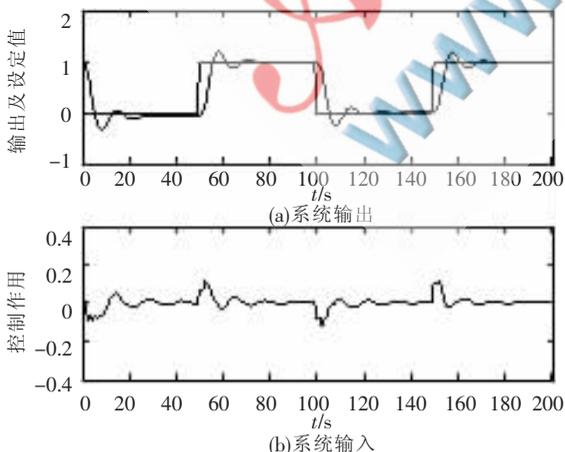


图5 变遗忘因子广义控制效果图

从图中可以看出,无遗忘因子时的系统输出波动较大,不能很好地跟踪参考输出;而加入定遗忘因子,控制效果大为改善。本文通过变遗忘因子得到的预测模型能够更好的反映当前系统特性,跟踪参考输出效果较之无遗忘因子、定遗忘因子要好得多,从而证明了引进变遗忘因子的子空间系统辨识在广义预测控制算法中消除噪声的有效性。

本文针对广义预测模型辨识时输入输出数据可能存在噪声和系统先验结构信息未知导致的难于辨识问题,采用由输出误差构造的变遗忘因子,形成反馈校正控制策略,根据当前时刻输出误差更新所采集的历史数据在子空间辨识中所占权重。该算法在控制时保证了子空间辨识的参数少、无需迭代运算以及广义预测鲁棒性等优点,更能反映系统当前特性,提高辨识的灵敏度,因而能取得较好的优化控制效果。最后实例仿真验证了算法的有效性。

参考文献

- [1] 席裕庚. 预测控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.
- [2] 王伟. 广义预测控制理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [3] 杨华, 李少远. 一种完全数据驱动的子空间辨识与鲁棒预测控制器设计 [J]. 控制理论与应用, 2007, 10(5): 732-736.
- [4] 杨华, 李少远. 一种新的基于遗忘因子的递推子空间辨识算法 [J]. 控制理论与应用, 2009, 1(1): 69-72.
- [5] 刘洪娥. 广义预测控制及其仿真 [D]. 北京: 中国石油大学, 2008.
- [6] 吴平. 基于子空间的系统辨识及其应用 [D]. 杭州: 浙江大学信息学部, 2009.
- [7] 董新. 子空间辨识方法的研究及软件包的开发 [D]. 北京: 华北电力大学, 2006.
- [8] OVERSCHEE P V, MOOR B D. Subspace identification for Linear systems [M]. Kluwer Academic Publishers 2000.
- [9] 李少远, 吴永玲. 时变遗忘因子的子空间辨识及预测控制器设计 [J]. 同济大学学报(自然科学版), 2010, 11(11): 1651-1655.

(收稿日期: 2011-05-12)

作者简介:

林远宗, 男, 1986年生, 在读研究生, 主要研究方向: 电力系统及其智能化。

余楚中, 男, 1968年生, 博士, 副教授, 主要研究方向: 电力系统保护与控制。